

平成21年5月7日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2010

課題番号：18540141

研究課題名（和文）量子符号化の定理の基礎付けに関する研究

研究課題名（英文）A STUDY FOR ESTABLISHING THE  
FOUNDATION OF QUANTUM CODING  
THEOREMS

研究代表者

渡邊 昇（NOBORU WATANABE）

東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号：70191781

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：情報数理，量子情報

## 1. 研究計画の概要

量子的な性質を持つ光子を信号に用いる光通信プロセスの研究は、1980年代頃に盛んに行われていたが、その後の量子コンピューティングの研究が開始されたことに伴い、現在では、量子情報という、数学・物理学・計算科学・情報科学・情報工学の複合領域にまたがる新たな分野が形成され世界的な広がりを見せ研究が行われている。特に、量子情報通信プロセスの数理的研究は、(1) 量子情報を測る尺度の理論である量子エントロピー理論、(2) 量子状態変化の理論である量子チャンネル理論、(3) 量子符号化の定理、(4) 量子信号理論、(5) 量子信号検出理論、(6) 量子信号推定理論等々があり、非可換確率論を数理的ベースとして様々な研究が行われているが、最も重要な問題の一つの量子符号化の定理が未解決のまま残されている。

本研究では、量子系のエントロピー理論と量子チャンネル理論の研究を基に、量子符号化の定理の完全な証明を与えることを最終目標とし、その定式化に必要な基礎数理を地道ではあるがひとつひとつ構築していくことを目的とする。

## 2. 研究の進捗状況

## (1) 量子系の相互エントロピー型尺度の研究

通信過程において、チャンネルは入力系の情報を出力系に伝達する働きをもち、相互エントロピーは、チャンネルを通して入力系から出力系に正確に伝わった情報の量を表している。通信路容量 (capacity) とは、チャンネルが入力の情報量を最大でどれだけ正確に出力系に伝達することができるかを測るための尺度であり、チャンネル設計に関して重要な基準とな

っている。本年度は、Ohya相互エントロピーと、近年、Shor, Bennet 達が定めた相互エントロピー型尺度、Coherent information や Lindblad-Nielsenのエントロピーとの比較を減衰チャンネルで行い、Coherent information や Lindblad-Nielsenのエントロピーが抱える問題点を指摘し、Ohya 相互エントロピーが減衰チャンネルに対して最も相応しい尺度であることを示した。さらに、様々な量子過程に関して、量子相互エントロピーとその他の相互エントロピー型尺度を厳密に計算し、量子相互エントロピーの妥当性について議論を行った。また、昨年までに得られた、相互エントロピー型尺度についての厳密な議論を通して、フィードバックを含む様々な量子通信過程に関して、量子相互エントロピー型尺度を厳密に計算し、その妥当性について調べた。

## (2) 量子系の力学的エントロピーの研究

古典系の力学的エントロピー(コロモゴロフ-シナイエントロピー)の量子系への拡張の試みが、Connes - Stormer, Emch, Connes - Narnhofer -Thirring (CNT), Alicki- Fannes (AF), Ohya (Complexity), Accardi-Ohya-Watanabe (AOW), Kossakowski -Ohya-Watanabe (KOW)等によってなされている。

本研究では、KOW 力学的エントロピーの定式化を基に、入力にスクイズド光状態を用い、減衰チャンネルと量子マルコフ過程によって構成された力学系に対して、一般化されたAOW エントロピーを計算し、入力状態の変化に対する、量子力学的エントロピーの振る舞いについて厳密に調べた。さらに、コヒーレント入力と、スクイズド雑音状態を持つ光雑

音チャンネルによって構成された力学系に対して、一般化された AOW エントロピーを同様に計算し、雑音状態の変化に対する、量子力学的エントロピーの振る舞いについても調べた。さらに、KOW 力学的エントロピーの定式化を基に、光雑音チャンネルと量子マルコフ過程によって構成された力学系に対して、一般化された AOW エントロピーを計算し、入力状態の変化に対する、量子力学的エントロピーの振る舞いについて厳密に調べた。

### 3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

情報源符号化に関しては、マクミラン型の定理の厳密な研究が必要である。マクミランの定理の証明を導出するための基礎付けとして量子相対エントロピーに関する十分性の研究が重要であり、量子開放系の力学的特質に関する十分性の議論を行う。

量子通信路符号化に関する基礎付けとして、KOW 力学的エントロピーを用いた平均相互エントロピーの定式化について研究を行っており、これと、Ohya 平均相互エントロピーとの関連性について議論を行う。

### 4. 今後の研究の推進方策

#### (1) 量子エントロピーに関する研究

前年度までに得られた量子エントロピーに関する結果を基に、量子チャンネルの研究で得られた量子系の状態変換に関する結果を用いて、量子エンタングルメントを考慮した平均量子相互エントロピーの定式化を行い、その加法性の証明を試みることを目的とする。さらに、通信路符号化の定理で重要な尺度として用いられている通信路容量を量子エンタングルメント性も考慮しながら加法性等について量子系できちんと議論し、量子通信路符号化の定理の基礎付けを与える研究を行う予定である。

#### (2) 量子通信路符号化の定理

本研究では、前年度までに得られた結果を基に、最も適切な尺度の量子相互エントロピーの研究をさらに発展させ、古典系の Shannon-Feinstein の定理(通信路符号化の定理)に対応する量子通信路符号化定理の基礎付けに関わる定理を証明する行うことを目的とする。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① N. Watanabe, On quantum mutual type measures and capacity, QP-PQ Quantum Probability and White Noise Analysis, Vol. 19, pp 370-384, 2006
- ② N. Watanabe, Note on quantum mutual type entropies and capacity, QP-PQ Quantum Probability and White Noise

Analysis, Vol. 20, pp 373-379, 2007

- ③ N. Watanabe, Note on quantum mutual entropy type measures, QP-PQ Quantum Probability and White Noise Analysis, Quantum Bio-Informatics; From Quantum Information to Bio-Informatics, Vol.21, pp 315-324, 2008
- ④ N. Watanabe, Note on Information Transmission in Quantum Systems, Quantum Stochastics and Information, Statistics, Filtering and Control, pp 383-395, 2008
- ⑤ N. Watanabe, Note on Entropies in Quantum Processes, QP- PQ Quantum Probability and White Noise Analysis, Quantum Bio-Informatics II; From Quantum Information to Bio-Informatics, Vol. 24, pp 216-227, 2009

[学会発表] (計 5 件)

- ① N. Watanabe, On Information Transmission in Quantum Systems, Quantum Probability, Information and Control Symposium QPIC, Nottingham, England, 2006-07
- ② N. Watanabe, Note on Mutual Entropy Type Measures, The International Conference in QBIC 2007, Tokyo University of Science, Noda, Japan, 2007-03
- ③ N. Watanabe, On Entropies in Quantum Processes, The 39 Symposium on Mathematical Physics, N. Copernicus University, Torun, Poland, 2007-06
- ④ N. Watanabe, Some Aspects of Entropies for Quantum Processes, The 9th International Conference on Foundations of Probability and Physics-5, Vaxjo University, Sweden 2008-08
- ⑤ N. Watanabe, Some Aspects of Entropies for Quantum Processes, International Conference on Mathathematical Physics and Its Applications, Samara, Russia, 2008-09

[図書] (計 2 件)

- ① 大矢雅則, 渡邊 昇, 量子暗号と量子テレポーテーション -新たな情報通信プロトコル-, 共立出版, 2006
- ② 渡邊 昇, 量子エントロピー, 大矢雅則 (編著)「量子情報を巡る数理と哲理」- エントロピー・ゆらぎ・ミクロとマクロ・アルゴリズム・生命情報-, 国際高等研究所 Academic Publication, pp 41-65, 2008