

平成 22 年 4 月 22 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19340030

研究課題名（和文） 双曲型方程式から見た発展方程式の研究

研究課題名（英文） On the study of evolution equations from hyperbolic ones

研究代表者 林 仲夫

(HAYASHI NAKAO)

大阪大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：30173016

研究代表者の専門分野：非線形偏微分方程式

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：非線形 Klein-Gordon 方程式、非線形 Schredinger 方程式、双曲型方程式、分散型方程式

1. 研究計画の概要

- (1) 分散型方程式固有の作用素の研究
- (2) 臨界冪を非線形項に持つ方程式の研究に不可欠な位相関数の研究
- (3) 新しい関数空間、解の平滑化、位相関数の非線形分散型方程式への応用
- (4) Korteweg-de Vries 型方程式、3 次の非線形項をもつ 1 次元非線形型 Klein-Gordon 方程式の解の漸近的振る舞いを明確にする。

2. 研究の進捗状況

- (1) 線形 Klein-Gordon 方程式の解が持つ固有の振動数、位相関数の研究を通して 3 次の非線形項をもつ 1 次元非線形 Klein-Gordon 方程式の研究を行い解の漸近的振る舞いを明確にした。従来の研究における方法は初期値がコンパクトな台を持っているという条件に強く依存していた。そのため最終値問題を考えるさい障害となっていた。またより広い初期値での研究を困難にしていた。我々は非線形 Schredinger 方程式の研究で開発した解の分解公式を応用しコンパクトな台という条

件を取り除くことに成功した。このことにより非線形 Klein-Gordon 方程式が非線形 Schredinger 方程式の相対論版であることが光速をパラメーターとして明確に表現できることが明らかとなった。この成果は代表的な研究成果の①、③において国際誌において発表した。また日本数学会において関数分科会特別講演を行った。

- (2) 一般の分散型方程式が持つ固有の振動数を研究し臨界べき非線形項を持つ非線形問題に応用した。問題となる点は非線形項が線形問題の解と共鳴現象を引き起こす場合であり、この項をどのように取り除くかという問題である。従来の方法は近似解を経験的に定義しその近傍で解を見つけるという方法が採用されていた。我々は非線形 Schredinger 方程式の研究を土台にフーリエ変換を通し近似解を自然な形で見つける成功した。その結果として最

終値問題の解決をより自然な最終値に対する条件のもと行うことに成功した。この成果は代表的な研究成果の②において国際誌において発表した。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由) 研究計画にそって従来明かにではなかった臨界べき非線形問題の解の性質について明らかにすることができた。

4. 今後の研究の推進方策

- (1) 2次元2次の非線形項を持つ非線形Schredinger方程式の解の漸近的ふるまいの研究を行う。
- (2) 非線形Schredinger方程式系及び非線形Klein-Gordon方程式系などの連立方程式に関しては十分な結果が得られているとはいえない。これらの連立系に関する研究をこれまでに得られた方法を用いて考察する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 20 件) ① N.Havashi and P. I. Naumkin: Final state problem for the cubic nonlinear Klein-Gordon equation, J. Math. Phys. , 2009, vol. 50, no. 10, pp. 103511-14, 査読有

② N.Havashi and P. I. Naumkin: Asymptotic properties of solutions to dispersive equation of Schredinger type, J. Math. Soc. Japan, 2008, vol. 60, pp. 631-652, 査読有

③ N.Havashi and P. I. Naumkin: The initial value problem and asymptotics of solutions for the cubic nonlinear Klein-Gordon equation, Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik, 2008, vol. 59, no. 6, pp. 1002-1028, 査読有

[学会発表] (計 4 件)

① 林 仲夫: 非線形 Klein-Gordon 方程式の散乱問題, 日本数学会、東京大学、3月28日、解析学賞受賞特別講演, 2009年3月26日-29日