

平成21年5月8日現在

研究種目：若手研究（B）
 研究期間：2006～2008
 課題番号：18740226
 研究課題名（和文）：EAスピングラスにおける温度カオス効果、及びそのダイナミクスへの影響
 研究課題名（英文）：Temperature Chaos in the EA Spin Glasses and its effect on dynamics
 研究代表者
 佐々木 志剛（SASAKI MUNETAKA）
 東北大学・大学院工学研究科・助教
 研究者番号：80400282

研究成果の概要：

最初に、連続スピン型のEAスピングラス（近接スピンとのみ相互作用するスピングラス）において温度カオス（熱平衡状態のカオス的な温度依存性）の存在を示唆する結果を得た。次に、温度カオスがある系でもダイナミクスにおけるメモリー効果が存在しうることを示した。また、イジングEAスピングラスにおける磁場中スピングラス相の不在を示した。最後に、長距離相互作用系のための新しいモンテカルロ法の開発とその応用を行った。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,500,000	0	1,500,000
2007年度	700,000	0	700,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,900,000	210,000	3,110,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 数理物理・物性基礎

キーワード：スピングラス、フラストレーション系、温度カオス効果、メモリー効果、若返り、エイジング現象、統計力学、計算物理

1. 研究開始当初の背景

一般に、スピングラス・ガラス・ポリマーといったガラス的な系の秩序状態は、強磁性体などの規則系の秩序状態よりもずっと弱く、微妙なバランスの上に成り立っている。そのためこれらの系では、磁場・温度などのわずかな変化によって系の熱平衡状態（例えばスピングラスの場合であればスピンの凍結パターン）ががらりと変化してしまう、いわゆるカオス効果が存在する可能性があり、

実際に幾つかのガラス的な系ではその存在が確認されている。そして申請者は、本研究課題を行う前に、数値的実空間繰り込み群の手法をイジングEAスピングラス（ d 次元立方格子上の、最近接スピンとのみ相互作用するイジングスピングラス）に適用することにより、同モデルにおける温度カオスの存在を明確に示す結果を得ることに成功している（Sasaki *et al.*, 2005）。

他方、スピングラスの非平衡ダイナミクスは「若返り」と「メモリー効果」という2つ

の特徴を持つことで知られている。最初に、スピングラスのサンプルを転移温度以下のある温度 T に保つと長時間緩和が観測されるのだが、そこから温度をわずかに下げると、これまでの緩和とは全く別の、出直しの急激な緩和が観測される。これが「若返り」である。しかし一方で、系は温度 T においてどこまで緩和が進んでいるのかをしっかりと覚えており、温度を T に戻してやると温度を下げる直前のところから緩和を再開する「メモリー効果」が観測される。

この若返りを引き起こしている有力な原因の1つとして前述の温度カオスが考えられている。しかし、この若返りとメモリー効果を説明する理論的シナリオは他にも考えられており、また温度カオスとメモリー効果がどのように両立しうるのかについてはっきりとした答えが得られていないこともあり、この2つの現象に対する理論的解釈は確立していないというのが研究開始当初の状況である。

2. 研究の目的

このような状況を踏まえ、本研究では以下の課題を研究目的とした。

(1) 連続スピン型 EA スピングラスにおける温度カオスの有無の検証

「研究開始当初の背景」の欄において述べたように、イジング EA スピングラスについては、申請者により温度カオスの存在を明確に示す結果が得られているが、XY スピンやハイゼンベルクスピンを持つ、連続スピン型の EA スピングラスでは温度カオスの存在を明確に示唆する結果はこれまでに得られていない。そこで、イジングスピングラスの研究において用いた数値的実空間繰り込み群の手法を適用することにより、連続スピン型の EA スピングラスにおける温度カオスの有無を検証する。

(2) 温度カオスと若返り・メモリー効果の関係を明らかにするための研究

「研究開始当初の背景」の欄において述べたように、スピングラスの非平衡ダイナミクスにおいて観測されている「若返り」は温度カオスとの関連が示唆されているが、温度カオスとメモリー効果がどのように両立しうるのかなどについてははっきりとした答えが得られていない。そこで、温度カオスの性質を持つモデルにおいて若返りとメモリー効果が観測されるのかどうかを検証し、もし観測されるのであればそのメカニズムを明らかにする。

(3) 磁場中スピングラス相の有無の検証

前述のようにスピングラスの秩序状態は非常にもろく、その結果、わずかな温度変化によって熱平衡状態ががらりと変わる温度カオスが観測されるわけだが、関連する興味深い問題として、スピングラス秩序が磁場に対して安定かどうかという問題がある。平均場スピングラスにおいては磁場中スピングラス相が存在することがすでに示されているのだが、より現実的な、最近接スピンとのみ相互作用をする EA スピングラスについては磁場中スピングラス相が存在するのかどうか、はっきりとした結論が得られていない。そこで、数値的実空間繰り込み群の手法を磁場中スピングラスの問題に適用し、同モデルにおける磁場中スピングラス相の有無を検証する。

(4) 長距離相互作用を持つランダムスピン系における温度カオスの有無の検証

スピングラスの中には RKKY スピングラスや粒子配置がランダムな磁気双極子系など、長距離相互作用を持つものが幾つか存在するが、これらのモデルが最近接スピンとしか相互作用をしない EA スピングラスと同様に温度カオスの性質を持つかどうかは興味深い問題である。そこで、これらの系における温度カオスの有無の検証を目的とした研究を行なう。

3. 研究の方法

(1) 数値的実空間繰り込み群法

この手法は「研究の目的」の欄における(1)と(3)の研究において用いた。この手法では図1に示したような、一辺 L の d 次元立方格子上の EA スピングラスと、2つの boundary spin $S_L \cdot S_R$ から成り立つ系を取り扱う。そして、この2つの boundary spin 間に

$$H^{eff} = J^{eff} S_L S_R - H_R^{eff} S_R - H_L^{eff} S_L$$

という有効ハミルトニアンが働いていると考える。ゼロ磁場では右辺第2項と第3項は0とする。この方法では、モンテカルロ法によって2つの boundary spin に関する確率 $P(S_L, S_R)$ を測定し、式

$$P(S_L, S_R) \propto \exp[-\beta H^{eff}(S_L, S_R)]$$

に従って有効カップリング J^{eff} と有効磁場 $H_R^{eff} \cdot H_L^{eff}$ を評価する。ここで β は逆温度。この手法では、有効カップリングの温度依存性を調べることにより温度カオスの有無を、有効カップリングの磁場・サイズ依存性を調べることにより磁場中スピングラス相の有無を調べることができる。

一般にスピングラスは緩和が遅く、系がなかなか熱平衡状態に達しないため、レプリカ交換モンテカルロ法を併用することで緩和の促進を行なっている。また2つの boundary

spin は境界周辺の多くのスピンと相互作用をしているために特に緩和が遅くなるという問題もあるのだが、福島によって提案された boundary flip 法 (hukushima 1999) を用いることでこの問題を回避するという工夫も行なっている。

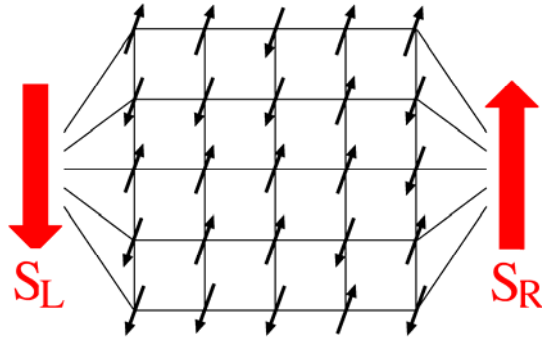


図 1 : 数値的実空間繰り込み群の手法で取り扱われるモデル

(2) マスター方程式の数値的厳密解法

当初申請者は、E A スピングラスにおいて「研究の目的」の欄の(2)の研究を行なうことを計画していたが、シミュレーションで調べられる時間スケールでは若返りの兆候が捕らえられなかったので、Sinai モデルと呼ばれる、一次元のランダムポテンシャルを持つモデルに対してこの研究を行なった (図 2 参照)。そしてその際に、マスター方程式に現れる遷移確率行列を数値的に対角化することにより、同モデルのダイナミクスを数値的に厳密に解いている。この工夫により、E A スピングラスのシミュレーションでは行なえなかった、実験と同程度の、非常に長いタイムスケールのダイナミクスを調べることが可能となった。

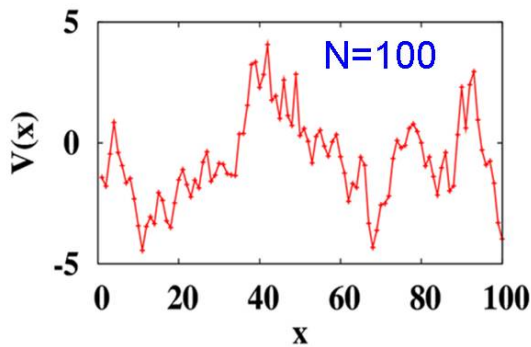


図 2 : Sinai モデルのポテンシャル。場所 $i+1$ のポテンシャル V_{i+1} は、場所 i のポテンシャル V_i に平均 $0 \cdot$ 標準偏差 σ_E のガウス乱数を加えることにより与えられる。

(3) 確率的カットオフ法

研究目的の欄の(4)の研究で取り扱う長距離相互作用系は、各々のスピンが他の全てのスピンと相互作用をしているため、1 モンテ

カルロステップあたり N^2 オーダーの計算時間がかかってしまうという問題がある (ここで N はスピン数)。そこで申請者は、長距離相互作用系のために、確率的カットオフ法と呼ばれる新しい手法を開発した。この手法を用いると、1 ステップ当たりの計算時間は N オーダーへと大幅に削減することが可能である。しかもこの手法は、詳細釣り合いの条件を厳密に満たしており、近似のないモンテカルロ法となっている。本研究ではこの手法を用いて長距離相互作用を持つランダムスピン系の研究を行なった。

4. 研究成果

本研究では、「研究の目的」で述べた 4 つの研究について、以下の成果を得ることに成功した。

(1) 連続スピン型 E A スピングラスにおける温度カオスの有無の検証

この研究では、3次元 XY スピングラスに対して数値的実空間繰り込み群の手法を適用し、温度カオスの有無を検証した。具体的には、モンテカルロシミュレーションによって二つの boundary spin の相対角度 $\theta_L - \theta_R$ の分布を測定した。その結果を示しているのが図 3 である。高温では $\theta_L - \theta_R = 0$ 近傍にピークが表れているのに対し、低温ではピーク位置がシフトしており、これは温度カオスの兆候であると考えられる。ただし、これはある 1 サンプルの結果であり、ピーク位置の変化しないサンプルも観測された。また、相対角度の分布を得るためには非常に長いモンテカルロシミュレーションをする必要があるため、今回の研究では小さな系 (スピン数 216 まで) しか調べられておらず、そのため有限サイズスケーリングにより温度カオスの存在を明確な形で検証するところまで至らなかった。この点は今後の課題である。

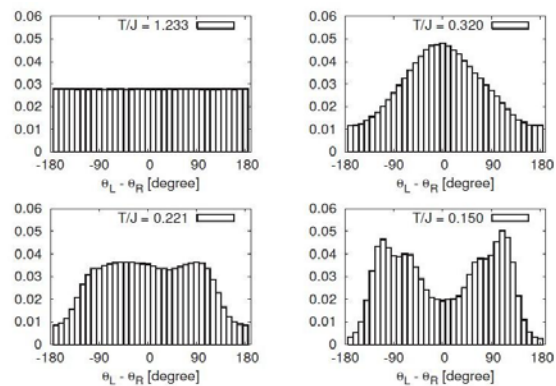


図 3 : あるサンプルにおける、2 つの boundary spin の相対角度の分布。スピン数は 216。左上から右下にいくに従って温度が

下がっている。測定に要したモンテカルロステップ数は200万。

(2) 温度カオスと若返り・メモリー効果の関係を明らかにするための研究

「研究の目的」の(2)で述べたように、E A スピングラスのシミュレーションでは若返りの兆候が捕らえられなかったので、Sinaiモデルと呼ばれる、一次元のランダムポテンシャルを持つモデルに対する研究を行なった。その結果を示しているのが図3である。スピングラスの非平衡ダイナミクスの実験では動的感受率の長時間緩和がしばしば観測されるが、この図ではそれに対応する量が時間の関数としてプロットされている。系の温度は最初 $2.0\sigma_E$ (σ_E の定義は図2の脚注参照) に保持されているのだが(第1ステージ)、一時的に $1.0\sigma_E$ に下げ(第2ステージ)、それから $2.0\sigma_E$ に戻す(第3ステージ)ということをしている。温度カオスがダイナミクスに及ぼす影響を調べるため、第1・第3ステージと第2ステージでは全く異なるポテンシャルを用いている。図より、第2ステージにおける強い緩和(若返り)と第1ステージのデータと第3ステージのデータが(第3ステージのはじめの方を除けば)きれいにつながるメモリー効果が同時に起こっている様子が見て取れる。

この結果は、Sinaiモデルのようにダイナミクスが熱励起によって支配される系では、温度が下がるにつれて緩和のスピードが遅くなるため、たとえ温度カオスがあってもメモリー効果が起こりえることを示唆している。

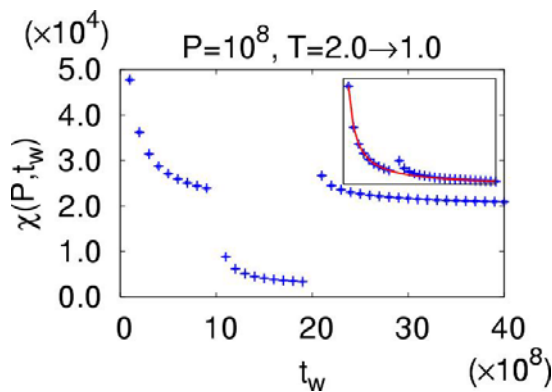


図4: Sinaiモデルにおける動的感受率に対応する物理量

$$\chi(P, t_w) = \overline{\{x(t_w + P) - x(t_w)\}^2}$$

の時間 t_w 依存性。ここで $\langle \dots \rangle$ は熱平均を、オーバーラインはサンプル平均を表す。交流磁場の周期に対応する量 P は、系のマイクロなタイムスケール τ_0 を単位として 10^8 。挿入図では、第1ステージと第3ステージのデータを並べてプロットしている。挿入図の赤線は

温度を途中で下げなかった場合のデータ。

(3) 磁場中スピングラス相の有無の検証

この研究では、磁場中3次元E A イジングスピングラスにおいて、スピングラス的な秩序を表す有効カップリング J^{eff} を約1,500個のサンプルに対して測定し、その標準偏差 σ_J を様々な磁場 H ・サイズ L ・温度 T において評価している。その結果を示しているのが図5である。この図では、 σ_J を温度の関数としてプロットしている。スピン数は左上の図が 4^3 、右上の図が 8^3 、左下の図が 12^3 、右下の図が 16^3 である。各図において、上から下に行くに従って磁場 H が強くなっている。

この図より、磁場が強くなるに従って σ_J が小さくなっていることがわかる。また、サイズ L が大きくなるに従って、磁場の増加に伴う有効カップリングの減少が速やかになっている。この結果は、サイズが無大の熱力学極限では、わずかな磁場が印加されただけでスピングラス的秩序が破壊されることを、つまり磁場中スピングラス相が存在しないことを示唆している。実際、ここでは紙面の関係上詳細な説明を省略するが、これらのデータをスケール解析すると、磁場中スピングラス相が存在しないことを明確に示す結果が得られる。

過去の研究において、かなり弱い磁場でも磁場中スピングラス相が存在しないことを示した研究はあるものの、有限サイズスケールリングにより、どんなに微小な磁場であっても磁場中スピングラス相が存在しないことを明確に示した研究はこれまでに存在しておらず、その意味において本研究の持つ意味は大きいといえる。

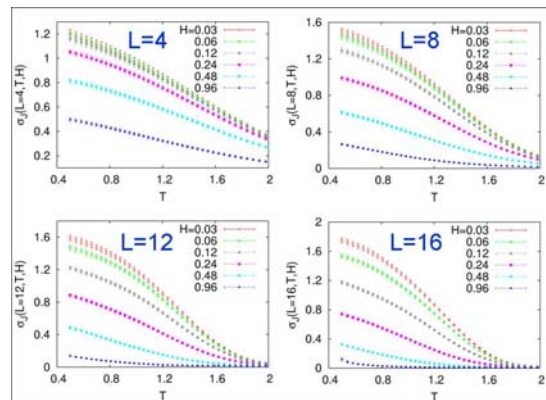


図5: 3次元E A イジングスピングラスにおける有効カップリングの標準偏差 σ_J の磁場・サイズ・温度依存性。

(4) 長距離相互作用を持つランダムスピン系における温度カオスの有無の検証

最初に、「研究の方法」の(3)で述べたように、確率的カットオフ法と呼ばれる、長距離

相互作用系のためのモンテカルロ法を新たに開発した。この方法は、詳細釣り合いの条件を厳密に満たす近似のないモンテカルロ法であるにもかかわらず、1モンテカルロステップ当たりの計算時間を N^2 オーダーから N オーダーに削減することができる。ここで N はスピンの数。

そこで最初に、強磁性の近接交換相互作用と、遠距離相互作用である磁気双極子相互作用が働く2次元の板状磁性体に対して本手法を適用し、本手法の有用性を検証した。その結果を示したのが図6・図7である。まず図6では、1モンテカルロステップ当たりの計算時間をスピン数 N の関数としてプロットしている。従来の方法の計算時間が N^2 オーダーであるのに対し、本手法の計算時間は N オーダーであることが分かる。次に、本手法で得られた低温におけるスピン配置を示したのが図7である。色の違いはスピンの向きの違いを表している。磁気双極子相互作用に由来する渦上の構造が形成されていることがわかる。その他にも、本手法で得られたデータの解析によって評価された同モデルの転移温度が、過去の先行研究の結果と良く一致することも確かめている。これらの結果より、本手法が短い計算時間で正しい結果を与えていることが確認された。

また、当初開発された確率的カットオフ法は格子系にのみ適用可能であったのだが、本手法を重力多体系のシミュレーション等によく用いられるツリー法と組み合わせることにより、スピンの配置がランダムな非格子系にも適用可能なものへ改良した。また、エネルギー・比熱の測定や、レプリカ交換法を行なう際のレプリカ交換確率の計算を N オーダーの時間で行なうための手法もあわせて開発した。

このようにして開発・改良された確率的カット方法は、全ての長距離相互作用系に対して適用可能な汎用的な手法であり、今後様々な研究において幅広く用いられることが期待される。その意味において、本研究が持つ意義は非常に大きいと言える。

最後に、この手法を3次元の、粒子配置がランダムな磁気双極子系に適用した結果を示しているのが図8である。縦軸はビンダー比と呼ばれる量で、横軸は温度である。本手法は低温になると計算時間が増大するという欠点があるのだが、このモデルの転移温度がかなり低温にあったため、スピン数が216というかなり小さな系までしか調べることができなかった。図より、ビンダー比は温度が $0.20D \sim 0.25D$ の間に窪みを持っており(D は双極子相互作用の強さを表すパラメータ)、この結果はこの温度範囲においてスピン

ングラス相転移が起こっていることを示唆している。また、重なり関数 $P(q)$ の測定においても、高温では $q=0$ におけるシングルピークのみが観測されるのに対して低温では複数のピークが観測されており、このことからこのモデルが低温においてスピングラス相転移を起こしていることはほぼ確実であると言える。ただし、今回の研究では調べられたサイズが小さく、しかも転移温度付近の狭い温度範囲しか調べられなかったため、温度カオスの有無の検証までは至っておらず、その点は今後の課題となっている。

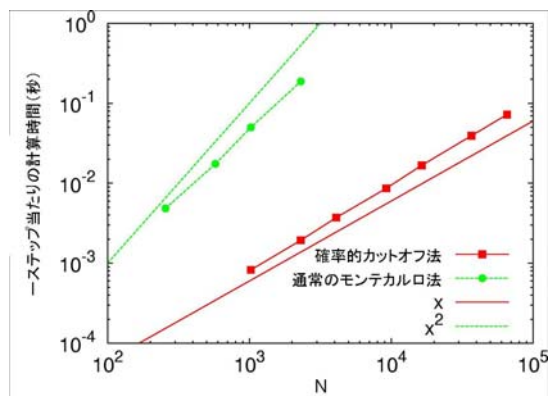


図6：1ステップ当たりの計算時間のスピン数 N 依存性。赤が確率的カットオフ法、緑が通常のモンテカルロ法の結果。

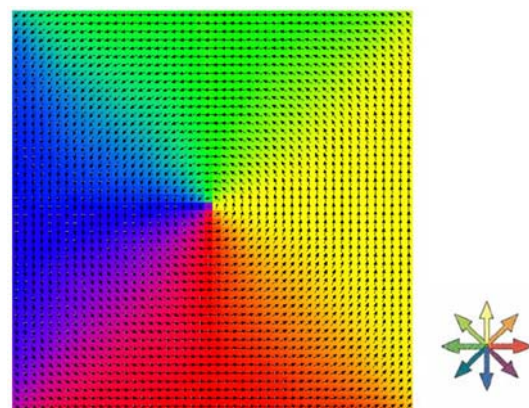


図7：2次元の板状磁性体において観測されたスピン配置。右下の図に示してあるように、色の違いはスピンの向きの違いを表す。

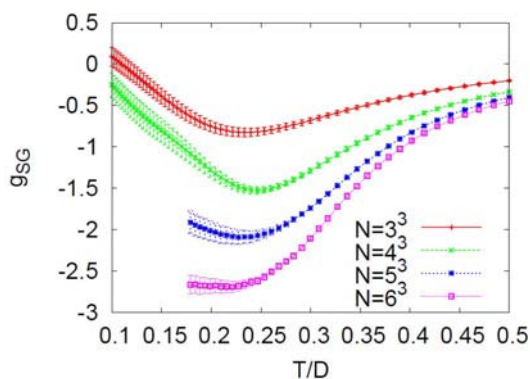


図8：スピン配置がランダムな3次元磁気双極子系におけるビンダー比の温度依存性。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

- ① Munetaka Sasaki and Fumitaka Matsubara, 「Stochastic Cutoff Method for Long-Range Interacting Systems」, Journal of the Physical Society of Japan, **77**, pp. 024004-1~5, (2008). 査読あり
- ② Munetaka Sasaki, Koji Hukushima, Hajime Yoshino and Hajime Takayama, 「Scaling Analysis of Domain-Wall Free Energy in the Edwards-Anderson Ising Spin Glass in a Magnetic Field」, Physical Review Letters, **99**, pp. 137202-1~4, (2007), 査読あり (機関リポジトリのURLは<http://ir.library.tohoku.ac.jp/re/handle/10097/35059>)
- ③ Munetaka Sasaki, Koji Hukushima, Hajime Yoshino and Hajime Takayama, 「Chaos Effect in the Edwards-Anderson Ising Spin Glass: A Numerical Domain Wall Renormalization Group Study」 Activity Report 2006 (ISSP Supercomputer Center, University of Tokyo), pp. 38-48, (2007), 査読なし (招待論文)
- ④ Munetaka Sasaki, Koji Hukushima, Hajime Yoshino and Hajime Takayama, 「Absence of Spin Glass Phase in the Edwards-Anderson Ising Spin Glass in Magnetic Field」, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, **310**, pp. 1514-1516, (2007), 査読なし

[学会発表] (計11件)

- ① 佐々木志剛、「スピングラスにおけるエイジング現象と温度カオスの研究」、日本物理学会第64回年次大会、2009年3月27日、東京

- ② Munetaka Sasaki, 「Study of Glassy Systems with Long-Range Interactions by the Stochastic Cutoff Method」, JPSJ Japan-France Bilateral Joint Seminar 2008 on “Frontiers of Glassy Physics, November 22 2008, Kyoto
- ③ Munetaka Sasaki, 「Stochastic Cutoff Methods for Long-Range Interacting Systems」, International Workshop on “Novel Aspects of Phase Transitions with Long-range Interactions”, October 29 2008, Tokyo
- ④ 梅津健太郎、「不均一な長距離相互作用系における確率的カットオフ法Ⅰ」、日本物理学会2008年秋季大会、2008年9月21日、盛岡
- ⑤ 佐々木志剛、「不均一な長距離相互作用系における確率的カットオフ法Ⅱ」、日本物理学会2008年秋季大会、2008年9月21日、盛岡
- ⑥ 佐々木志剛、「1次元ランダムポテンシャル系におけるエイジング現象」、日本物理学会第63回年次大会、2008年3月26日、大阪
- ⑦ 佐々木志剛、「数値的実空間繰り込み群法によるイジングE Aスピングラスの研究」、東京大学物性研究所短期研究会、2007年11月1日、東京
- ⑧ 梅津健太郎、「3次元イジングスピングラスにおけるクラスターアルゴリズム」、日本物理学会第62回年次大会、2007年9月24日、札幌
- ⑨ Munetaka Sasaki, 「Domain-Wall Renormalization-Group Study of the Edwards-Anderson Ising Spin Glass in a Magnetic Field」, Statphys23, July 12 2007, Genova (Italy)
- ⑩ 佐々木志剛、「Stochastic Potential Switching法による双極子系の研究」、日本物理学会2006年秋季大会、2006年9月23日、千葉
- ⑪ Munetaka Sasaki, 「Absence of Spin Glass Phase in the Edwards-Anderson Ising Spin Glasses under Magnetic Field」, ICM 2006, August 24 2006, Kyoto

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐々木 志剛 (SASAKI MUNETAKA)
 東北大学・大学院工学研究科・助教
 研究者番号：80400282

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし