

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540196

研究課題名 (和文) ディラック作用素のスペクトルの研究

研究課題名 (英文) A study on the spectrum of Dirac operators

研究代表者：

山田 修宣 (YAMADA OSANOBU)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：70066744

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：ディラック方程式、スペクトル理論、固有値問題、相対論的量子力学。

1. 研究計画の概要

主として、次の 2 つのテーマを目標とする。

(1) ポテンシャルが遠方で発散する場合のディラック作用素のスペクトルの研究。さらに、光速を無限大に近づけた場合 (非相対論的極限) シュレーディンガー作用素のスペクトルとの解明。

(2) ブラック・ホール理論に現れる Kerr-Newman 距離でのディラック作用素のスペクトルの研究。

2. 研究の進捗状況

上記の(1), (2) に分けて説明する。

(1) について

愛媛大学工学部の伊藤宏教授 (連携研究者) との共著論文

A note on the nonrelativistic limit of Dirac operators and spectral concentration, Proc. Japan Acad., **81 A**, 2005, 157-161

を進展させた形で、

Dirac operators with dilation analytic potentials diverging at infinity

を作成し、現在投稿中である。これらの結果については、2008 年度の数学会秋季総合分科会をはじめ、京大数理解析研究所の研究集会「スペクトル・散乱理論」など、いくつかのシンポジウムで研究発表を行った。

(2) について

現在、コロンビアの Los Andes 大学の Dr. M. Winklmeier と論文

Spectral analysis of radial Dirac operators in the Kerr-Newman metric and its

applications to time-periodic solutions,

J. Math. Phys., **47**, 2006, 102503, 1-17

を著したが、さらに、解の局所エネルギー減衰に関して、

A spectral approach to the Dirac equation in the non-extreme Kerr-Newman metric

Arxiv に発表し現在投稿中である。これらの結果については、2008 年 3 月の数学会年会はじめいくつかの研究集会で発表した。

3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

(理由) (1), (2) については、以前の結果を進展させる形で新しい結果が得られた。(2) については、スペクトルの絶対連続性を示す問題が残っており、残り 1 年の間に見通しを得たいと思っている。

4. 今後の研究の推進方策

(1), (2) の問題について、研究分担者、連携研究者、海外の研究者と連絡を取りながら、研究交流を進めて、更なる発展を期したい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

M. Winklmeier and O. Yamada, Spectral analysis of radial Dirac operators in the Kerr-Newman metric and its application to time-periodic solutions, J. Math. Phys., **47**, 2006, 102503, 1-17. (査読あり)

M. Arai and Shin ya, On solutions of Wilson's functional equations, *Memoirs Inst. Sci. Engi., Ritsumeikan Univ.*, 66, 2006, 41-49.

H. Osaka, S. Silvestrov and J. Tomiyama, Monotone operator functions, gaps and power moment problem, *Mathematica Scandinavica*, 100, 2007, 161-183. (査読あり)

M. Winklmeier and O. Yamada, A spectral approach to the Dirac equation in the non-extreme Kerr-Newman metric, *LANL Arxiv, Math-phys*, 2008, 0802.0402, 1-15. (査読なし)

T. Watanabe, Adiabatic transition probability for small eigenvalue gap at two points, *RIMS Kokyuroku Bessatsu*, B5, 2008, 75-88. (査読あり)

[学会発表](計5件)

山田 修宣, ディラック作用素のスペクトルについて、第45回実函数論・函数解析学合同シンポジウム、2006.8.9, 東海大学

大鍛治隆司, ディラック作用素のスペクトルについて、第45回実函数論・函数解析学合同シンポジウム、2006.8.9, 東海大学

O. Yamada and M. Winklmeier, Spectral analysis of Dirac equations in the Kerr-Newman metric and its applications, *日本数学会年会*, 2008.3.25, 近畿大学.

伊藤宏・山田修宣, Dirac 作用素の非相対論的極限について、*日本数学会秋季総合分科会*, 2008.9.26, 東京工業大学.

伊藤宏・山田修宣, On the nonrelativistic limit of Dirac operators with potentials diverging at infinity, 「スペクトル・散乱理論とその周辺」, 2008.12.5, 京都大学数理解析研究所.

[図書](計3件)

大鍛治隆司, ディラック作用素のスペクトルについての一注意、*京都大学数理解析研究所講究録* 1479, 2006, 119-129.

荒井正治, 理工系微分積分学、*学術図書*, 2006, 251.

伊藤宏・山田修宣, A note on the nonrelativistic limit of Dirac operators and spectral concentration, *京都大学数理*