

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 4 年 6 月 15 日現在

機関番号：10101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2021

課題番号：18K03441

研究課題名(和文) ランダム力学系理論に基づく確率カオスの現象論とその応用

研究課題名(英文) Stochastic chaos in random dynamical systems

研究代表者

佐藤 譲 (Sato, Yuzuru)

北海道大学・電子科学研究所・准教授

研究者番号：30342794

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：大自由度系の実験時系列データ解析とモデル解析を通して、ランダム力学系の確率カオスを定量化し、ランダム非線形現象の理論的体系化を進めた。これまで各論的に研究されていた雑音誘起現象の研究を総括することにより、確率カオスを含むランダム非線形現象の現象論を構築し、具体的な系への応用研究へと発展させた。具体的には次の成果を得た。(1) 雑音誘起現象と確率分岐に関する理解を深め、多段雑音誘起現象の存在を計算機援用証明で立証した。(2) 実験データの時系列解析により確率カオスを流体乱流や気象ダイナミクスに見出した。(3) 機械学習へのランダム力学系アプローチを提示し、具体的な応用研究の成果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ランダム・ストレンジ・アトラクターによって生成される確率カオスという普遍的な現象が、乱流や気象現象のみならず、その他の大規模な非線形現象にも見出されていく可能性が高まった。様々な大規模な非線形現象のランダム力学系理論に基づく分析や、実験時系列からの高精度のモデル抽出法、その予測制御の解析により、非線形複雑系の数理科学が深化されていくことが見込まれる。さらに、ここで提案された研究手法は、これまで困難だった気象の長期予測への貢献のみならず、経済変動や環境変動の予測など、社会、経済、環境の問題を解明する新たな解析法となることが期待される。

研究成果の概要(英文)：Based on experimental time series analysis and modeling for large scale nonlinear phenomena, we quantitatively studied physical properties of stochastic chaos and contribute to studies on nonlinear stochastic phenomena systematically. Integrating former studies on noise-induced phenomena, we produce a phenomenology on noise-induced phenomena and apply it to real physical systems. The achieved results is as follows. (1) Expanding knowledge on noise-induced phenomena and stochastic bifurcation and give a computer-assisted proof on multiple noise-induced transitions. (2) We found stochastic chaos in fluid flow turbulence and climate dynamics through experimental time series analysis and modeling. (3) Random dynamical system approaches to machine learning and other algorithms and their concrete applications are shown.

研究分野：力学系、非線形動力学、複雑系

キーワード：ランダム力学系 確率分岐 確率カオス 計算機援用証明

### 1. 研究開始当初の背景

雑音誘起現象とは決定論力学系の自然測度が微小ノイズにより大幅に変化し、決定論極限で観測されなかった非線形現象がノイズ存在下で観測されるようになる現象である。よく知られた雑音誘起現象である確率共鳴、ノイズ同期、雑音誘起カオスは時間スケールの異なる運動を引き起こす不変多様体や、カオティックサドルのような不変集合と、外部ノイズとの相互作用により生じる。これらはランダム力学系理論において、ランダムリミットサイクル、ランダムポイントアトラクター、ランダムストレンジアトラクターと位置付けられる。とくにカオス的な力学系では非自明な雑音誘起現象が生じる。近年ノイズの伴う非線形力学系で生じるランダム非線形現象が注目を集めており、流体乱流、気象、脳波、生体リズムなどでランダム非線形現象が観測されはじめている。ランダム非線形現象は大自由度系の縮約記述、不定外力を受ける開放系のサンプルパス、微小システムの有限サイズ効果、といった非平衡・非線形物理学の諸問題に典型的に現われるが、その動力学的理解はほとんど進んでいない。ここではこれらをランダム力学系理論で解析する。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、大自由度系の実験時系列データ解析とモデル解析を通して、ランダム力学系の確率カオスを定量化し、ランダム非線形現象の理論的体系化を進めることにある。ノイズと決定論力学系の相互作用に伴う雑音誘起現象は古くから研究されてきたが、近年、研究代表者らの研究により、ノイズ強度に依存して、秩序→カオス→秩序→カオスと大域的動力学が変化する現象(確率分岐現象)、ノイズ強度に依存して軌道分布が振動を起こす現象(統計的概周期性)、ノイズによるベイシン構造のスムーズ化(雑音誘起再現性)といった、これまでに知られていなかった雑音誘起現象が広いクラスの力学系に遍在していることがわかってきた。本研究ではこれまで各論的に研究されていた雑音誘起現象の研究を総括することにより、確率カオスを含むランダム非線形現象の現象論を構築し、実現象の時系列解析とモデリングへ応用することを目指す。

### 3. 研究の方法

以下の課題(A),(B),(C)に取り組む。

#### (A) 確率カオスの普遍性の分析

確率ローレンツ系のような典型的でかつ非自明な雑音誘起現象を示すランダム力学系をモデル系として選び、ランダムストレンジアトラクター、ランダムベイシンを詳細かつ定量的に解析する。物理的に意味のある不変量の定義付けを行う。

#### (A-1)ランダムストレンジアトラクターと確率分岐

確率Lorenz方程式は標準パラメーターのLorenz方程式に乗法ノイズ項を加えた確率微分方程式であり、その漸近解はランダムストレンジアトラクターとよばれる。Lorenzカオスにノイズを加えると混合性が弱まり、カオス的に時間発展する軌道束(確率カオス)が観察される。このランダムストレンジアトラクターの統計的不変量、幾何構造、分岐といった諸性質については不明なことが多い。ランダム力学系の確率分岐についてはM. Rasmussenらによって提案されたdichotomy spectrumが有用な指標を与える。一方で大域分岐解析の理論は決定論力学系と同様ほとんど進展しておらず、第一歩として非線形物理学的視点に基づく現象論構築が必要とされている。代表者はこの系のLyapunovスペクトルを計算し、Lyapunov数と緩和時間を関係づけた。代表者と角大輝(京大)でこの問題を精密に定式化していく。ランダムアトラクターの効率的な数値計算法は未発達であり、本課題で改良が期待できる課題の一つである。

#### (A-2) ランダムフラクタルベイシシとランダムHausdorff次元

高エネルギーの初期値を与えた決定論ダイス投げのベイシシはリドルドベイシシになることが知られている。この多アトラクタ系の最終状態鋭敏性がダイス投げの再現不能性を与える。非一様な床(エネルギー散逸率 $f_1, f_2$ がランダムに分布)では測度を持ったベイシシ(ランダムベイシシ)が発生し、その幾何構造および最終状態鋭敏性はランダムHausdorff次元を解析することにより分析できる。ランダムな床でダイス投げの再現性が強まる、という現象が代表者らにより発見されており、この系のベイシシ構造を代表者と角大輝(京大)で解析する。

#### (B) 大自由度多スケール系の時系列解析

大自由度多スケール系について、実験データからランダム力学系を抽出する時系列解析を行う。現状ではランダム力学系の諸概念は数学的定義が与えられるにとどまっている。ランダム力学系理論を実現象に応用・実測して、ランダム非線形現象論を構築するのがこの課題(B)の目標の一つである。このため複数の大自由度系の実験データを入手し、代表者らの先行研究に基づき、集団運動の特徴的な低次元ダイナミクスからランダム力学系を抽出し、確率カオスの実在性を問う。また課題(C)で考察された不変量を実測する。

#### (C) 確率カオスの予測可能性の定量化

ランダム非線形現象に対する測定可能、数値計算可能な不変量を算法も含めて提案する。ランダム力学系で生じる様々な複雑現象を定量化する。ランダム力学系ではLyapunov指数が負のダイナミクスが秩序運動とカオス的運動の混在的な挙動を示すことがあるため、ランダム力学系で生じるダイナミクスの生成エントロピーはKolmogorov-Sinaiエントロピーで現象論的な特徴づけをすることができない。ごく単純な場合を除いて、この生成エントロピーを物理的に定量化することは難しく、研究例が数少ない。矢野孝次(京大)の取り組んでいる $\mu$ ランダムウォークのエントロピーはLyapunov指数が負である確率過程の合流の複雑さであり、この概念に基づいて、代表者と矢野孝次(京大)でランダム力学系の生成エントロピーを定義し、確率カオスの予測可能性を定量化する。

### 4. 研究成果

大自由度系の実験時系列データ解析とモデル解析を通して、ランダム力学系の確率カオスを定量化し、ランダム非線形現象の理論的体系化を進めた。これまで各論的に研究されていた雑音誘起現象の研究を総括することにより、確率カオスを含むランダム非線形現象の現象論を構築し、具体的な系への応用研究へと発展させた。具体的には以下の成果を得た。

1. 雑音誘起現象と確率分岐に関する理解を深め、多段雑音誘起現象の存在を計算機援用証明で立証した。
2. 実験データの時系列解析により確率カオスを流体乱流や気象ダイナミクスに見出した。
3. 機械学習、アルゴリズム論などへの応用研究の成果を得た。
4. 確率カオスの予測可能性についてはランダム力学系の生成エントロピーに関する研究が現在進行中である。この問題に関しては情報スペクトルという概念の導入という新たな指針を得ている。

ランダム・ストレンジ・アトラクターによって生成される確率カオスという普遍的な現象が、乱流や気象現象のみならず、その他の大規模な非線形現象にも見出されていく可能性が高まった。様々な大規模な非線形現象のランダム力学系理論に基づく分析や、実験時系列からの高精

度のモデル抽出法，その予測制御の解析により，非線形複雑系の数理科学が深化されていくことが見込まれる。さらに，ここで提案された研究手法は，これまで困難だった気象の長期予測への貢献のみならず，経済変動や環境変動の予測など，社会，経済，環境の問題を解明する新たな解析法となることが期待される。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計41件（うち査読付論文 37件 / うち国際共著 23件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Chihara Takumi, Sato Yuzuru, Nisoli Isaia, Galatolo Stefano	4. 巻 32
2. 論文標題 Existence of multiple noise-induced transitions in Lasota Mackey maps	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science	6. 最初と最後の頁 013117 ~ 013117
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0070198	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Sato Yuzuru, Tsutsui Daiji, Fujiwara Akio	4. 巻 430
2. 論文標題 Noise-induced degeneration in online learning	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physica D: Nonlinear Phenomena	6. 最初と最後の頁 133095 ~ 133095
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physd.2021.133095	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Sumi Hiroki, Watanabe Takayuki	4. 巻 35
2. 論文標題 Non-i.i.d. random holomorphic dynamical systems and the generic dichotomy	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 1857 ~ 1875
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac4a89	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Sumi Hiroki	4. 巻 384
2. 論文標題 Negativity of Lyapunov Exponents and Convergence of Generic Random Polynomial Dynamical Systems and Random Relaxed Newton's Methods	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1513 ~ 1583
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-021-04070-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Comerford Mark, Falk Kurt, Stankewitz Rich, Sumi Hiroki	4. 巻 36
2. 論文標題 Uniformly perfect and hereditarily non uniformly perfect analytic and conformal non-autonomous attractor sets	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 631 ~ 655
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/14689367.2021.1975262	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kouji Yano	4. 巻 19
2. 論文標題 Infinite convolutions of probability measures on Polish semigroups	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Probability Surveys	6. 最初と最後の頁 129--159
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/22-ps6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kouji Yano	4. 巻 19
2. 論文標題 Infinite convolutions of probability measures on Polish semigroups	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Probab. Surveys	6. 最初と最後の頁 129--159
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/22-ps6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yu Ito, Toru Sera and Kouji Yano	4. 巻 2176
2. 論文標題 Examples of third noise problems for action evolutions with infinite past	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Research on the Theory of Random Dynamical Systems and Fractal Geometry, RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 20--27
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Takumi Chihara, Yuzuru Sato, Isaia Nisoli, and Stefano Galatolo	4. 巻 32
2. 論文標題 Existence of multiple noise-induced transitions in Lasota Mackey maps	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Chaos	6. 最初と最後の頁 13117
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0070198	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 YuzuruSato, DaijiTsuchi, AkioFujiwara	4. 巻 430
2. 論文標題 Noise-induced degeneration in online learning	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Physica D	6. 最初と最後の頁 133095
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.physd.2021.133095	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroki Sumi and Takayuki Watanabe	4. 巻 35
2. 論文標題 Non-i.i.d. random holomorphic dynamical systems and the generic dichotomy	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 1857--1877
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac4a89	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroki Sumi	4. 巻 384
2. 論文標題 Negativity of Lyapunov Exponents and Convergence of Generic Random Polynomial Dynamical Systems and Random Relaxed Newton's Methods	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Comm. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 1513--1583
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-021-04070-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mark Comerford, Kurt Falk, Rich Stankewitz, Hiroki Sumi	4. 巻 36
2. 論文標題 Uniformly perfect and hereditarily non-uniformly perfect analytic and conformal non-autonomous attractor sets	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 631--655
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/14689367.2021.1975262	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yamato Kosuke, Yano Kouji	4. 巻 279
2. 論文標題 Fluctuation scaling limits for positive recurrent jumping-in diffusions with small jumps	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Functional Analysis	6. 最初と最後の頁 108655 ~ 108655
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2020.108655	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Akimoto Takuma, Sera Toru, Yamato Kosuke, Yano Kouji	4. 巻 102
2. 論文標題 Aging arcsine law in Brownian motion and its generalization	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review E	6. 最初と最後の頁 32103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.102.032103	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Comerford Mark, Stankewitz Rich, Sumi Hiroki	4. 巻 40
2. 論文標題 Hereditarily non uniformly perfect non-autonomous Julia sets	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 33 ~ 46
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する



1. 著者名 Inui Kanji, Hiroki Sumi	4. 巻 40
2. 論文標題 The Hausdorff dimension function of the family of conformal iterated function systems of generalized complex continued fractions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 753 ~ 766
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020060	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inui Kanji, Sumi Hiroki	4. 巻 26
2. 論文標題 Hausdorff measures and packing measures of limit sets of CIFSs of generalized complex continued fractions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Difference Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 104 ~ 121
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10236198.2019.1709063	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jaerisch Johannes, Sumi Hiroki	4. 巻 377
2. 論文標題 Spectral Gap Property for Random Dynamics on the Real Line and Multifractal Analysis of Generalised Takagi Functions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1 ~ 36
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-020-03766-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Jaerisch Johannes, Sumi Hiroki	4. 巻 491
2. 論文標題 Multifractal formalism for generalised local dimension spectra of Gibbs measures on the real line	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 124246 ~ 124246
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2020.124246	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Faranda Davide, Castillo Isaac Perez, Hulme Oliver, Jezequel Aglae, Lamb Jeroen S. W., Sato Yuzuru, Thompson Erica L.	4. 巻 30
2. 論文標題 Asymptotic estimates of SARS-CoV-2 infection counts and their sensitivity to stochastic perturbation	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science	6. 最初と最後の頁 051107 ~ 051107
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0008834	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Hirata Yoshito, Sato Yuzuru, Faranda Davide	4. 巻 30
2. 論文標題 Permutations uniquely identify states and unknown external forces in non-autonomous dynamical systems	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science	6. 最初と最後の頁 103103 ~ 103103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/5.0009450	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 佐藤 謙	4. 巻 75
2. 論文標題 カルマン旋回流の確率カオス	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本物理学会誌	6. 最初と最後の頁 274 ~ 278
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11316/butsuri.75.5_274	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sato Yuzuru, Klages Rainer	4. 巻 122
2. 論文標題 Anomalous Diffusion in Random Dynamical Systems	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review Letters	6. 最初と最後の頁 174101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevLett.122.174101	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Faranda Davide, Sato Yuzuru, Messori Gabriele, Moloney Nicholas R., Yiou Pascal	4. 巻 10
2. 論文標題 Minimal dynamical systems model of the Northern Hemisphere jet stream via embedding of climate data	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Earth System Dynamics	6. 最初と最後の頁 555 ~ 567
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5194/esd-10-555-2019	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Stankewitz Rich, Sugawa Toshiyuki, Sumi Hiroki	4. 巻 12
2. 論文標題 Hereditarily non uniformly perfect sets	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - S	6. 最初と最後の頁 2391 ~ 2402
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdss.2019150	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Sumi Hiroki, Watanabe Takayuki	4. 巻 32
2. 論文標題 Non-i.i.d. random holomorphic dynamical systems and the probability of tending to infinity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 3742 ~ 3771
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ab231e	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Comerford Mark, Stankewitz Rich, Sumi Hiroki	4. 巻 40
2. 論文標題 Hereditarily non uniformly perfect non-autonomous Julia sets	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 33 ~ 46
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inui Kanji, Okada Hikaru, Sumi Hiroki	4. 巻 40
2. 論文標題 The Hausdorff dimension function of the family of conformal iterated function systems of generalized complex continued fractions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 753 ~ 766
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020060	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Inui Kanji, Sumi Hiroki	4. 巻 26
2. 論文標題 Hausdorff measures and packing measures of limit sets of CIFSs of generalized complex continued fractions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Difference Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 104 ~ 121
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10236198.2019.1709063	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Sera Toru, Yano Kouji	4. 巻 372
2. 論文標題 Multiray generalization of the arcsine laws for occupation times of infinite ergodic transformations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 3191 ~ 3209
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/7755	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Noba Kei, Yano Kouji	4. 巻 129
2. 論文標題 Generalized refracted Levy process and its application to exit problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Stochastic Processes and their Applications	6. 最初と最後の頁 1697 ~ 1725
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2018.06.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 伊藤悠・世良透・矢野孝次	4. 巻 2116
2. 論文標題 多粒子有限状態の無限過去を持つ時間発展に対する情報系分解問題	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 76～84
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 矢野孝次	4. 巻 2115
2. 論文標題 無限過去を持つ時間発展の情報系分解問題について	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 135～139
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nicholas R. Moloney, Davide Faranda, and Yuzuru Sato	4. 巻 29
2. 論文標題 An overview of the extremal index	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 CHAOS	6. 最初と最後の頁 22101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1063/1.5079656	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kunihiko Esashi, Tamotsu Onozaki, Yoshitaka Saiki, and Yuzuru Sato	4. 巻 29
2. 論文標題 Intermittent transition between synchronization and desynchronization in multi-regional business cycles	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Structural Change and Economic Dynamics	6. 最初と最後の頁 68-76
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.strueco.2017.10.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 R. Stankewitz, T. Sugawa and H. Sumi	4. 巻 12
2. 論文標題 Hereditarily non-uniformly perfect sets	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems Ser. S.	6. 最初と最後の頁 2391--2402
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdss.2019150	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kei Noba and Kouji Yano	4. 巻 129:5
2. 論文標題 Generalized refracted Levy process and its application to exit problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Stochastic Process. Appl.	6. 最初と最後の頁 1697-1725
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.spa.2018.06.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Christophe Profeta, Kouji Yano and Yuko Yano	4. 巻 71:1
2. 論文標題 Local time penalizations with various clocks for one-dimensional diffusions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Math. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 203-233
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/75947594	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kei Noba, Jose-Luis Perez, Kazutoshi Yamazaki and Kouji Yano	4. 巻 55:4
2. 論文標題 On optimal periodic dividend and capital injection strategies for spectrally negative Levy models	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Appl. Probab.	6. 最初と最後の頁 1272-1286
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jpr.2018.85	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kei Noba, Jose-Luis Perez, Kazutoshi Yamazaki and Kouji Yano	4. 巻 80
2. 論文標題 On optimal periodic dividend strategies for Levy risk processes	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Insurance Math. Econom.	6. 最初と最後の頁 29-44
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.insmatheco.2018.02.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計65件 (うち招待講演 32件 / うち国際学会 38件)

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic chaos in random dynamical systems and its Applications
3. 学会等名 Mathematical Science of Complex Systems: Physics, Chemistry, Biology, Information and Chaos (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 RIMS workshop on dynamical systems
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 Mathematical methods for the studies of flow, shape, and dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Existence of multiple noise-induced transitions in Lasota Mackey map
3. 学会等名 Hokkaido Summer Institute on Computational Ergodic Theory (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 ダイナミカルシステムとその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 17th Japan-Slovenia Seminar on Nonlinear Science (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Random Dynamical Systems of Regular Polynomial Maps on $C^2$
3. 学会等名 Dynamics of Semi-Group Actions (国際学会)
4. 発表年 2021年



1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Random Dynamical Systems of Regular Polynomial Maps on $C^2$
3. 学会等名 RIMS共同研究「ランダム力学系および多価写像力学系理論の総合的研究」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Arcsine law for a piecewise linear random map
3. 学会等名 Session "Ergodic Theory, Dynamical Systems, Fractals and Applications", CMS Summer Meeting (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Arcsine law for a piecewise linear random interval map
3. 学会等名 ランダム力学系および多価写像力学系理論の総合的研究
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Arcsine law for a piecewise linear random interval map
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会統計数学分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Arcsine and Darling-Kac laws for piecewise linear random interval maps
3. 学会等名 エルゴード理論とその周辺
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Arcsine and Darling-Kac laws for piecewise linear random interval maps
3. 学会等名 確率論シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Local time penalizations with various clocks for Levy processes
3. 学会等名 Nonlocality in Analysis, Probability and Statistics, MFO-RIMS Tandem Workshop (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Arcsine law for a piecewise linear random map
3. 学会等名 Session "Ergodic Theory, Dynamical Systems, Fractals and Applications", CMS Summer Meeting (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 矢野孝次
2. 発表標題 Arcsine law for a piecewise linear random interval map
3. 学会等名 ランダム力学系および多価写像力学系理論の総合的研究（招待講演）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 矢野孝次
2. 発表標題 Arcsine law for a piecewise linear random interval map
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会統計数学分科会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 矢野孝次
2. 発表標題 Arcsine and Darling--Kac laws for piecewise linear random interval maps
3. 学会等名 エルゴード理論とその周辺
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 矢野孝次
2. 発表標題 Arcsine and Darling--Kac laws for piecewise linear random interval maps
3. 学会等名 確率論シンポジウム
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Local time penalizations with various clocks for Levy processes
3. 学会等名 Nonlocality in Analysis, Probability and Statistics, MFO-RIMS Tandem Workshop (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic chaos in random dynamical systems and its Applications
3. 学会等名 Mathematical Science of Complex Systems: Physics, Chemistry, Biology, Information and Chaos (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 RIMS workshop on dynamical systems
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 Mathematical methods for the studies of flow, shape, and dynamics (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Existence of multiple noise-induced transitions in Lasota Mackey map
3. 学会等名 Hokkaido Summer Institute on Computational Ergodic Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 ダイナミカルシステムとその周辺 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 17th Japan-Slovenia Seminar on Nonlinear Science (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Random Dynamical Systems of Regular Polynomial Maps on $\mathbb{C}^2$
3. 学会等名 Dynamics of (Semi-)Group Actions (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Random Dynamical Systems of Regular Polynomial Maps on $\mathbb{C}^2$
3. 学会等名 RIMS共同研究「ランダム力学系および多価写像力学系理論の総合的研究」(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 Generalization of the arcsine laws for infinite ergodic transformations
3. 学会等名 Bernoulli-IMS One World Symposium 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 角大輝
2. 発表標題 ランダムな複素力学系における様々なランダム性誘起現象とそのメカニズム
3. 学会等名 日本数学会 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 角大輝
2. 発表標題 Non-uniformly perfect Julia sets of non-autonomous dynamics of unbounded sequences of polynomials
3. 学会等名 数理解析研究所共同研究(公開型)「複素力学系理論の総合的研究」(招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 CRITICS workshop 2020 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Anomalous diffusion in random dynamical systems
3. 学会等名 Dynamics Days Digital 2020 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Noise-induced degeneration in online learning
3. 学会等名 Dynamical systems and machine learning (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 佐藤譲
2. 発表標題 Noise-induced degeneration in online learning
3. 学会等名 数理科学の諸問題と力学系理論の新展開
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic chaos in random dynamical systems and its applications
3. 学会等名 Mathematical Science of Complex Systems: Physics, Chemistry, Biology, Information and Chaos (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Anomalous diffusion in random dynamical systems
3. 学会等名 DCP19, CNR, Pisa, Italy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 LML summer school, ICTP, Trieste, Italy (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 ICIAM, Valencia, Spain (国際学会)
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Noise-induced Statistical Periodicity in Lasota Mackey Maps
3. 学会等名 RIMSworkshop (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Anomalous diffusion and intermittency in deterministic /random dynamical systems
3. 学会等名 RIMSworkshop (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 Data analysis and machine learning in dynamical systems, Tokyo, Japan (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 JSIAM
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation and intermittency in random dynamical systems
3. 学会等名 RIMS workshop
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Anomalous diffusion in random dynamical systems
3. 学会等名 The Mathematics of Climate and Environment, IHP, Paris, France (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 Thermodynamic Formalism: Applications to Geometry, Number Theory, and Stochastics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 The 2019 Fall Program of Low-Dimensional Dynamics, Shanghai Center for Mathematical Sciences (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 数理解析研究所研究集会「ランダム力学系理論とフラクタル幾何学の研究（国際学会）」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 エルゴード理論とその周辺
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of holomorphic maps
3. 学会等名 数理解析研究所研究集会「複素力学系の分岐と安定性の研究」
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Non-uniformly perfect Julia sets of non-autonomous dynamics of unbounded sequences of polynomials
3. 学会等名 2019年度冬の力学系研究集会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 The third noise problems for action evolution with infinite past
3. 学会等名 Interactions between commutative and non-commutative probability (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Kouji Yano
2. 発表標題 The third noise problems for action evolution with infinite past
3. 学会等名 Research on the Theory of Random Dynamical Systems and Fractal Geometry (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 CRITICS workshop, Imperial College London (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic chaos in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 Workshop on Random Dynamical Systems and Anomalous Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in random dynamical systems and its application to modeling atmospheric jet dynamics
3. 学会等名 Dynamical Systems and Climate Dynamics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic bifurcation in random dynamical systems and its application to modeling atmospheric jet dynamics
3. 学会等名 Dynamics Days Europe (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yuzuru Sato
2. 発表標題 Stochastic chaos in a turbulent swirling flow
3. 学会等名 London Mathematical Laboratory Summer School (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 冬の力学系研究集会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 The 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 エルゴード理論とその周辺
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hiroki Sumi
2. 発表標題 Classification of generic random holomorphic dynamical systems associated with analytic families of rational maps
3. 学会等名 複素力学系研究とその発展
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Koji Yano
2. 発表標題 Lamperti type generalizations for null-recurrent Markov chains on $Z$ which cannot skip the origin and for 1-dim. diffusions
3. 学会等名 Second Interdisciplinary and Research Alumni Symposium (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Koji Yano
2. 発表標題 Resolution of sigma-fields for multiparticle finite-state evolution with infinite past
3. 学会等名 無限分解可能過程に関連する諸問題
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Koji Yano
2. 発表標題 Resolution of sigma-fields for multiparticle finite-state evolution with infinite past
3. 学会等名 確率論シンポジウム
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	角 大輝 (Sumi Hiroki)  (40313324)	京都大学・人間・環境学研究所・教授  (14301)	
研究分担者	矢野 孝次 (Kouji Yano)  (80467646)	京都大学・理学研究科・准教授  (14301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 Data analysis and machine learning in dynamical systems	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Workshop on Random Dynamical Systems and Anomalous Dynamics	開催年 2019年～2019年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	華北電力大学			
メキシコ	CIMAT			
イタリア	ピサ大学			
ブラジル	UFRJ			
米国	University of North Texas	Ball State University	University of Rhode Island	他1機関
ドイツ	Christian-Albrechts-Universitaet			
英国	Queen Mary University of London	London Mathematical Laboratory	University of Reading	他1機関
フランス	CNRS	University Paris-Saclay		
スウェーデン	Uppsala University	Stockholm University		
カナダ	プリンス・エドワード・アイランド大学			