

平成 21 年 5 月 21 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2008

課題番号：18540251

研究課題名 (和文) 非線形変数変換によるカラー閉じ込めとグルーボールの研究

研究課題名 (英文) color confinement and glueball by a non-linear change of variables

研究代表者

近藤 慶一 (KONDO KEI-ICHI)

千葉大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：60183042

研究成果の概要：

クォークの閉じ込めを実現する有望な機構として提唱された双対超伝導描像は、従来、可換射影と呼ばれる特別なゲージ固定を採用した場合にしか実現されていなかった。我々は、可換射影を用いずに、ゲージ不変な磁気単極子を定義し、カラー対称性を保ったままゲージ不変な双対超伝導描像を導出することを可能にする理論的枠組みを与え、それに対応する格子ゲージ理論を構成し、数値シミュレーションも実行することで、双対超伝導描像を確立した。ヤン・ミルズ理論において、ゲージ不変なグルーオンの質量項を導入することも可能にした。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,100,000	0	1,100,000
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	690,000	4,090,000

研究分野：素粒子論

科研費の分科・細目：物理学，素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：クォーク閉じ込め，カラー閉じ込め，グルーボール，磁気単極子，双対超伝導，質量ギャップ，ヤン・ミルズ理論，真空凝縮

1. 研究開始当初の背景

クォーク閉じ込めの有望なメカニズムとして、QCD真空の双対超伝導仮説が、南部、't Hooft, Mandelstam達によって1970年代に提唱された。実際、それ以後に厳密に閉じ込めが示された単純なモデルでは、常にこの描像の正しいことが例示されている。

双対超伝導を得るには、クーパー対としての**磁気単極子(モノポール)の存在とその凝縮**が必要である。特に、QCDは基本場としてスカラー場を含まないために、従来の方法では、モノポールを定義することができない。1981年に't Hooftは非アーベル型ゲージ群Gをその最大トーラス群へ破る部分

ゲージ固定として、可換射影を行うことで磁気モノポールを得た。特に、1990年以降、可換射影のひとつである最大可換ゲージ(MAG)においては、可換部分の中のモノポール部分がクォーク閉じ込めに支配的役割を果たすことが示された(モノポール・ドミナンス)。MAGはグルーオンの対角成分場を背景場とする非対角場に対する背景場ゲージである。

それにも拘わらず、以下の問題が未解決である。

- (1) モノポール・ドミナンスはMAGを採用したときのみ見られ、他のゲージでは見られない。
- (2) MAGは局所的ゲージ対称性と同時に大域的ゲージ対称性すなわちカラー対称性も壊してしまうため、より一般のカラー閉じ込めを論じることが不可能である。

MAGで得られる帰結がゲージ不変な物理的結論かどうか疑問が残る。

2. 研究の目的

可換射影を用いず、我々の提唱する非線形変数変換の方法を用いて、ゲージ不変なモノポールを構成する。従来、最大可換ゲージでのみ検証されてきたQCD真空の超伝導描像をゲージ不変な普遍的帰結として確立し、それをSU(N)の場合に一般化することを目指す。

特に、現実のSU(3)の場合を徹底的かつ詳細に調べ上げるが、従来のSU(3)→U(1)xU(1)のパターンに囚われず、SU(3)→U(2)に対応する非アーベル型モノポールとvortexのもたらす真空の可能性など真の真空構造(配位)の特定と真空の安定性の解明を行う。

さらに、ヤン・ミルズ理論におけるゲージ不変な質量ギャップの存在とグルーボールの質量スペクトルがゲージ不変なモノポールと如何に整合するかも検討する。

3. 研究の方法

MAGがカラー対称性を破るのは、対角成分を特別視してカラー空間で特定の方向を選ぶからであり、これを回避するにはカラー自由度を担ってカラー回転不変性を回復する場(カラー場と呼ぶ)を導入すればよいと考える。ヤン・ミルズ場の非線形変数変換によって、カラー対称性を破らずに、モノポールの自由度を担うカラー場をゲージポテンシャルの一部として最初からあらわに導入する方法を考えたい。

その一つの方法として、Choによって既に1980年には提唱されていたが1999年にFaddeevとNiemiが取組んで初めてその重要性が再認識され、それ以来活発な研究が行われるようになったCho-Faddeev-Niemi(CFN)分解が有望である。しかし、これを変数変換と見ると、元々のヤン・ミルズ理論と変換後の理論との間に独立自由度の非一致という原理的問題が生じ、理論の等価性に関して、これまでに多くの誤解と混乱があった。

我々は、カラー場の導入によって拡大した理論が拡大されたゲージ対称性を持つようになったと理解し、新しい型の拘束条件を課して余分のゲージ自由度を固定することで、元々のヤン・ミルズ理論と等価な理論に帰着できると考える。この新しい型の拘束条件は、従来の可換ゲージと異なり、カラー対称性を保つようにしなくてはならない。このCFN分解の「新視点」によって、カラー対称性を保ったままゲージ固定条件に依らずに決まる、ヤン・ミルズ場の非局

所的複合場として、ゲージ不変な磁気モノポールを定義することが可能になると考える。また、この枠組みを格子ゲージ理論に移植して、実際に数値シミュレーションを遂行することを可能にすることが望まれる。

4. 研究成果

- (1) Cho-Faddeev-Niemi-Shabanov 分解と呼ばれる方法で得られた新しい場の変数を、従来のヤン・ミルズ場の変数からの非線形変数変換とみなす $SU(2)$ ヤン・ミルズ理論の再定式化を完成させた。[雑誌論文⑩] 新しい定式化に基づいて、ゲージ不変な磁気単極子カレントの新しい定義を提唱した。この定義は、ヤン・ミルズ理論における磁気単極子の磁荷の量子化を保障し、ゲージ不変量に対しては、従来のアーベリアン射影で求められた結果を再現することを可能にする。
- (2) ヤン・ミルズ場の非線形変数変換によって、ヤン・ミルズ場を、Wilson ループ期待値に直接効く自由度とその残りの自由度に分離することに成功した。残りの自由度は、自己相互作用に起因する質量次元2の真空凝縮を生成することで、動力学的質量を獲得した結果、低エネルギーで寄与しなくなり、アーベリアンドミナンスが理論的に導かれることを示した。[雑誌論文⑪] この結果はヤン・ミルズ理論における質量ギャップの存在を示唆する。また、この真空凝縮の効果で、従来の Savvidy 型の磁氣的真空の Nielsen-Olesen 不安定が取り除かれることも同時に示した。[雑誌論文⑫] これは、クォーク閉じ込めの機構として双対超伝導描像の正しさを裏付けるものである。

- (3) Faddeev 模型と呼ばれる非線形シグマ模型の位相的ソリトン解である結び目ソリトン解を求め、その周りで集団座標量子化を行ってハミルトニアンを求め、そのエネルギースペクトルを求めた。これをグルーボールの質量スペクトルと同一視することで、非線形変数変換で再定式化したヤン・ミルズ理論との対応関係から Faddeev 模型に現れる2つのパラメータを決定した。[雑誌論文⑬] これによって、Faddeev 模型がヤン・ミルズ理論の低エネルギー有効理論として有用であることを示唆した。質量次元2の真空凝縮存在の間接的証拠が得られた
- (4) $SU(2)$ ヤン・ミルズ理論の再定式化を格子上のヤン・ミルズ理論に移植した。最初は、非コンパクトな $SU(2)$ ヤン・ミルズ理論の定式化[雑誌論文⑭]を行ったが、次に、コンパクトな $SU(2)$ ヤン・ミルズ理論に改良した。[雑誌論文⑮] これらは格子上のヤン・ミルズ理論の新しい変数を用いる定式化である。それを用いてゲージ不変な磁気モノポールを格子上で構成する手続きを与えた。実際、それに基づいて、格子 $SU(2)$ ヤン・ミルズ理論の数値シミュレーションを実行して、結果として得られた磁気モノポールが期待される量子化条件を満たす磁荷を持つことを示した。さらに、Wilson ループ期待値を計算し、磁気モノポールの寄与が面積則を導き、クォーク間ポテンシャルの線形部分に表れる弦定数の90%を再現すること、つまり、モノポールドミナンスを示した。[雑誌論文⑯] 我々の定式化は従来の最大可換ゲージで得られたクォーク閉じ込めに関する様々な特筆すべき結果をゲージ不変な形で再現することを可能にした。

- (5) 新しい変数場の2点相関関数を数値シミュレーションによって求め、アーベリアン部分以外のグルーオン場の2点相関関数は、長距離において指数関数的に減衰することを示した。これによって、特別なゲージ固定に頼らずに、ゲージ共変なアーベリアン部分以外のグルーオン場の自由度は質量を獲得し、低エネルギーで理論から離脱することを明らかにした。[雑誌論文⑦] それによって、クォーク閉じ込めの双対超伝導描像にとって決定的に重要な事実であるアーベリアンドミノスのゲージ不変な説明を可能にした。
- (6) 従来のヤン・ミルズ理論から変数変換の方法を用いて得られる新しい変数を用いるヤン・ミルズの再定式化をSU(N)に拡張した。[雑誌論文①] これによって、SU(3)ゲージ群の場合も、磁気モノポールやボルテックスのような位相的な自由度をあらわに抽出することが可能になり、低エネルギー強結合のダイナミクスを調べることを可能にした。
- (7) ウイルソンループ演算子が、ゲージ不変な保存する磁気カレントと電気カレントを用いて厳密に書き直されることを非可換ストークスの定理を用いて示した。これを通じ、純粹ヤン・ミルズ理論のように、ヒッグス場のような物質場が存在しない場合でも、磁荷に対するディラック型の量子化条件を満たす磁気モノポールが定義できることを示した。[雑誌論文②] この結果は、ウイルソンループは磁気モノポールのプローブであることを意味し、クォーク閉じ込めの双対超伝導描像をサポートする。
- (8) センターボルテックスと等価な働きを

するゲージ不変なボルテックスをゲージ不変な磁気モノポールを出発点として構成した。[雑誌論文③] これは、モノポールとボルテックスが本質的には等価でクォーク閉じ込めに対して両者は対等に寄与することを意味する。

- (9) 双対的記述でモノポールに移るような元々のヤン・ミルズ場の配位を具体的に特定することは未解決の重要な問題であったが、4次元のメロン対から、磁気モノポールのループが得られることを解析的に示した。このような解析(厳密)解は初めて得られたものである。[雑誌論文④] 磁気モノポールのループは、2つのメロンを通過する形で存在し、2つのメロンが互いに近づいた1インスタントン極限では、ループは潰れてしまうことも再現され、1インスタントン配位からはモノポールループは生じないという従来の結果も同時に再現した。これは、閉じ込めに効くゲージ場の配位が、メロンのような半整数のポントリャギン指数を持つような位相的配位である可能性を強く示唆している。
- (10) SU(N) ヤン・ミルズ理論の新しい再定式化を格子ゲージ理論にも移植し、数値シミュレーションを可能にした。格子上で可換射影に依らずにゲージ不変な磁気モノポールを得ることを可能にした。SU(3)では、2つのオプションが可能で、従来見過ごされていたものである。[雑誌論文⑤]

このように、新視点に基づく非線形変数変換の方法は、ヤン・ミルズ理論におけるクォーク閉じ込め、質量ギャップ、真空の安定性の問題に対して、新たな洞察を与える。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

- ① K.-I. Kondo, T. Shinohara and T. Murakami, Reformulating SU(N) Yang-Mills theory based on change of variables, Prog. Theor. Phys. 120, 1-50 (2008). 査読有
- ② K.-I. Kondo, Wilson loop and magnetic monopole through a non-Abelian Stokes theorem, Phys. Rev. D 77, 085029(1-26) (2008). 査読有
- ③ K.-I. Kondo, Magnetic monopoles and center vortices as gauge-invariant topological defects simultaneously responsible for confinement, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 35, 085001(1-17) (2008). 査読有
- ④ K.-I. Kondo, N. Fukui, A. Shibata and T. Shinohara, Magnetic monopole loops supported by a meron pair as the quark confiner, Phys. Rev. D 78, 065033(1-16) (2008). 査読有
- ⑤ K.-I. Kondo, A. Shibata, T. Shinohara, T. Murakami, S. Kato and S. Ito, New descriptions of lattice SU(N) Yang-Mills theory towards quark confinement, Phys. Lett. B 669, 107-118 (2008). 査読有
- ⑥ S. Ito, S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata and T. Shinohara, Compact lattice formulation of Cho-Faddeev-Niemi decomposition: String tension from magnetic monopoles, Phys. Lett. B 645, 67-74 (2007). 査読有
- ⑦ A. Shibata, S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, T. Shinohara and S. Ito, Compact lattice formulation of Cho-Faddeev-Niemi decomposition: gluon mass generation and infrared Abelian dominance, Phys. Lett. B 653, 101-108 (2007). 査読有
- ⑧ S. Ito, S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata, T. Shinohara, Compact lattice formulation of Cho-Faddeev-Niemi decomposition: String tension from magnetic monopoles, Phys. Lett. B 645, 67-74 (2007). 査読有
- ⑨ S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata, T. Shinohara and S. Ito, Lattice construction of Cho-Faddeev-Niemi decomposition

- and gauge invariant monopole, Phys. Lett. B 632, 326-332 (2006). 査読有
- ⑩ K.-I. Kondo, T. Murakami and T. Shinohara, Yang-Mills theory constructed from Cho-Faddeev-Niemi decomposition, Prog. Theor. Phys 115, 201-216 (2006). 査読有
 - ⑪ K.-I. Kondo, Gauge-invariant gluon mass, infrared Abelian dominance and stability of magnetic vacuum, Phys. Rev. D 74, 125003 (2006). 査読有
 - ⑫ K.-I. Kondo, A. Ono, A. Shibata, T. Shinohara and T. Murakami, Glueball mass from quantized knot solitons and gauge-invariant gluon mass, J. Phys. A: Math. Gen. 39, 13767-13782 (2006). 査読有

[学会発表] (計 8 件)

- ① 近藤 慶一, クォーク閉じ込めの最近の発展 (招待講演), 日本物理学会 第 63 回年次大会, 2008 年 3 月 25 日, 近畿大学 (東大阪市)
- ② K.-I. Kondo, Magnetic monopole loops supported by a meron pair as the quark confiner, Talk given at 8th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum (Confinement8), Mainz, Germany, 1-6 Sep 2008. e-Print: arXiv:0812.4026 [hep-th].
- ③ A. Shibata, K.-I. Kondo, S. Kato, S. Ito, T. Shinohara and T. Murakami, A New description of lattice Yang-Mills theory and non-Abelian monopoles as the quark confiner, Talk given at 26th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2008), Williamsburg, Virginia, 14-20 Jul 2008. e-Print: arXiv:0810.0956 [hep-lat].
- ④ A. Shibata, S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami, T. Shinohara and S. Ito, Toward gauge independent study of confinement in SU(3) Yang-Mills theory, POS(LATTICE-2007)331, Oct 2007. 7pp. Talk given at 25th International Symposium on Lattice Field Theory, Regensburg, Germany, 30 Jul- 4 Aug 2007. e-Print: arXiv:0710.3221 [hep-lat].
- ⑤ K.-I. Kondo, (Invited talk), Non-linear change of variables for the Yang-Mills theory: extracting gauge-invariant topological defects responsible for quark confinement, on 14 Aug 2007, in 'Strong Fields, Integrability and Strings' held at Isaac Newton Institute for

Mathematical Sciences, University of Cambridge, Cambridge U.K., organized by Nick Dorey and Simon Hands, 6 Aug to 24 Aug, 2007. <http://www.newton.ac.uk/webseminars/pg+ws/2007/sis/>

- ⑥ K.-I. Kondo, (Invited talk), A gauge-invariant mechanism for quark confinement and a new approach to the mass gap problem, in Proceedings of 2006 International Workshop on the Origin of Mass and Strong Coupling Gauge Theories (SCGT 06), Nagoya, Japan, 21-24 Nov 2006, organized by K.Yamawaki et al., pp.??-??, e-Print:hep-th/0702119 <http://www.eken.phys.nagoya-u.ac.jp/dsb04/frameset.html>?=
- ⑦ S. Kato, S. Ito, K.-I. Kondo, T. Murakami, A. Shibata and T. Shinohara, Quark confinement and gauge invariant monopoles in SU(2) YM, Talk given at 24th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2006), Tucson, Arizona, 23-28 Jul 2006. Published in PoS LAT2006:068, 2006. e-Print: hep-lat/0610032
- ⑧ A. Shibata, S. Ito, S. Kato, K.-I. Kondo, T. Murakami and T. Shinohara, Gluon mass generation and infrared Abelian dominance in Yang-Mills theory, Presented at 24th International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2006), Tucson, Arizona, 23-28 Jul 2006. Published in PoS LAT2006:074, 2006. e-Print: hep-lat/0610023

[その他]

- ① 近藤慶一：『「物理学者の考えること，数学者に期待すること」～Yang-Mills 理論の定式化とクォーク閉じ込め～』，数理科学，第 530 号，51-57 頁（2007）。
- ② 近藤 慶一，2006 年 11 月 10 日-11 日：「新潟大学・山形大学合同合宿型研究会」，山形県飯豊少年自然の家，招待講師，連続講義、2 日間（3 時間 x 2）「閉じ込め問題に関する最近の発展と今後の展望」，
- ③ 近藤 慶一，2007 年 5 月 24，25，26 日の 3 日間：立教大学 大学院集中講義，数理物理特論 1「Yang-Mills 理論とクォークの閉じ込め」，主な対象：大学院生、教員、近辺の研究所や大学の PD

- ④ 近藤 慶一，2007 年 6 月 13，20，27 日の 3 日間：東京大学 大学院集中講義，物理学特別講義 BIX（集中講義）「ゲージ場の量子論とクォークの閉じ込め」，主な対象：M1、M2

6. 研究組織

(1) 研究代表者

近藤 慶一 (KONDO KEI-ICHI)
千葉大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：60183042

(2) 研究分担者

柴田 章博 (SHIBATA AKIHIRO)
高エネルギー加速器研究機構・計算科学センター・講師
研究者番号：30290852

(3) 連携研究者

加藤 清考 (KATO SEIKO)
高松高専・一般教育科・准教授
研究者番号：50342564

伊藤 祥一 (ITO SHOICHI)
長野高専・電子情報工学科・准教授
研究者番号：10369978