

令和 6 年 6 月 27 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2018～2022

課題番号：18H03203

研究課題名（和文）連続系の複雑さを解明する計算理論

研究課題名（英文）Computational complexity of continuous systems

研究代表者

河村 彰星（Kawamura, Akitoshi）

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号：20600117

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 13,100,000円

研究成果の概要（和文）：本課題では、離散的な領域で計算を論ずるのに使われる概念や手法を自然な形で連続系計算に拡張することを目指し、パラメタつき計算量、平均時の計算量解析、準線形時間計算可能性、証明からのプログラム抽出などに関して、基礎理論を構築・整理するとともに、諸問題の複雑さ理解に適用した。また実数計算について、表現間の翻訳可能性や、計算代数における決定問題、厳密実数計算の実装など、関連する話題の研究や周辺分野との連携を進めた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

計算アルゴリズムの記述や計算困難さの解析のための基礎理論は、記号の機械的な処理を基礎に置く計算モデルに基づいて組み立てられており、離散的な問題の分析では広く役立っている。一方、現実世界の多くの問題は、実数などのように近似によってのみ捉えられる連続量を本質的に含む。本課題は、連続系を扱うアルゴリズムにも計算理論を数学的に自然な形で拡張し、計算の実現や困難さの理解に役立てるための研究である。

研究成果の概要（英文）：We studied several issues in formulating and applying notions and techniques in discrete computation theory to continuous systems. These include fixed parameter tractability, average-case feasibility, almost linear-time computability, program verification and extraction.

研究分野：理論計算機科学

キーワード：計算可能解析 計算量 線形時間 パラメタ計算量 プログラム抽出

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

離散的な計算問題にあっては、現実的な計算モデルに基づく計算困難さの同定と、その困難さを回避・克服するアルゴリズム設計とが、互いに補い合う両輪となって研究が深まっている。これに比べると連続系のアルゴリズム(解析学・数値計算)では、計算困難さの理論的な枠組(第二型計算理論)の基礎は整ってきたものの、従来は一般的で粗略な解析しかできず不十分な面がある。

### 2. 研究の目的

これを補うため本計画では、離散的な領域で既に役立っている、パラメタ計算量、平均時解析、準線形時間などの概念や解析手法を、理論的に自然な形で連続系計算に拡張し、諸問題の複雑度の理解に繋げることを目指して研究を行った。また、連続系計算の理論を様々な具体的問題に適用した。

### 3. 研究の方法

コロナ禍により海外渡航や成果発表の形態は大きく影響を受け、一部に計画の中止や遅延があったが、期間全体の実質的な研究内容としては概ね当初の計画に沿って進めることができた。

### 4. 研究成果

本課題の研究代表者・分担者・研究員により国際研究集会や論文誌等で発表された成果のうち主なものを幾つか挙げる。

#### (1)

平成 30 年 7 月にコロンビア国ボゴタで行われた「論理・言語・情報・計算に関する第 25 回研究集会 (WoLLIC 2018)」で、多変数の解析函数に対する一様演算子のパラメタつき計算量についての成果を発表した。

#### (2)

平成 30 年 8 月に英国リヴァプールで行われた「情報学の基礎数理に関する第 43 回国際シンポジウム (MFCS)」で発表した研究では、連続系問題における平均時計算量の定式化・整理を行い、それをハミルトン力学系に適用して制限つき三体問題の平均時多項式時間計算可能性を示した。

#### (3)

平成 31 年 4 月に北九州市で行われた計算模型とその応用に関する国際会議 (TAMC) 2019 で発表した研究は、実数などを入力とする情報処理の定式化に必要な二型計算理論において、「線形時間」やその周辺の計算量を初めて考察したものである。二型計算において「多項式時間」などの制限を正しく扱うには、一型入力(神託)との情報のやりとりに関して特別の注意を要することが従来理論で判っていた。本研究では、より精密な計算量の分類を行う一歩として「線形時間」に着目し、神託の呼び出しに関する適切な定式化の下で望ましい性質が成立つこと、また対数的に余計な時間を許した「準線形時間」は更に安定した性質をもつことなどを明らかにした。

#### (4)

令和 4 年 9 月に伊パドヴァで開催された国際研究集会 Continuity, Computability, Constructivity (CCC 2023) で発表した研究では、実数のコンパクト集合の表現のうち有限被覆に基づくものと有界閉集合としてのものとの間は或る意味で互いに計算可能に翻訳できるが、同様のことが多項式時間など計算資源を限った場合にも一定の条件下で成立つことが判った(ハイネ・ボレルの定理の計算量)。

#### (5)

実数の表現いくつかの間の翻訳可能性が Kristiansen らにより調べてられており、無理数に同じ計算可能性の概念を導く幾つかの自然な表現が、相異なる原始再帰性を導くことについては詳しく知られていた。令和 5 年 7 月にジョージア国バトゥーミで行われた学会 Computability in Europe (CiE) 2023 で発表した研究では、更に制限したカルマール初等

的実数について調べ、追跡( trace function ) 和近似( sum approximation、連分数( continued fraction ) ) の三表現の間の関係に関する予想を解決した。

(6)

令和4~5年度に幾つかの小規模な研究集会等で発表し、論文誌等への投稿に向けて検討を継続している研究では、多項式を係数とする3項間漸化式で記述される数列( ホロノミック列 ) の符号の漸近的な挙動やその計算可能性について、最近の研究で発見されていた分類定理を、より一般の場合に拡張した。

(7)

フラクタルは最大不動点を用いて定義されるため余帰納法と密接な関係があり、またその性質を証明するのに帰納法がよく使われる。シェルピンスキー四面体およびそれと関係したフラクタル立体  $H$  および  $T$  に対して、それらの射影が正の面積を持つ方向を特定し、その証明の中で整礎帰納法を用いた部分を、IFP を拡張した体系で形式化し、その Coq 上での実験的な実装を用いて、面積を持たない場合の理由になる重複場所を出力するプログラムの抽出を行った。

このほか、本課題での成果を中心とする当分野の基礎理論や研究動向について、周辺分野の専門家や学生・若手研究者に向けて紹介する招待講演・講義など6件を、研究代表者および本課題の研究員が以下の各学会で行った。

- 17th Asian Logic Conference (ALC). Tianjin, China, October 2023.
- Fifth Workshop on Digitalization and Computable Models (WDCM). Astana, Kazakhstan, October 2023.
- 第19回組合せ最適化セミナー . 京都府京都市左京区 , 令和4年7月 .
- Second Japan-Russia Workshop on Effective Descriptive Set Theory, Computable Analysis and Automata. Akita, Japan, March 2022.
- Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM) 2019. Wuhan, China, March 2019.
- Continuity, Computability, Constructivity (CCC) 2018. Faro, Portugal, September 2018.

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Hiroshima Keita, Kawamura Akitoshi	4. 巻 13967
2. 論文標題 Elementarily Traceable Irrational Numbers	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 135 ~ 140
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-36978-0_11	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Michal Konecny, Sewon Park, Holger Thies	4. 巻 13260
2. 論文標題 Certified Computation of Nondeterministic Limits	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 771-789
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-06773-0_41	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 A. Kawamura, F. Steinberg and H. Thies	4. 巻 11436
2. 論文標題 Second-Order Linear-Time Computability with Applications to Computable Analysis	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proc. 15th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC), Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 337 ~ 358
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-14812-6_21	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 A. Kawamura, F. Steinberg and H. Thies	4. 巻 10944
2. 論文標題 Parameterized complexity for uniform operators on multidimensional analytic functions and ODE solving	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proc. 25th Workshop on Logic, Language, Information and Computation (WoLLIC), Lecture Notes in Computer Science (LNCS)	6. 最初と最後の頁 223 ~ 236
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-662-57669-4_13	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 A. Kawamura, H. Thies and M. Ziegler	4. 巻 117
2. 論文標題 Average-case polynomial-time computability of Hamiltonian dynamics	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proc. 43rd International Symposium on Mathematical Foundations of Computer Science (MFCS), Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs)	6. 最初と最後の頁 30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.MFCS.2018.30	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

[学会発表] 計29件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 20件)

1. 発表者名 河村彰星, 廣島佳汰
2. 発表標題 初等的に追跡される数
3. 学会等名 日本数学会年会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 廣島佳汰
2. 発表標題 初等的に追跡される無理数
3. 学会等名 第9回山陰数学と基礎論研究集会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 A. Kawamura
2. 発表標題 Computational complexity of differential equations
3. 学会等名 17th Asian Logic Conference (ALC) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 A. Kawamura
2. 発表標題 Subrecursive translations between irrational number representations
3. 学会等名 Fifth Workshop on Digitalization and Computable Models (WDCM) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 K. Hiroshima
2. 発表標題 A number that has an elementary contractor and no elementary sum approximation
3. 学会等名 Continuity, Computability, Constructivity (CCC) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 F. Hagihara and A. Kawamura
2. 発表標題 The ultimate signs of second-order holonomic sequences
3. 学会等名 23rd Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 廣島佳汰, 河村彰星
2. 発表標題 初等的に追跡される無理数
3. 学会等名 情報処理学会第192回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 萩原普賢
2. 発表標題 2階ホロノミック列の極限符号
3. 学会等名 群・環・言語と計算機科学の周辺領域 (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 河村彰星, 萩原普賢
2. 発表標題 2階ホロノミック列の極限符号
3. 学会等名 冬のLAシンポジウム
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 H. Tsuiki
2. 発表標題 Induction and coinduction for computing exact overlaps of fractals
3. 学会等名 Continuity, Computability, Constructivity (CCC) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 U. Berger, S. Park, H. Thies and H. Tsuiki
2. 発表標題 Some steps toward program extraction in a type-theoretical interpretation of IFP
3. 学会等名 Continuity, Computability, Constructivity (CCC) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 A. Kawamura
2. 発表標題 Polynomial-time equivalent representations of compact sets in Euclidean spaces
3. 学会等名 Continuity, Computability, Constructivity (CCC) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 K. Hiroshima
2. 発表標題 A number that has an elementary trace function and no elementary sum approximation
3. 学会等名 Continuity, Computability, Constructivity (CCC) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 H. Tsuiki
2. 発表標題 Induction / coinduction and projections of fractals
3. 学会等名 Proof and Computation (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 河村彰星
2. 発表標題 実函数の計算理論
3. 学会等名 組合せ最適化セミナー (招待講演)
4. 発表年 2022年



1. 発表者名 S. Park
2. 発表標題 Verified computation over real numbers and other continuous objects
3. 学会等名 Second Japan-Russia Workshop on Effective Descriptive Set Theory, Computable Analysis and Automata (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 R. Gozzi
2. 発表標題 Analog characterization of complexity classes
3. 学会等名 Second Japan-Russia Workshop on Effective Descriptive Set Theory, Computable Analysis and Automata (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 A. Kawamura
2. 発表標題 Average-case polynomial-time computability of Hamiltonian dynamics
3. 学会等名 First Japan-Russia Workshop on Effective Descriptive Set Theory, Computable Analysis and Automata (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 河村彰星
2. 発表標題 時間限定の下での中間次数について
3. 学会等名 第7回山陰基礎論・解析学研究集会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 A. Kawamura, H. Thies and M. Ziegler
2. 発表標題 Applications of average-case complexity to problems in analysis
3. 学会等名 夏のエルエーシンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 A. Kawamura
2. 発表標題 Average-case polynomial-time computability of the three-body problem
3. 学会等名 Dagstuhl Seminar 18361: Measuring the Complexity of Computational Content: From Combinatorial Problems to Analysis (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 A. Kawamura, F. Steinberg and H. Thies
2. 発表標題 Computable analysis and computability in linear time
3. 学会等名 Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM) 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H. Hamamoto, A. Kawamura and M. Ziegler
2. 発表標題 On proving parameterized polynomial time computability of compositions of fundamental functions
3. 学会等名 Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM) 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 A. Kawamura
2. 発表標題 Applying ideas in discrete complexity theory to the continuous world
3. 学会等名 Continuity, Computability, Constructivity (CCC) 2018 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 A. Kawamura, F. Steinberg and H. Thies
2. 発表標題 A class for second-order linear-time computability
3. 学会等名 Continuity, Computability, Constructivity (CCC) 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 河村
2. 発表標題 グレー符号と乱択近似可能数
3. 学会等名 数学基礎論若手の会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 河村, レシーヌ
2. 発表標題 グレー符号と乱択近似可能実数
3. 学会等名 情報処理学会第172回アルゴリズム研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 A. Kawamura and U. Lechine
2. 発表標題 On randomized polynomial-time approximability of real numbers and sets
3. 学会等名 Third Workshop on Mathematical Logic and its Applications (MLA) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 A. Kawamura
2. 発表標題 Gray code representation and polynomial-time approximability
3. 学会等名 Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM) 2019 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>連続系の複雑さを解明する計算理論  <a href="https://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kawamura/18H03203/">https://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kawamura/18H03203/</a></p>
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	立木 秀樹  (Tsuiki Hideki)  (10211377)	京都大学・人間・環境学研究科・教授    (14301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Workshop on Computability Theory and Foundations of Mathematics (CTFM) 2018	開催年 2018年～2018年
---	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
英国	アストン大学	スウォンジー大学		
スロベニア	リュブリャナ大学			
フランス	国立情報学自動制御研究所 (INRIA)	リヨン高等師範学校 (ENS Lyon)		
韓国	韓国科学技術院 (KAIST)			