

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006～2008

課題番号：18560055

研究課題名（和文） マーカ粒子特性有限要素法による大変形統一解析手法の開発

研究課題名（英文） Development of general numerical procedure for large deformation problems by the marker integration Eulerian finite element method

研究代表者

山田 貴博（YAMADA TAKAHIRO）

横浜国立大学・大学院環境情報研究院・教授

研究者番号：40240022

研究成果の概要：本研究課題は、マーカ粒子と空間固定メッシュを併用する研究代表者等が開発したマーカ粒子特性有限要素法を汎用的な計算手法へ発展させることを目的としたものであった。研究期間において、本計算手法をゴム材料で現れる超弾性体と非圧縮流体への適用を可能とした。また、準静的問題に対する計算手法と3次元問題へ適用するための数値積分手法の開発も行った。その結果、様々な大変形問題へ適用可能な数値計算手法の構築に成功した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,000,000	0	1,000,000
2007年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	3,400,000	720,000	4,120,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎 ・ 工学基礎

キーワード：Euler型解法，マーカ粒子法，有限要素法，大変形問題，統一解法，非圧縮材料，超弾性体，粘性流体

1. 研究開始当初の背景

理工学において、領域形状が大きく変化する大変形問題が様々な形で現れる。代表的な大変形問題としては、塑性加工や切削加工などの問題に対応する弾塑性固体の大変形問題、ゴム材料の問題に対応する超弾性の大変形問題、および容器中の液面の揺動や遡上する波頭の問題に対応する流体の自由表面問題が挙げられる。これらの問題に対する数値計算手法としては、基本的に固体に対してはLagrange型記述に基づく方法、流体に対してはEuler型記述に基づく方法が従来は用いら

れ、個々の問題毎に計算手法の開発が行われてきた。しかしながら、これらの問題は基本的には共通の物理的設定、数学的構造を有しており、適切な近似を構築することにより、統一的な数値解析手法を構築することが可能であると考えられる。

このような問題に対して、研究代表者等はLagrange型記述を表わすマーカ粒子を用い、空間に固定されたEulerメッシュ上で特性Galerkin法に基づき運動方程式の近似を行うマーカ粒子特性有限要素法を開発している。この手法は加工シミュレーションを実現

するための弾塑性体の大変形問題を取り扱う手法として当初は開発を行っていた。しかしながら、その具体的な定式化の数理構造、数値計算手法としての特性が明らかになることにより、超弾性体や流体等に対しても適用可能な手法であることが分かってきた。

そこで、本研究課題ではマーカ粒子特性有限要素法を、種々の固体および流体の大変形問題に対して適用可能な統一的な計算手法へ発展させることを目標に研究を行った。

2. 研究の目的

本研究課題は、弾塑性体に対して開発されたマーカ粒子特性有限要素法を拡張し、統一的な大変形問題の数値計算手法へ発展させることを目的とするものである。本研究課題では、対象とする物質の材料構成則と時間発展に対するモデル化について拡張したマーカ粒子特性有限要素法を開発する。

本研究で検討する具体的な材料としては、従来の研究で対象としていた弾塑性体に加え、ゴム弾性体の材料モデルである超弾性体と非圧縮粘性流体への適用を考える。

また、本研究で検討する時間発展に対するモデル化としては、従来の計算手法が高速変形を主な対象としたものであったのに対して、本研究では慣性項の影響が無視できる準静的問題を取り扱うことのできる計算手法を開発する。

さらに、従来の研究では2次元問題を対象としたものであったのに対して、本研究課題では3次元問題への適用を行う。

3. 研究の方法

本研究でマーカ粒子特性有限要素法提案する拡張するための定式化と対応する数値計算アルゴリズムの開発を行い、その定式化・アルゴリズムに基づく数値計算プログラムを作成し、実際の数値計算によって計算手法の数値特性と妥当性の検証を行う。上述の研究目的に対して、以下のように問題設定を行い、研究を進めた。

(1) 超弾性体への拡張

超弾性体の材料構成則が初期形状を基準として変形後形状までの全変形を表す変形テンソルの関数として表されることから、これまで開発してきた速度型構成則によって表される弾塑性体に対する手法とは異なる構成則の取り扱いが必要となる。

本研究では、研究代表者が超弾性体の有限要素解析においてメッシュの再配置を行うために開発した **updated Lagrange** 型の超弾性構成則の評価手法を本研究で提案する手法に適用する。

また、超弾性体は、大変形時に非圧縮性を呈することから、非圧縮条件を拘束条件とし

て導入した定式化とその定式化に整合する近似を構成した数値計算手法を用いなければならない。弾塑性体に対する手法においても、塑性変形に対しては非圧縮性が成り立つことから、非圧縮に近い材料に対して適切な近似となるよう、**B-bar** 投影法を用いた有限要素スキームを適用している。したがって、弾塑性体の場合と有限要素スキームを用いれば、非圧縮に近い超弾性体を取り扱うことができるが、完全な非圧縮性を満足する手法も有用である。そこで、非圧縮拘束条件に対する **Lagrange** 乗数である圧力を独立な自由度として導入した非圧縮体に対するマーカ粒子特性有限要素法の定式化と有限要素スキームを開発する。

(2) 非圧縮粘性流体への拡張

非圧縮超弾性体に対する計算手法を修正することにより、ニュートン流体の構成則を用いた非圧縮粘性流体を取り扱う手法へ拡張する。ニュートン流体では、応力がひずみ速度によって決定されるため、固体の問題で用いてきた時間に関する2次精度中心差分とは異なる時間積分を導入する必要がある。そこで、本研究では2次精度のクランク-ニコルソン法を基礎とした時間積分を検討する。

(3) 準静的問題への拡張

塑性加工の問題や超弾性体の問題においては、変形の速度が大きくなり、慣性項が無視できる準静的問題としての定式化が適切となる場合も多い。そこで、時間依存の問題に対して定式化されているマーカ粒子特性有限要素法を準静的問題へ拡張する。

(4) 3次元問題への適用

本手法で重要となる物質領域の面積の計算では、2次元問題を主な対象とし、領域境界上に配置されたマーカ粒子で構成される多角形領域を幾何学的に認識することにより行ってきた。しかしながら、このような手法を3次元問題に拡張したアルゴリズムを構成するのは困難であった。そこで、マーカ粒子の分布を利用し、3次元空間における物質領域の体積を数値積分により計算する手法を開発する。

4. 研究成果

(1) 超弾性体への適用

マーカ粒子特性有限要素法において超弾性体を取り扱うため、研究代表者が提案している **updated Lagrange** 型の超弾性構成則の評価手法を本研究で提案する手法に適用した。この超弾性構成則の評価手法では、相対変形勾配テンソルを積の形で積分することにより、**Euler** 型変形記述の枠組みで全変

形に対する変形勾配テンソルが求められることを利用している。その結果、エネルギー密度関数で定義された超弾性構成則にしたがって、変形テンソルから応力を直接求めることが可能となった。

超弾性体における非圧縮性の取り扱いとしては、非圧縮拘束条件に対する Lagrange 乗数である圧力を独立な自由度として導入した非圧縮体に対するマーカー粒子特性有限要素法の定式化と有限要素スキームを開発した。特に、要素領域の一部分のみが物質領域となる要素においても、非圧縮条件が適切に課されるよう、解析領域全体に非圧縮条件を課し、物質が存在しない領域には、人工的な拡散項を導入するスキームを提案した。

上述のように定式化された数値計算手法について、実際に2次元の動的問題に対するプログラムを作成した。構成則としては、ゴム材料を想定し、Mooney-Rivlin 材料を用いた。開発されたプログラムを用いて、代表的な大変形問題の数値計算を行い、手法の数値特性を把握するとともに、本研究で提案するアプローチの有効性を確認した。

(2) 非圧縮粘性流体への適用

開発された非圧縮体に対する計算手法に基づき、ニュートン流体の構成則を用いた手法に拡張した。本研究では、数値安定性の観点から2次精度時間積分法であるクランク-ニコルソン法を適用した。このとき、ニュートン流体では、応力がひずみ速度によって決定されるため、速度を未知数とする運動方程式には慣性力による項の他に粘性による項が行列に現れるものとなった。このような定式化に対して、本研究では、メッシュを用いて運動方程式を解く際に、粘性項に対応する係数行列を含む陰的な解法を用いた手法を開発した。

上述の数値計算手法について、3次元の非圧縮粘性流体の自由表面問題を対象とするプログラムを作成した。3次元化においては、マーカー粒子を積分点とする数値積分において、積分重みの決定アルゴリズムが非常に複雑となることから、非圧縮性からマーカー粒子の分布がほぼ一定となることを仮定し、一定重みによる計算アルゴリズムの検討を行った。開発されたプログラムを用いて、代表的な自由表面問題であるダムブレイク問題の数値計算を行い、手法の数値特性を把握した。

(3) 準静的問題への適用

動的問題として定式化し、アルゴリズムを構築してきたマーカー粒子特性有限要素法を準静的問題へ拡張した。得られた準静的問題に対する計算法は、メッシュフェーズで通常のメッシュを変形させる Lagrange 型大変形解析を行い、マーカーフェーズでマーカー粒子上

への物理量の補間を介して、異なるメッシュを接続する一種の rezoning 手法に基づくものとなった。

上述の数値計算手法について、2次元の弾塑性体を対象とするプログラムを作成し、いくつかの数値計算例を用いて、手法の数値特性を評価した。メッシュフェーズにおいては、非線形のつり合い方程式の求解に対して陽的時間積分として反復を用いない場合に比べ、Newton 法による反復計算を適用した方が数値的に安定となることが確認された。

(4) 3次元問題への適用

3次元問題に適用可能な物質領域の体積計算アルゴリズムとして、領域内部のマーカー粒子と境界マーカー粒子を用いて代数的に領域内部の判定を行う手法を導入し、発散定理に基づく数値積分により物質領域の体積を計算する手法を開発した。

開発された体積評価アルゴリズムに基づく2次元問題に対する数値計算プログラムを作成し、手法の妥当性を評価した。数値計算結果から、新しい体積評価アルゴリズムは2次元問題において十分な精度で体積を計算できることが分かった。また、3次元問題についても、体積計算アルゴリズムの部分のプログラムを作成し、本手法の3次元問題における有効性も確認した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計12件)

- (1) 山田貴博, 松井和己, 準静的大変形解析に対するマーカー積分有限要素法, 計算工学講演会論文集, 査読無, Vol. 14, No. 2, 2009, 761-764
- (2) Takahiro Yamada, Kazumi Matsui, Marker Integration Eulerian Finite Element Method for Large Deformation Problems of Solid, 15th International Conference on Finite Elements in Flow Problems, Abstracts, 査読無, 2009, 116
- (3) 山田貴博, 波動方程式に対する Galerkin 法に基づく数値計算手法の特性評価, 応用力学論文集, 査読有, Vol. 11, 2008, 117-121
- (4) Takahiro Yamada, Kazumi Matsui, CHARACTERISTIC GALERKIN FINITE ELEMENT METHOD WITH MARKER PARTICLE INTEGRATION FOR METAL FORMING, Proceedings of 8th World Congress on Computational Mechanics, 査読無, 2008, CD-ROM
- (5) 山田貴博, 松井和己, マーカー積分有限

- 要素法による準静的大変形解析, 第 2 1 回計算力学講演会 CD-ROM 予稿集, 査読無, 2008, CD-ROM
- (6) 山田貴博, 松井和己, マーカ積分有限要素法による準静的弾塑性解析, 第 57 回理論応用力学講演会講演予稿集, 査読無, 2008. 611-612
- (7) Takahiro Yamada, Kazumi Matsui, Marker Integration Eulerian Finite Element Method for Large Deformation Problems of Solid, Proceedings of the first African Conference on Computational Mechanics, 査読無, 2008, CD-ROM
- (8) 山田貴博, 波動方程式に対する数値計算スキーム設計について, 計算工学講演会論文集, 査読無, Vol.13, No.1, 2008, 31-34
- (9) Takahiro Yamada, Kazumi Matsui, Eulerian Finite Element Method with Marker Integration for Large Deformation Problem of Solid, Next 20 years of Computational Structural Engineering, Proceedings, 査読無, 2008, 51-56
- (10) 山田貴博, 松井和己, 非圧縮超弾性体に対するマーカ積分特性有限要素法, 計算工学講演会論文集, 査読無, Vol.12, No.2, 2007, 27-30
- (11) 大林陽, 山田貴博, 固体の大変形解析のためのマーカ積分特性有限要素法, 計算工学講演会論文集, 査読無, Vol.11, No.2, 2008, 423-427
- (12) 山田貴博, 松井和己, マーカ積分特性有限要素法の超弾性体への適用, 第 56 回理論応用力学講演会講演予稿集, 査読無, 2007, 167-168

[学会発表] (計 10 件)

- (1) 山田貴博, 準静的大変形解析に対するマーカ積分有限要素法, 計算工学講演会, 2009 年 5 月 13 日, 東京, 東京大学
- (2) Takahiro Yamada, Marker Integration Eulerian Finite Element Method for Large Deformation Problems of Solid, 15th International Conference on Finite Elements in Flow Problems, 2009 年 4 月 3 日, 東京, 駿河台記念館
- (3) Takahiro Yamada, Marker Integration Eulerian Finite Element Method for Large Deformation Problems of Solid, 1st African Conference on Computational Mechanics, 2009 年 1 月 9 日, 南アフリカ, サンシテイ, サンシテイ国際会議場
- (4) 山田貴博, マーカ積分有限要素法による準静的大変形解析, 第 21 回計算力学

講演会, 2008 年 11 月 2 日, 沖縄, 琉球大学

- (5) 山田貴博, 波動方程式に対する Galerkin 法に基づく数値計算手法の特性評価, 応用力学シンポジウム, 2008 年 9 月 9 日, 仙台, 東北大学
- (6) Takahiro Yamada, CHARACTERISTIC GALERKIN FINITE ELEMENT METHOD WITH MARKER PARTICLE INTEGRATION FOR METAL FORMING, 8th World Congress on Computational Mechanics, 2008 年 7 月 4 日, イタリア, ベニス, ベニス国際会議場
- (7) 山田貴博, マーカ積分有限要素法による準静的弾塑性解析, 第 57 回理論応用力学講演会, 2008 年 6 月 12 日, 東京, 日本学術会議
- (8) 山田貴博, 波動方程式に対する数値計算スキーム設計について, 計算工学講演会, 2008 年 5 月 19 日, 仙台, 仙台市民会館
- (9) Takahiro Yamada, Eulerian Finite Element Method with Marker Integration for Large Deformation Problem of Solid, International Symposium Next 20 years of Computational Structural Engineering, 2008 年 4 月 17 日, 韓国, ソウル, ソウル国立大学
- (10) Takahiro Yamada, Marker integration characteristic Galerkin finite element method for hyperelasticity, ICCM 2007, 2007 年 4 月 4 日, 広島, 広島国際会議場

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山田 貴博 (TAKAHIRO YAMADA)

横浜国立大学・大学院環境情報研究院・教授
研究者番号: 40240022

(2) 研究分担者

松井 和己 (KAZUMI MATSUI)

横浜国立大学・大学院環境情報研究院・講師
研究者番号: 00377110

(3) 連携研究者