

平成 21 年 4 月 2 日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18740012

研究課題名（和文） ホッジ理論、混合モチーフ、レギュレーターの研究

研究課題名（英文） Hodge theory, mixed motives and regulator

研究代表者

朝倉 政典 (ASAKURA MASANORI)

北海道大学・大学院理学研究院・准教授

研究者番号：60322286

研究成果の概要：

P進局所体上の楕円曲面の K_2 についてのテイト予想について実質的な成果をあげることができた。また、その結果、 K_1 の p 進レギュレーターについて、非消滅のための数値的な条件を得ることができた。これらの結果を応用することで、0 サイクルのなすチャウ群のねじれ部分群が有限になるような曲面の例を構成することに成功した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,100,000	0	1,100,000
2007年度	700,000	0	700,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,500,000	210,000	2,710,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：ホッジ理論、混合モチーフ、レギュレーター、代数K理論

1. 研究開始当初の背景

混合モチーフとはグロタンディークによって考えだされ、その後、多くの一流数学者、ドリーニュやベイリンソンたちといった人たちによって、一般化ないし深化された理論である。

しかしながら、多くの数学者たちの努力にもかかわらず、未解決の課題が山積している状

況である。これらの課題がすべて解決されたあかつきには、代数幾何学のみならず整数論へも多くの深い応用が可能である。従ってこのような理論の実現はすべての数論幾何学者ないし代数幾何学者たちの夢であるといっても過言ではない。21世紀においてもっとも重要な研究分野のひとつとして多くの研究が待たれる状況である。

一方で、扱われている問題は、極めて難解な

問題が多い。本研究の主要な研究テーマである、代数 K 理論とレギュレーターにおいても、ベイリンソン予想と呼ばれる、極めて困難な未解決問題が存在している。この問題は、レギュレーターと L 関数の特殊値というまったく素性の異なるふたつの対象を結びつける問題であり、十分な成果が得られているとはいえない状況である。また、ホッジ予想やテイト予想についても、これまでのところ成果にとぼしく、今後の活発な研究が待たれる。

2. 研究の目的

本研究では特に、代数 K 理論のホッジ予想およびテイト予想の解決を目指している。この問題は、レギュレーターの非消滅と深くかかわっており、従って、そういった方向への応用、具体的には、ベイリンソン予想、ブロック・加藤予想への応用が可能である。そしてそれらの研究成果を積み上げることによって、混合モチーフの理論の確立への着実な進歩を得たいと考えている。本研究では、さらに p 進 L 関数についても研究している。すなわち、 p 進レギュレーターと p 進 L 関数は深く関わっており、それについては、岩澤理論やガロア表現の研究が関係している。それについても深く追究している。

3. 研究の方法

モチーフに関するさまざまな予想・未解決問題の一般的解決はまだ当分は難しいと思われる。本研究では特に、楕円曲面の K_2 群について詳しく研究し、ホッジ予想およびテイト予想の解決へむけて、取り組んでいる。この問題はレギュレーターと深く関わっており、具体的である一方、深い成果が得られる。このように一般的解決が非常に困難な問題を扱う場合、具体例の計算はとても重要である。楕円曲面の場合、モジュラー曲面など計算しやすいものが数多くある。それらを詳細に計算することで、結果を予想しさらにそれを証明するというを行う。これによって、新しい発見が得られることもあるし、興味深い具体例が構成できたりする。一般的解決も大切だが、着実な進歩を得るためには、このような具体的な

計算も大切であり、本研究では、そのことにも同様に力を入れている。特に p 進レギュレーターについては、 p 進 L 関数との関係を考慮しつつ、研究している。

4. 研究成果

P 進局所体上の楕円曲面の K_2 についてのテイト予想について実質的な成果をあげることができた。具体的には、テイト予想を満足する楕円曲面の具体例を数多く構成した。これは、テイト曲線の K_2 群についての深い研究がベースになっていて、新しい手法である。さらにこの結果を応用することで、 K_1 群の中に不分解元を大量に構成することにも成功した。不分解元とは、Bloch-加藤予想などを考えるとき、もっとも重要になってくる元であり、構成するのも難しいが、その p 進レギュレーターが消えないことを示すのも大変難しい。本研究では、その部分について、本質的な成果をあげることができた。その結果として、 0 サイクルのなすチャウ群のねじれ部分群が有限になる局所体上の曲面の例をつくることに成功した。このような例の構成はこの分野の専門家が何度もトライした問題だったが、われわれ以外にできたものはいないことを付記しておく。

また、 p 進 L 関数と p 進レギュレーターの関係についても深く研究している。これについては、Coleman-de Shalitの研究など、先駆的な研究が存在するが、まだまだわからないことが多いのが実状である。本研究でも、そのことについては現在も研究継続中である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件) (すべて査読つき)

1.

M.Asakura and K.Sato

Beilinson's Tate conjecture for K_2 : a survey and examples. Proceedings of TIFR (掲載決定).

2.

M.Asakura

Local units are generated by certain cyclotomic units.

京都大学数理解析研究所講究録別冊 (掲載決定).

3.
M. Asakura
Correction to “Surjectivity of p-adic regulators on K_2 of Tate curves” .
Invent. Math. 172 (2008), no. 1, 213--229.
 4.
M. Asakura and S. Saito,
Maximal components of Noether-Lefschetz locus for Beilinson-Hodge cycles.
Math. Ann. 341 (2008), no. 1, 169--199.
 5.
M. Asakura and S. Saito,
Surfaces over a p-adic field with infinite torsion in the Chow group of 0-cycles.
Algebra Number Theory 1 (2007), no. 2, 163--181.
 6.
M. Asakura and S. Saito,
Beilinson's Hodge Conjecture with Coefficients.
in Algebraic cycles and Motives Volume 2 (for J. Murre's 75th Birthday),
London Math. Soc. Lecture Note Ser. 344,
Cambridge Univ. Press,
(2007), 3--37.
 7.
M. Asakura,
Surjectivity of p-adic regulators on K_2 of Tate curves.
Invent. Math. 165 (2006), 267--324.
 8.
M. Asakura and S. Saito,
Noether-Lefschetz locus for Beilinson-Hodge cycles I.
Math. Z. 252 (2006) 251--273.
 9.
M. Asakura and S. Saito,
Generalized Jacobian rings for open complete intersections.
Math. Nachr. 279 (2006), no. 1-2, 5--37.
- [学会発表] (計 5 件)
1.
M. Asakura
An elliptic $K3$ surface over \mathbb{Q}_p with finitely many torsion 0-cycles.
Workshop: Industrious Number theory
KIAS (韓国高等研究所)

- 2009年3月11-13日
2.
M. Asakura
Non-vanishing of p-adic regulator on K_1 of elliptic surface.
Algebraic geometry seminar
KAIST (韓国工科大学)
2009年1月12-13日
 3.
M. Asakura
Nonvanishing of p-adic regulator on K_1 of Elliptic surface.
Arithmetic geometry seminar
at Regensburg university.
2008年10月31日
 4.
M. Asakura
Beilinson's Tate conjecture on K_2 of elliptic surface
Workshop: Algebraic cycles, motives and Shimura variety,
TIFR (タタ研究所)
2008年1月3-13日
 5.
M. Asakura, Chow group of 0-cycles on surface over a p-adic field with infinite torsion subgroup,
国際シンポジウム “Motives, related topics, applications 2007” ,
広島大学, 2007年3月5-9日.
6. 研究組織
- (1)研究代表者
朝倉 政典 (Masanori Asakura)
北海道大学・大学院理学研究院・准教授
研究者番号: 60322286
 - (2)研究分担者
なし
 - (3)連携研究者
なし