

平成 22年 3月 31 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間： 2006～2009

課題番号： 18540163

研究課題名 (和文) 非線形微分方程式の解の多重性とダイナミクスの研究

研究課題名 (英文) Multiplicity and Dynamics of solutions of nonlinear differential equations

研究代表者 平野 載倫 (Hirano Norimichi)

横浜国立大学・環境情報研究院・教授

研究者番号：80134815

研究成果の概要 (和文)：楕円型方程式のうち、非線形シュレジンガー方程式および Hennon 方程式に対して、解の多重性と解のプロフィールを示すことができた。また、シンメトリーを持つような方程式を扱うための道具として、Equivariant degree の理論の深化に成果をあげた。

研究成果の概要 (英文)：We could show the multiple existence of solutions of nonlinear Schrodinger equations and nonlinear Hennon equations. We also succeeded to show the profile of the solutions of these equations. For the nonlinear equations with symmetry, we gave a few new results on the equivariant degree.

交付決定額

(金額単位：円)

| | 直接経費 | 間接経費 | 合計 |
|--------|-----------|---------|----------|
| 2006年度 | 900,000 | 0 | 900,000 |
| 2007年度 | 700,000 | 210,000 | 910,000 |
| 2008年度 | 700,000 | 210,000 | 910,000 |
| 2009年度 | 700,000 | 210,000 | 910,000 |
| 年度 | | | |
| 総計 | 3,000,000 | 630,000 | 3630,000 |

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：変分法 カオス 位相的アプローチ

1. 研究開始当初の背景 近年、微分方程式において中心的な研究課題となっている非線形方程式に対して、まだ十分に行われていなかった、位相的アプローチが待たれていた。

2. 研究の目的 非線形方程式に対して、解の多重性及び、解のダイナミクスおよび解のプロフィールを解明することを目的とする。この中には、非線形楕円型方程式の解の多重性についての詳細な解析、および非線形

Shrodinger 方程式のシステムの解の多重性およびそのプロフィール。そして、Riemannian manifold における非線形の Shrodinger 方程式の解の多重性と解のプロフィールを明らかにすることが含まれている。より具体的には

(1) 偏微分方程式の定義域の位相的特徴が微分方程式の解の特性、および多重性に与える影響を明らかにする(たとえば、穴のあいた領域において、穴の数と解の個数との関係、すなわち穴が多く空いていれば、解もそれに応じて増えるのかといった問題)。このような問題は、トカマク型の核融合炉のようなトーラス状の領域で磁界の様子を知る問題などに呼応している。

(2) 偏微分方程式の定義域の幾何学的な特性と、解の多重性および特性との関係(たとえば、定義域が円の場合と、楕円の場合の解の個数の変化)。位相的な性質が変わらないにもかかわらず、幾何学的な性質の変化が解の個数に影響する場合は知られているが、このような現象が定義域の幾何学的な性質の変化 → 解空間の位相的性質の変化 という現象をもたらすかを明らかにする。

(3) Shrodinger 方程式のシステムがいかなる解をもちうるか、またポテンシャルの形が解の個数に与える影響を調べる。非線形項の型の違いは、解の個数、性質に決定的な違いを生じさせるが、その違いを生じさせる本質的な性質が何であるかを明らかにする。

(4) Van der Pol equation, Duffing equation など複数の周期解の存在とカオスが密接に関係している場合について、複数の周期解があるための条件をさぐり、数学的に厳密な証明を与える。

3. 研究の方法

非線形微分方程式に対して、位相幾何学的な

アプローチを導入し、ホモロジー、コホモロジー、ホモトピー論の成果を用いて、解の多重性等を示す。

研究体制としては、海外の研究者との連携を強化し、相互の交流のなかで研究成果を上げることがめざす。

4. 研究成果

(1) .coupled Schrodinger 方程式について、非円状の解が複数あることを変分法の議論を精密に行なうことによって示した。さらに、ピークが多角形を形成するような解の存在を示すことに成功した。これは従来知られていた、2次元における結果を3次元に拡張したもので、意義が大きい。研究は物理的動機付けにも基づいている。

同様に、sign-changing な解をもつような場合について、解析し複数の sign-changing solution の存在を示すことができた。

(2) Equivariant degree theory を用いて、ダラス大学の Kracwitz 氏との共同研究で、一般化された楕円型方程式の解の存在を示すことに成功した。

(3) Henon 方程式に対して、critical Sobolev term をもつ場合について、sign-changing solution の存在を示すことに成功した。これまでの結果は、subcritical のものだけであったので、極限での状況が明らかになった。

(4) Riemannian manifold 上のシュレジンガー方程式に対して、解の多重性が曲率によって変わりうることを示し、具体的な条件下で解の多重性を示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計10件)

(1)Hirano, Norimichi, Existence of positive solutions for the Hénon equation involving critical Sobolev terms, J. Differential Equations 247(2009), no. 5, 1311--1333. (査読あり)

(2)Hirano, Norimichi、Multiple existence of nonradial positive solutions for a coupled nonlinear Schrödinger system. NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. 16 (2009), no. 2, 159--188. (査読あり)

(3)Hirano, Norimichi. Multiple existence of solutions for a nonlinear elliptic problem on a Riemannian manifold. Nonlinear Anal. 70(2009), no. 2, 671--692. (査読あり)

(4)Hirano, Norimichi ; Shioji, Naoki . Existence of multiple positive solutions for a nonlinear elliptic problem with the critical exponent and a Hardy term. Differential Integral Equations 21(2008), no. 9-10, 971--980. (査読あり)

(5)Hirano, Norimichi; Micheletti, Anna Maria; Pistoia, Angela . Existence of non-positive solutions for a nonhomogeneous elliptic problem on \mathbb{R}^N . J. Nonlinear Convex Anal. 9 (2008), no. 3, 309-329

(6)Hirano, Norimichi ; Saccon, Claudio ; Shioji, Naoki . Brezis-Nirenberg type theorems and multiplicity of positive solutions for a singular elliptic problem. J. Differential Equations 245

(2008), no. 8, 1997--2037.

(査読あり)

(7)Hirano, Norimichi . Multiple existence of sign changing solutions for a nonlinear elliptic problem. Nonlinear Anal. 68(2008), no. 5, 1043-1063. (査読あり)

(8)Hirano, Norimichi ; Shioji, Naoki . A multiplicity result including a sign-changing solution for an inhomogeneous Neumann problem with critical exponent. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A 137 (2007), no. 2, 333--347. (査読あり)

(9)Hirano, Norimichi ; Shioji, Naoki . A multiplicity result including sign-changing solutions for a nonlinear elliptic problem in \mathbb{R}^N . Adv. Nonlinear Stud. 7(2007), no. 4, 513--532 (査読あり)

(10)Hirano, N. ; Micheletti, Anna Maria ; Pistoia, Angela . Multiple existence of solutions for a nonhomogeneous elliptic problem with critical exponent on \mathbb{R}^N . Nonlinear Anal. 65 (2006), no. 3, 501--513. (査読あり)

6. 研究組織

(1)研究代表者 平野 載倫

(Hirano Norimichi)

横浜国立大学・環境情報研究院・教授

研究者番号：80134815

(2)研究分担者

塩路 直樹 (Shioji Naoki)

横浜国立大学・環境情報研究院・准教授

研究者番号：50215943

玉野 研一(Tamano Kenichi)

横浜国立大学・工学研究院・教授

研究者番号：9017189

(H20年度 連携研究者)

内藤 幸一郎(Naito Koichiro)

熊本大学・工学部・教授

研究者番号：10164104

(H20年度 連携研究者)

小宮英俊(Komiya Hidetoshi)

慶応大学・商学部・教授

研究者番号：90153676

(H19年度のみ)

(3)連携研究者

()

研究者番号：