

令和 3 年 8 月 20 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2018～2020

課題番号：18K04198

研究課題名(和文) 準ハンケル作用素を取巻く作用素とそれらのノルム解析を介した制御系性能評価への挑戦

研究課題名(英文) Quasi Hankel and Relevant Operators together with Their Norm Analysis Aiming at Challenging Control Performance Evaluation

研究代表者

萩原 朋道 (Hagiwara, Tomomichi)

京都大学・工学研究科・教授

研究者番号：70189463

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：サンプル値系を中心として、ハンケルノルムに関する研究を展開するための枠組みとして、準ハンケル作用素という考え方を導入し、そのノルムである準ハンケルノルムが(半開区間である)1周期の間でとる値に関して最大値をとり得るかどうか、あるいは準ハンケルノルムおよびその上限値であるハンケルノルムの値をどのようにして計算可能であるかを論じた。また、よく利用される制御系性能評価指標であるH2ノルムと準ハンケルノルムおよびハンケルノルムとの関係を論じる他、L_∞/L2ハンケルノルムを最小化する離散時間制御器の設計法なども明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

現実存在するシステムの多くは動的システムであり、その出力は過去の入力の影響も受ける。過去の入力が未来の出力に影響する度合いを評価するためにハンケルノルムが用いられるが、デジタル機器を用いた制御系をはじめ、入出力関係が周期性をもつシステムに対しては、ハンケルノルムに基づく性能評価に関する基本的な問題が未解決であった。本研究では準ハンケル作用素と準ハンケルノルムという概念を導入してそのようなシステムに対して性能評価を可能とし、これまで考えられてこなかった性能指標を導入し、あるいはその指標に基づく望ましい制御系を設計することにもつながる研究を展開しており、理論的、実用的意義がある。

研究成果の概要(英文)：By introducing the notion of quasi Hankel operators, studies on Hankel norm are extended to sampled-data systems and periodic systems. It is studied whether the values of the norms of quasi Hankel operators called the quasi Hankel norms attain their maximum over a single (half-open) interval corresponding to the period of the system. It is also studied how to compute the Hankel norm defined as the supremum of the quasi Hankel norms. The relationship between the quasi Hankel and Hankel operators and the well-known H2 norm is studied, and the discrete-time controller synthesis method for minimizing the L-infinity/L2 Hankel norm is derived.

研究分野：制御工学

キーワード：ハンケルノルム サンプル値系 周期時変系 準ハンケルノルム L_∞/L2誘導ノルム H2ノルム

1. 研究開始当初の背景

本研究は、科学研究費課題「作用素論に基づく連続時間系・サンプル値系の制御性能解析に関する新展開と周辺研究」の研究過程において生じた課題に取り組んだものである。具体的には、「動的システム理論ならびに制御理論の研究におけるある種の極めて基本的な問題と呼ぶべきものが、線形時不変系という限られたクラスの場合を除いて基本的に未解決である」と言わざるを得ないという認識に、当該課題の研究の一環として至ったものである。すなわち、申請者が極めて重要と考える視点（研究課題名にも含まれるキーワードである、準ハンケル作用素という考え方）について、これまで論じられてきたことがなかった状況を背景としている。それゆえ、本研究は第一義的には、準ハンケル作用素を取り巻くそのような新たな視点の重要性についてさらに深く論じ、サンプル値系をはじめとする、線形時不変系よりも一般的な系に対して動的システム理論の観点からの理解を深めたいと考えた申請者の学術的興味に根差している。ただし、本研究課題の究極的な目標として、上記視点と密接に絡む形での制御系の性能解析と設計も視野に含めた研究を念頭においた。

2. 研究の目的

フィードバック制御器の最適な設計を通して外乱抑制性能を可能な限り向上させる方策を論じるに先立ち、与えられた制御器のもとでの外乱抑制性能を定量的に評価できるべきことは必須である。本研究課題を通して重要なキーワードのひとつとなる準ハンケル作用素も、そのような解析の必要性を通して申請者が世界に先駆けて導入したものであり、以下に記す研究目的も準ハンケル作用素の視点と密接に関係している。準ハンケル作用素を導入してなされる本研究は、制御理論における既存の成果と密接な関係を有しつつ、同時に、制御系の性能評価規範として新たな尺度を導入することにもつながる。

(1) ハンケル作用素は、ほとんどの場合、 L_2/L_2 ハンケル作用素と呼ばれるものについて論じられてきた。ここで L_2 とは信号のある種の平均値、より具体的には時間に沿っての 2 乗積分の平方根の大きさ (L_2 ノルム) に着目することを意味しており、外乱入力も対応する応答もいずれもこの尺度で評価した場合の作用素ということの意味している。これに対して、応答の時間に沿ってのピーク値 (L_∞ ノルム) が重要な評価尺度となるタイプの問題は、応答が指定された上下限に留まることが必須となるような実応用に際して重要であり、そのような場合を考慮した L_∞/L_2 ハンケル作用素と呼ばれるものについても研究が重要である。

本研究は線形時不変系よりも広いクラスの系を対象とするものであり、その場合にはハンケル作用素の考え方に沿いつつより妥当な概念と考えるべき準ハンケル作用素の導入が不可欠になる。すなわち、「過去」と「未来」の境目を任意の時刻にとった上で、過去の入力から未来の出力への作用素を考えることが重要となる。さらに、「過去」の最悪の外乱が「未来」の応答に及ぼす最悪の影響を評価すべきとの視点に立ち、「過去」と「未来」の最悪の境目 (critical な境目と呼ぶ) が存在するの否か、さらには、その最悪の境目の存在下でその境目のもとでの準ハンケル作用素として定義されるべきと考える (本質的に適切な用語としての) ハンケル作用素が存在するの否かという根元的な問いに対する答を明らかにする。

(2) 上記のような考え方を通して導入される L_∞/L_2 ハンケルノルムは、線形時不変系においてはよく知られた重要な制御性能評価指標である H_2 ノルムと密接な関係を有する。これは、サンプル値系や、同様に周期時変性を有する連続時間系においても同様の関係が成立すると期待される。すなわち、 L_∞/L_2 ハンケルノルムを定義する上で用いられることになる L_∞/L_2 準ハンケルノルムについて、過去と未来の境目を 1 周期の間で変化させたときのその値をすべて利用して定義される新たな制御性能評価指標を導入することは、周期性を有する系の新たな性能指標として大きな意味を持つことが期待される。

このような観点に沿って、よく知られている H_2 ノルムとこのような新たな性能指標との関係を明らかにする他、この性能指標を最小化するような制御器を設計することも重要な課題となる。

(3) ここまでは、ある種の扱いの容易さから、 L_∞/L_2 準ハンケル作用素について研究を展開することを述べたが、ハンケル作用素は多くの場合に L_2/L_2 という視点に沿って論じられてきた。このことに鑑み、上述の議論を L_2/L_2 準ハンケル作用素に対しても同様に展開する。信号の L_∞ ノルムと L_2 ノルムの間には、前者が結果的には信号の瞬時値により定まるのに対して、後者は全時刻での値が寄与するという本質的な差がある。このことに伴い、 L_2/L_2 準ハンケル作用素の解析への展開は一からの議論を要するものとなり、得られる帰結も異なると予想されるが、 L_∞/L_2 準ハンケル作用素の解析と同様、最悪な境目の存在条件や特徴づけを明確化することを目指す。さらに、その成果を制御理論的視点から活用する方策についても検討する。

3. 研究の方法

前項で述べた各目的に関する課題に取り組むための方法について、いずれもテクニカルなものとなるが、簡単に述べておく。

(1) まず、 L_∞/L_2 ハンケルノルムに関しては、周期性をもつシステムの取り扱いにおいて非常に有用な道具立てであるリフティングを適用する。その際、過去の入力を考えるための過去の時間区間と、未来の出力を考えるための未来の時間区間に関して、ちょうど1周期分だけ重なりをもたせた状況を想定した上で過去の入力から未来の出力への作用素を考えると、そのノルムは容易に計算できることになる。具体的には、(半开区間である) 1周期の間に値をもつパラメータ θ をとり、時刻 θ における出力のノルムを最大化するような過去の最悪入力を求めることにより計算可能となる。このノルムの θ に関する上限値が、過去と未来の重なりをもつもとの作用素のノルムとなる。その一方で、上記の最悪入力の性質を詳細に調べることで、上記の作用素ノルムが、実は L_∞/L_2 ハンケルノルムに一致することが示せる。さらに、関連する議論を通して、 L_∞/L_2 準ハンケルノルムの θ に関する最大値が存在するか（すなわち、 L_∞/L_2 ハンケルノルムがそのような最大値と一致すると言えるか）という問題や、一致する場合には、最大値を与える θ (critical な境目) がどのようにして求められるかに関する帰結も得ることができる。

ここまでの議論では、ひとつのパラメータ θ のみを導入した議論となるが、同じ区間に値をもつもうひとつのパラメータ θ を導入した扱いによって、 θ を固定するごとに θ に依存して決まる値の θ に関する上限値を求めるようなタイプの問題を、 θ における準ハンケルノルムを求めるための考え方として定式化できるようになる。このような扱いにより、 θ における準ハンケルノルムの計算法が確立できる他、critical な境目が存在するか否かに関しても有用な理論的知見を導くことができる。

(2) 上記のような議論を通して、 θ における準ハンケルノルムを計算することができるようになると、その値が θ に依存することに関して、その依存性を何らかの形で平均化したり、あるいは最悪値（すなわち L_∞/L_2 ハンケルノルム）を考えたりすることで、新たな制御性能の指標を導入することが可能となる。

これは、これまで広く利用されてきた H_2 ノルムと密接な関係を有するが、異なる概念を与えることになる。それらの相互関係などを評価し、異なる制御性能指標を制御系設計に反映させる上での有用な知見を得ることができる。とくに、 L_∞/L_2 ハンケルノルムは L_∞/L_2 誘導ノルムと一致することが示せ、前者のノルムの最小化問題をむしろ後者のノルムを最小化問題ととらえれば、よく知られた LMI (線形行列不等式) に基づく離散時間系に対する制御器の設計手法を拡張して、サンプル値系に対する離散時間制御器設計手法を与えることが可能となる。

(3) 以上は出力を L_∞ ノルムによって評価する立場に関するものである。 L_∞ ノルムの特徴から、リフティングを適用した議論を一貫して利用できる。ところが、本研究は出力を L_2 ノルムによって評価する立場についても考察するものであり、この場合には、 L_2 ノルムの性質が L_∞ ノルムと大きく異なることに起因して、 L_2/L_2 ハンケルノルムの計算においては、リフティングを通じた表現での扱いが困難な時間区間が、過去の未来の境目の近辺で生じる。

この部分に関しては、リフティング前の状態方程式に基づく議論を組み合わせるなどの厄

介なアプローチを要することになるものの、過去と未来の境目 θ を固定するごとに、その θ における L_2/L_2 ハンケルノルムの計算を、ある意味で、時不変系においてよく知られた計算法に類似した形で進められることを示すことができる。

加えて、critical な境目の存在性について、やはり L_∞ ノルムと L_2 ノルムの性質の違いに起因すると考えられるような、異なる様相を明らかにすることができる。

4. 研究成果

テクニカルな内容の詳細は、次項目の発表論文に譲らざるを得ないものの、それらの成果の一部を簡略に紹介しておく。

(1) 本研究課題における最大のキーワードである準ハンケル作用素について、入出力関係が時不変ではなく周期時変となるような代表的なシステムであるサンプル値系を対象として、雑誌論文 [1] で世界に先駆けて導入を行った。すなわち、1 サンプリング周期の間の任意の時刻 θ をとるごとに、そこを境目として過去の入力から未来の出力への作用素を考え、これを θ における準ハンケル作用素と呼んだ。さらにそのノルムを θ における準ハンケルノルムと呼び、 θ を (半开区間である) 1 サンプリング周期から選ぶときのこのノルムの上限値を、サンプル値系のハンケルノルムと定義した。とくに、この上限値が最大値として存在するとき、最大値を与える θ を critical な境目と命名した。

雑誌論文 [1] においては、上記のように定義されるハンケルノルムの計算法を与えることに加えて、critical な境目がつねに存在するの否かに関する理論的検討を行った。その際、ハンケルノルムが準ハンケルノルムの上限値として定義されるという事実にもかかわらず、準ハンケルノルムを直接的に扱うことを完全に避けた議論 (「過去と未来が重なりを持つと見なした扱いのもとでのハンケル作用素」と称するもののノルムを計算することにより、実はハンケルノルムが得られるという議論) を展開した。

また、critical な境目は一般には必ずしも存在しないことを明らかにする一方で、上記の議論を通してハンケルノルムを計算する過程で得られる情報がある条件を満たす場合には (そして、そのような条件はしばしば満たされると期待されるものでもあるのだが)、その情報から、critical な境目の存在性とその具体的な値の計算が可能であることを明らかにした。

なお、critical な境目が存在するとき、その θ における準ハンケル作用素をサンプル値系のハンケル作用素と定義することが可能となるため、critical な境目が存在することを、サンプル値系のハンケル作用素が well-definable であるという術語を導入した。雑誌論文 [1] の成果は、与えられたサンプル値系に対して、ハンケル作用素が well-definable であることが保証できるための十分条件を与えたという解釈も可能である。ただし、その一方で、ハンケル作用素が well-definable か否かがつねに判定可能となるための理論的基盤にはなりきっていない他、与えた θ のもとでの準ハンケルノルムを直接的に計算する方法を与えたものともなっていないという点においては、さらなる研究の余地を残すものとなった。

(2) 上記 (1) の最後に触れたさらなる研究の余地について、ほぼ完全解決を与える形の成果となったのが、雑誌論文 [3] であるといえる。この論文では、雑誌論文 [1] があえて避けることとした、与えられた θ における準ハンケルノルムを具体的に計算する、という問題にまず取り組んだ。そして、[1] で得られていたハンケルノルムの計算法を拡張したものと (結果として) 見なせるような方法により、その計算が可能であることを明らかにした。

これにより、1 サンプリング周期の間の任意の θ における準ハンケルノルムが計算可能となることから、原理的には、与えられたサンプル値系に対する critical な境目をすべて求めることも、そのサンプル値系に対してハンケル作用素が well-definable であるか否かを判定することも可能となった。ただし、この成果で得られた準ハンケルノルムの計算法は、与えられたひとつの θ に対する計算だけを取り上げて、単にハンケルノルムを求めるための計算に比べて、計算労力のはるかに大きいという難点がある。そのため、原理的には問題解決がなされたという上記成果だけでは、必ずしも完全に満足とはいえない側面を有するものでもあった。

雑誌論文 [3] においてはそのような問題意識からさらなる議論を進めることにより、雑誌論文 [1] において得られていた（はるかに少ない計算労力を通して得られる）部分的な成果について、ごく簡単な判定項目を付加することにより、その判定結果に応じて、雑誌論文 [1] の理論的成果が指し示していたことよりもはるかに多くの有用な事実が指し示されるという結論に至る、ということを明らかにした。その結果、[1] で用いられたのと同じ少ない計算労力により、ほとんどの場合に critical な境目（が存在するならば）をすべて求めることと、ハンケル作用素が well-definable であるか否かの判定を行うことが可能であることが明らかとなった。

(3) 以上の成果は、過去の入力を L_2 空間からとる一方で、未来の出力を L_∞ 空間の元と見なして準ハンケル作用素を定義する場合の議論に対するものである。これに対して、出力をやはり入力と同じく L_2 空間の元と見なした上で同様の議論を展開したのが、学会発表 [3] ならびに [4] である。

これらの研究では、出力が L_2 空間の元であることに起因して、過去と未来の境目 θ を 1 サンプル周期の間の任意の時刻にとる際の扱いが、雑誌論文 [1],[3] における扱いに比してはるかに複雑になる。その難点を克服して得た成果は、出力を L_2 空間の元と見なした場合には、critical な境目が必ず存在してハンケル作用素が必ず well-definable となることを（ハンケルノルムの具体的な計算法とともに）示した点にある。

(4) 出力を L_∞ 空間の元と見た場合のハンケルノルムは、 L_2 から L_∞ への誘導ノルムと一致することがやはり雑誌論文 [1] で明らかにされている。その意味で、 L_2 から L_∞ への誘導ノルム（したがってハンケルノルム）を最小化するような制御器を設計する問題は重要である。

学会発表 [2] では、piecewise constant approximation と呼ばれる手法を通して、上記の設計問題を近似的に（かつ漸近的に厳密に）解くための方法を理論的に明らかにした。

(5) 学会発表 [1] および [5] では、従来考えられてきた通常の H_2 ノルムと密接に関係するものの、異なる形となる新たな H_2 ノルムをサンプル値系に対して導入し、そのノルムの計算やその値を最小化するための制御器の設計法などについて議論を行った。これらの議論は、雑誌論文 [1],[3] で扱ったタイプの（ L_2 から L_∞ への）ハンケルノルム、ハンケル作用素に関する議論と密接な関係を有する他、さらに異なるタイプの L_1 から L_2 へのハンケルノルム、ハンケル作用素に関する議論とも密接な関係を有することが期待される。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計1件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 T. Hagiwara, A. Inai and J. H. Kim	4. 巻 56
2. 論文標題 The L_∞/L_2 Hankel Operator/Norm of Sampled-Data Systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Control and Optimization	6. 最初と最後の頁 3685--3707
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1137/17M1123146	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件/うち国際学会 3件）

1. 発表者名 J. H. Kim and T. Hagiwara
2. 発表標題 Generalization of Piecewise Constant Approximation in the L_∞/L_2 Optimal Control of Sampled-Data Systems
3. 学会等名 2019 European Control Conference（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 H. Hara and T. Hagiwara
2. 発表標題 Properties of the Quasi L_2/L_2 Hankel Norms and the L_2/L_2 Hankel Operators of Sampled-Data Systems
3. 学会等名 2019 European Control Conference（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 原 洋揮, 萩原朋道
2. 発表標題 演算時間遅れを考慮したサンプル値系における L_2/L_2 準ハンケルノルムの計算法と L_2/L_2 ハンケル作用素
3. 学会等名 第62回自動制御連合講演会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 J. H. Kim and T. Hagiwara
2. 発表標題 A Study on the Optimal Controller Synthesis for Minimizing the L ₂ Norm of the Response to the Worst-Timing Impulse Disturbance in LTI Sampled-Data Systems
3. 学会等名 2018 IEEE Conference on Decision and Control (国際学会)
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関