

平成 22 年 4 月 23 日現在

研究種目：基盤研究(C)  
 研究期間：2006～2009  
 課題番号：18540305  
 研究課題名（和文）  
 格子ゲージ理論の新しい可能性  
 研究課題名（英文）  
 New possibilities in lattice gauge theory  
 研究代表者  
 鈴木 博 (Suzuki Hiroshi)  
 独立行政法人理化学研究所・川合理論物理学研究室・専任研究員  
 研究者番号：90250977

研究成果の概要（和文）：重力場中のフェルミオンやゲージアノマリーを持った理論の格子による非摂動的定式化、低次元の超対称ゲージ理論の格子定式化に関する理論的解析と数値シミュレーションに基づいた研究とを行った。最も特筆すべき成果は、2次元の  $N=(2,2)$  超対称 Yang-Mills 理論の格子定式化において、格子正則化によって壊された超対称性が連続極限で全て回復することを超対称性 Ward-高橋恒等式を数値的に測定することで確認したものである。

研究成果の概要（英文）：We studied nonperturbative lattice formulation of fermions in the gravitational field, anomalous gauge theories and low-dimensional supersymmetric gauge theories, on the basis of theoretical analyses and numerical simulations. As the most significant achievement, we confirmed in a lattice formulation of the two-dimensional  $N=(2,2)$  supersymmetric Yang-Mills theory that supersymmetry (which is broken by the lattice regularization) is restored in the continuum limit, by numerically measuring supersymmetric Ward-Takahashi identities.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,300,000	0	1,300,000
2007年度	600,000	180,000	780,000
2008年度	600,000	180,000	780,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	3,400,000	630,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：格子ゲージ理論・カイラル対称性・超対称性・非摂動的定式化・数値シミュレーション

## 1. 研究開始当初の背景

場の量子論は微視的世界の物理を記述するための基本言語であるが、高い対称性を持つ

場の量子論を摂動論を越えたレベルで定式化することは容易ではない。ゲージ対称性を持つ場の量子論の非摂動的定式化としては、現在のところ

格子定式化が唯一の系統的方法である。特に、量子色力学 (QCD) の格子定式化は、数値シミュレーションと組み合わせることで、ハドロンのスペクトラムやカイラル対称性の自発的破れなど、QCD の低エネルギー物理の解明にこれまで目覚ましい成果をあげてきた。そのため、格子定式化、より具体的には格子ゲージ理論をより広い範囲の場の量子論に適用しようとするのは極めて自然である。しかしながら、格子ゲージ理論の構成法においては対称性と関連した制約が極めて強く、重力理論、カイラルゲージ理論、超対称性理論など、物理的に高い関心を持たれながら、格子による定式化が困難な理論が存在することが古くから知られている。こうした状況のもと、Ginsparg-Wilson 関係式に基づくカイラルゲージ理論の格子定式化、低次元の超対称ゲージ理論の格子定式化の提案などが近年発表され、こうした理論の格子定式化を改めて考える機運が高まっているように思われた。

## 2. 研究の目的

上で述べたように、当研究は、格子ゲージ理論による場の量子論の第一原理からの非摂動的な研究の可能性を、これまで不可能であったより広い範囲の理論にまで広げることが目的とする。具体的には、重力理論、カイラルゲージ理論、超対称性理論など、物理的に高い関心を持たれながら、これまで非摂動的解析が難しかった理論の格子定式化を少しでも現実的なものとすべく研究を進めるものである。

## 3. 研究の方法

以下の研究成果で詳しく述べるように、理論的研究と数値実験による研究を組み合わせ研究を進めた。

## 4. 研究成果

(1) 重力理論の格子定式化に関連して、重力場中を伝播するフェルミ粒子を記述する格子上のディラック演算子で、いわゆる Ginsparg-Wilson 関係式を満たすものを構成した。この定式化は、カイラルアノマリーが有限の格子間隔の元でも位相的な性質を持つ点が特徴的である。実際、我々は、この定式化の連続極限が重力場中でのカイラルアノマリーの表式 (いわゆる Dirac genus) を再現することを示した。また、重力場中のマヨラナフェルミオンの定式化、ワイルフェルミオンの定式化、ローレンツ群の高い表現の実現などの議論も行った。一方、この定式化では一般座標不変性が明白ではなく、連続極限において果たして一般座標不変性が回復するかどうかという点は今後の課題である。

(2) カイラルゲージ理論の格子定式化に関連した研究として、 $8k+1$  次元におけるマヨラナフェルミオンを含む格子ゲージ理論における困難を考察した。これは、このフェルミオンから生じうる大域的ゲージアノマ

リーとの関連から示唆されるものであるが、そのゲージアノマリーの具体的な例は知られていなかった。我々は、格子理論での問題意識のもとに、このアノマリーの具体的な例を構成した。

(3) ゲージ異常項が存在するようなカイラルゲージ理論 (いわゆる anomalous gauge 理論) を Ginsparg-Wilson 関係式を満たす Dirac 演算子を用いて格子上で定式化した。こうした理論は (4 次元では) 繰り込み不可能なので基本理論とは考えにくい、cutoff を持つ低エネルギー有効理論としては意味があり、現象論的にも興味がある。我々は、格子上のゲージ場に裸の質量を持たせることにより、こうしたゲージアノマリーのある理論を格子上で非摂動的に定式化することに初めて成功した。

(4) 超対称性理論の定式化に関しては、以下に列挙する成果を得た: 超対称性の基本代数は無限小並進変換を含むが、一方で格子上では離散的な並進だけが実現できるため、超対称性理論の格子定式化は極めて難しい。近年この問題に対する理論的理解が進み、少なくとも低い時空次元の超対称性理論に対しては、連続極限で超対称性が回復する、という形で理論の定式化ができるのではないかと期待が持たれた。一つのシナリオとしては、連続極限で超対称性を回復させるのに必要な局所相殺項を前もって摂動論により評価しておくものがある。また、全ての超対称性変換のうち、冪零な部分代数の部分だけを厳密に保つ格子定式化を使うことで、残りの超対称性が連続極限で自動的に回復するというシナリオもある。以下で述べる様に、我々は特に 2 次元の  $N=(2, 2)$  超対称 Yang-Mills 理論の格子定式化を取り上げ、これを理論的・数値的に様々な角度から研究した。また、さらに進んで、その定式化の物理的問題への応用も試みた。

(5) まず、2 次元の超対称ゲージ理論の格子定式化を研究するにあたって、こうした理論を持つ性質を前もって理論的に押さえておくことは大変有用である。この問題意識に基づいた考察から、カイラル対称性に付随した保存カレントの 2 点関数が極めて広い範囲の 2 次元の超繰り込み可能な理論に対して厳密に決定できることを見いだした。これは、これらの理論におけるカイラル対称性の実現の仕方に強い制限を与える。

(6) 次に、鈴木・谷口により提案された 2 次元  $N=(2, 2)$  超対称 Yang-Mills 理論の格子定式化の数値シミュレーションを行った。この定式化は超対称性を回復させるための局所相殺項を前もって用意しておくものであり、超対称性は明白ではない。この定式化で、全ての超対称性が連続極限で回復するシナリオが実際に実現しているかどうかを調べることを目指したが、動的フェルミオンの効果を reweighting で取り入れたため、SN 比が極めて悪く、定量的な結論を得ることはできなかった。この定式化の系統的な研究は今後の研究課題として残されている。

(7) 一方、2 次元  $N=(2, 2)$  超対称 Yang-Mills 理論の格子定式化としては、杉野により提案され

たものがある。この格子定式化の特徴は、超対称性変換のうち冪零な部分を厳密に保っていることで、この厳密な部分超対称性（と大局的対称性）のお陰で連続極限では全ての超対称性が自動的に回復することが議論できる。具体的には、格子上で、超対称性に付随した Noether カレントの保存則（超対称性 Ward-高橋恒等式）に対応する式を導くことができ、その関係式に表れる格子による超対称性の破れの効果が連続極限で消えることが摂動論で示せる。ただし、この massless 理論の摂動論は赤外発散に満ちており、超対称性の回復に関する上の議論はかなり形式的なものである。体積が小さい系では、体積に対応したエネルギーの逆数を展開パラメータとすることで赤外発散を持たない摂動論を展開することもできるが、いずれにしろ、数値計算などを用いて超対称性の回復を非摂動論的に確認することは重要である。

(8) そこで我々は、この格子定式化における超対称 Ward-高橋恒等式を数値シミュレーションにより測定した。ここでは、動的フェルミオンの効果をきちんと取り入れる Rational Hybrid Monte Carlo (RHMC) 法に基づいたシミュレーションコードを開発し、スーパーコンピュータを利用した比較的規模の大きな数値実験を行った。その結果、有限の格子間隔では壊れていた超対称性が、連続極限では確かに全て回復している強い証左を得た。これは、格子ゲージ理論において、格子正則化が壊している超対称性の連続極限での回復を確認した、世界で初めての、そして現在のところ唯一の例であり、本研究課題における最大の成果であると考えている。これは、2次元という低い時空次元に対してではあるが、超対称ゲージ理論の格子定式化が確かに可能であることを非自明な例で検証した初めてのものである。

(9) そこで、この格子定式化を用いて、この超対称ゲージ理論の力学を非摂動論的に研究することが考えられる。超対称性理論において最も興味深い非摂動論的現象は、超対称性自身の自発的な破れである。我々は、この格子定式化が厳密に保つ冪零の部分超対称性に注目することで、真空のエネルギーを数値シミュレーションによって測定する方法を考案した。真空のエネルギーは超対称性の自発的破れの秩序パラメータである。そして実際に数値シミュレーションにより真空のエネルギーの測定を行った。この2次元の  $N=(2,2)$  超対称 Yang-Mills 理論では、超対称性が非摂動論的效果で自発的に破れるという理論的議論がある。一方で、我々のこれまでの数値計算の結果は超対称性が自発的に破れないことを示唆しており、両者の比較は大変興味深い。

(10) これ以外にも、2次元の  $N=(2,2)$  超対称 Yang-Mills 理論における物理的応用と

して、大局的対称性に付随した Noether カレント間の相関関数、基本表現の電荷間のポテンシャルエネルギーなどの物理量の数値シミュレーションによる測定も行い、従来なされていた理論的予想との比較を行った。このように、2次元という低い時空次元に対してではあるが、超対称ゲージ理論の格子定式化とそれに基づいた数値シミュレーションという全く新しい研究手法の可能性を実証することができたと自負している。

(11) これまで2次元の  $N=(2,2)$  超対称 Yang-Mills 理論を考察して来たが、この系に物質場が結合したものはさらに豊富な物理的内容を持つ。こうした系として、 $N$  個の基本表現超多重項を含む2次元の  $N=(2,2)$  超対称性  $U(k)$  ゲージ理論の格子定式化を提案した。この定式化は、同じ系の従来の定式化に比べて構造が比較的単純であり、数値シミュレーション上優位と考えている。この定式化に基づいた、離散的なカイラル対称性の破れや mass gap の生成などの非摂動論的物理の解析は今後の課題である。

(12) ここまでの成果は、超対称ゲージ理論に関するものであったが、ゲージ対称性を持たない低次元の Wess-Zumino 模型についても格子定式化の考察と提案を行った。具体的には、過去、Bartels-Bronzan によって提案されていた SLAC 微分を使った4次元の Wess-Zumino 模型の格子定式化は、4次元に対しては局所性の問題があるかもしれないが、3次元や2次元など低次元に適用した場合には全く問題がないことを議論した。この定式化の最大の特徴は、全ての超対称性を含む古典的対称性が格子上でも全て明白である点である。その一方で、局所性は明白ではないが、それは連続極限で回復することが議論できる。この定式化に基づいた数値実験も今後の課題である。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計15件)

- ① 加堂大輔、鈴木博、Supersymmetric nonperturbative formulation of the WZ model in lower dimensions, Physics Letters, B684, 167-172 (2010) 査読有
- ② 加堂大輔、鈴木博、SUSY WT identity in a lattice formulation of 2D  $= (2,2)$  SYM, Physics Letters, B682, 466-471 (2010) 査読有
- ③ 加堂大輔、杉野文彦、鈴木博、Lattice formulation of 2D  $N = (2,2)$  SQCD based on the B model twist, Nuclear Physics, B820, 99-115 (2009) 査読有
- ④ 金森逸作、鈴木博、Some physics of the two-dimensional  $N = (2,2)$  supersymmetric Yang-Mills theory: Lattice Monte Carlo study, Physics Letters, B672, 307-311 (2009) 査読有
- ⑤ 金森逸作、鈴木博、Restoration of

- supersymmetry on the lattice: Two-dimensional  $N = (2, 2)$  supersymmetric Yang-Mills theory、Nuclear Physics, B811, 420-437 (2009) 査読有
- ⑥ 金森逸作、鈴木博、杉野文彦、Euclidean lattice simulation for dynamical supersymmetry breaking、Physical Review, D77, 091502 (2008) 査読有
- ⑦ 金森逸作、鈴木博、杉野文彦、Observing dynamical supersymmetry breaking with euclidean lattice simulations、Progress of Theoretical Physics, 119, 797-827 (2008) 査読有
- ⑧ 深谷英則、金森逸作、鈴木博、瀧見友久、Numerical results of two-dimensional  $N=(2, 2)$  super Yang-Mills theory、Proceedings of Science, LAT2007, 264 (2007) 査読有
- ⑨ 菊川芳夫、鈴木博、Four-dimensional lattice chiral gauge theories with anomalous fermion content、Journal of Theoretical Physics, 0710, 018 (2007) 査読有
- ⑩ 鈴木博、Two-dimensional  $N = (2, 2)$  super Yang-Mills theory on computer、Journal of Theoretical Physics, 0709, 052 (2007) 査読有
- ⑪ 宗博人、早川雅司、鈴木博、Overlap fermion in external gravity、Proceedings of Science, LAT2006, 047 (2006) 査読有
- ⑫ 深谷英則、金森逸作、鈴木博、早川雅司、瀧見友久、Note on massless bosonic states in two-dimensional field theories、Progress of Theoretical Physics, 116, 1117-1129 (2007) 査読有
- ⑬ 早川雅司、宗博人、鈴木博、Overlap lattice fermion in a gravitational field、Progress of Theoretical Physics, 116, 197-215 (2006) 査読有
- ⑭ 早川雅司、鈴木博、Gauge anomaly associated to the Majorana fermion in  $8k+1$  dimensions、Progress of Theoretical Physics, 115, 1129-1136 (2006) 査読有
- ⑮ 宗博人、鈴木博、Zero-dimensional analogue of the global gauge anomaly、Progress of Theoretical Physics, 115, 467-471 (2006) 査読有
- [学会発表] (計5件)
- ① 鈴木博、Supersymmetry restoration in a small volume lattice、基研研究会「場の理論と弦理論」、2009年7月10日、京都大学基礎物理学研究所
- ② 鈴木博、2d  $N=(2, 2)$  SYM on computer、理研シンポジウム「場と弦の理論の新し

い展開に向けて」、2008年12月22日、理化学研究所和光キャンパス

- ③ 鈴木博、2d  $N=(2, 2)$  SYM in the machine、Niels Bohr International Academy workshop「Lattice Supersymmetry and Beyond」、2008年11月27日、デンマーク国ニールスボーア研究所
- ④ 鈴木博、Tomboulisの閉じ込めの証明について、基研研究会「量子場理論と弦理論の発展」、2008年7月28日、京都大学基礎物理学研究所
- ⑤ 鈴木博、Two-dimensional  $N = (2, 2)$  super Yang-Mills theory on computer、基研研究会「弦理論と場の理論—量子と時空の最前線」、2007年8月10日、近畿大学
- [図書] (計3件)
- ① 鈴木博、日本物理学会、日本物理学会誌Vol. 61 No. 11 解説「格子ゲージ理論におけるカイラル対称性の実現」、(2006)、807-814
- ② 鈴木博、サイエンス社、数理科学No. 541「場の量子論の考え方」、(2008)、6-11
- ③ 鈴木博、福井隆裕、サイエンス社、臨時別冊・数理科学 多彩な量子の世界「物性物理学におけるボゾン化法 量子異常の視点から」、(2010)、104-111

[その他]  
プレスリリース

- ① 素粒子の世界の真空エネルギーをコンピュータで計算—超対称性の自発的破れの可能性を数値シミュレーション—、2008年4月22日、  
<http://www.riken.go.jp/r-world/info/release/press/2008/080422/detail.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

鈴木 博 (Suzuki Hiroshi)

独立行政法人理化学研究所・川合理論物理学研究室・専任研究員

研究者番号：90250977

### (2) 研究分担者

### (3) 連携研究者