

平成 22 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2007～2009

課題番号：19360042

研究課題名（和文）多自由度階層系が示すフラクタル構造形成過程の解明

研究課題名（英文）Study on the formation process of fractal structures with large-scale hierarchal systems

研究代表者

中山 恒義 (NAKAYAMA TSUNEYOSHI)

財団法人豊田理化学研究所・フェロー

研究者番号：80002236

研究成果の概要（和文）：本研究課題での成果を要約すると、1). 非平衡フラクタル凝集体形成について、流体力学に基づき、凝集体のフラクタル次元と沈降速度の関係を明らかにした、2). 臨界フラクタル系の次元揺らぎ・秩序揺らぎに対する理論的表式を得た、3). 反強磁性体臨界パーコレーション系に対する中性子非弾性散乱実験データを動的スケーリング理論を用いて解析し理論が正しく成立することを実証した、4). 複雑ネットワークのフラクタル性とスモール・ワールド性の関係を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：The results are summarized as follows: 1) We have provided the theoretical basis, according to fluid mechanics, on the relationship between fractal dimensions of aggregates and sedimentation velocity. 2) We have theoretically presented the probability distribution function of the fractal dimension characterizing critical fractal systems. 3) We have demonstrated that there holds the dynamic scaling law in inelastic neutron scattering data for anti-ferromagnetic percolating systems. 4) We have clarified the relation between the fractal and the small-world properties of complex network systems.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	5,400,000	1,620,000	7,020,000
2008年度	4,100,000	1,230,000	5,330,000
2009年度	2,700,000	810,000	3,510,000
年度			
年度			
総計	12,200,000	3,660,000	15,860,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：「応用物理学・工学基礎」・「工学基礎」

キーワード：フラクタル、多自由度、複雑系

1. 研究開始当初の背景

多自由度階層系の多くは、スケール不変なフラクタル構造を形成することが知られており、基礎

科学的ならびに応用上も極めて興味深い系である。フラクタル構造の形成プロセスには普遍的なメカニズムが存在し、物質科学・生命科学・社会科学

など広範な分野をカバーする極めて学際的・発展性の高い研究テーマである。フラクタル構造が発現する典型的な不可逆凝集現象の形成メカニズム、量子系で臨界現象で発現するフラクタル構造の形成メカニズム、これら古典系・量子系の物理系で実現される自己組織臨界構造形成プロセスなど、研究課題は多方面にわたる。これら多自由度階層系のフラクタル構造の対象にたいして、従来とは異なる切り口からのフラクタル形成メカニズムの解明が興味を集めている。

2. 研究の目的

本研究の目的は、多自由度階層系が示すフラクタル構造形成や非平衡フラクタル・パターン形成過程の解明に関する研究を行うことである。多自由度系に対するシミュレーションや大規模数値解析が可能なアルゴリズムの開発、そしてこれを用いた異なる物理系に共通するフラクタル構造形成メカニズムの普遍性の解明、という2つの研究テーマを有機的に結合することで、フラクタル研究の新たな方向性を確立する。

古典系におけるフラクタル構造形成においては、溶媒中に分散するコロイド粒子系の凝集過程、例えば拡散律則的凝集やクラスター・クラスター凝集などはフラクタル構造形成の代表的プロセスである。この構造形成にかかる概念は、コロイド科学ばかりでなく最近では情報科学や経済学においても活発な研究対象となっている。

量子系におけるフラクタル構造形成メカニズムの解明に関する研究では、我々が以前開発した大規模固有値解析アルゴリズムである強制振動子法を、四元数ハミルトニアン固有値問題にも適用可能なように拡張し、これを用いることで量子臨界系の波動関数のマルチフラクタル解析を行う。特に、大域スペクトルの値のサンプル揺らぎの分布関数を調べ、古典臨界系で見られる一般化ガンベル分布が量子フラクタル系においても観測されるか否かを明らかにする。

自己相似なフラクタル構造は、物質系にだけ固有なものではない。最近の研究によると、生体内の蛋白質相互作用ネットワークやワールド・ワイド・ウェブ (WWW) のような物質的実体を伴わない複雑ネットワークの構造も、ネットワーク距離の意味においてフラクタル構造をとることが知られている。本研究では、複雑ネットワークがフラクタル性を発現するメカニズムについても、パーコレーション転移の立場から詳細に検討する。

3. 研究の方法

コンピュータを駆使したシミュレーションや数値解析が極めて有効であるが、精度の高い知見を得るには従来の数値解析手法を超える高速・高効率アルゴリズムの開発が不可欠である。

多自由度階層系が示すフラクタル構造形成過程の解明のため、超並列・超高速数値解析アルゴリズムの開発を行い、それらを古典系のフラクタル構造形成過程、量子論的フラク

タル構造形成過程の解明に適用できるようにする。これにはわれわれが独自に開発した強制振動子法と呼ばれる全く新しい概念による数値解析法を拡張する。この方法は系の共鳴現象を抽出するものであるので大規模行列のスペクトル状態密度、固有値・固有ベクトル、動的応答関数を高速・高精度で解析できる。この分子動力学法と新規な数値解析アルゴリズムを相補的に用いることで、これまで行われたことのない大規模系でフラクタル凝集シミュレーションが行えるようにする。

さらにこの強制振動子法を、スピン-軌道相互作用を有する量子臨界系のフラクタル波動関数解析が可能なように、四元数ハミルトニアンに対して適用可能なように拡張する。具体的には、プログラミング言語において四元数の代数構造を持つ構造型と四元数間の演算を規定するモジュールを定義することにより、スピン行列の表現によらない一般的なアルゴリズムを構築し、高速化と簡便化を図る。また、このアルゴリズムを用いることで大規模量子臨界系の臨界波動関数を計算し、これに対するマルチフラクタル解析から大域スペクトルのサンプル揺らぎ分布関数を計算する。

一方、複雑ネットワークのフラクタル性に関する研究では、パーコレーション転移を有する適応度モデルを構築し、その点移転近傍におけるネットワークに対して compact-box-burning アルゴリズムに基づいたボックス・カウンティングを行うことでネットワークのフラクタル性を評価する。特に、近年活発に議論されているフラクタル性とスモール・ワールド性の関係について、臨界性の立場から詳細に検討する。

4. 研究成果

本研究は、フラクタルという概念を横軸、物理学を主軸に異分野を結合することで、フラクタル研究の新たな方向性を確立することを目的としている。多自由度階層系でのフラクタル構造形成の解明に向けて、シミュレーション方法ならびに大規模数値解析が可能なアルゴリズムの開発、これを異なる物理系に適用し、共通するフラクタル構造形成メカニズムの普遍性の解明に関する研究を行った。

当該課題研究期間中に達成された代表者ならびに分担者の研究成果は多岐にわたる。フラクタル凝集プロセスを調べることで、古典粒子系のフラクタル凝集メカニズムを明らかにした。特に、コロイド粒子の粒径分布関数や粒子間相互作用が、形成される凝集体の構造にどのような影響を与えるかについての研究を行った。

フラクタル構造を有する多くの古典系において、系の秩序を表す量（臨界系であれば秩序変数）のサンプル揺らぎが一般化ガンベ

ル分布に従うことが最近の研究により明らかにされている。本研究では、秩序変数が一般化ガンベル分布に従う場合、フラクタル次元のサンプル揺らぎの分布関数がユニバーサリティ・クラスに関係なくある種の3重指数関数によって普遍的に記述されることを解析的に示した。また、この理論が正しいことを、パーコレーション転移とイジングスピン転移における大規模数値計算によって実証した。さらに、古典系におけるこのような揺らぎの振る舞いが、量子系においても見られるか否かを明らかにするため、量子臨界系のマルチフラクタル波動関数に対して大域スペクトルのサンプル揺らぎを調べたところ、古典系と同様に一般化ガンベル分布に従うことを初めて明らかにした。この計算を遂行するため、強制振動子法を四元数ハミルトニアンに対して適用できるよう拡張した。さらに、スケールフリー性を有する臨界複雑ネットワークの秩序変数の揺らぎを調べたところ、一般化ガンベル分布とは異なる、より長いテールを持つ分布関数によって記述されることを明らかにした。このことは、スケールフリー・ネットワークの高い不均一性に起因したものであり、同様の異常揺らぎはスピンの大きさがベキ分布するイジング系の秩序変数分布や砂粒の大きさがベキ分布する sand pile モデルでも期待できる。

複雑ネットワークのフラクタル性に関する研究でも多くの知見が得られた。まず、パーコレーション転移点直上にあるネットワークは、ネットワーク距離という非ユークリッド的な距離の概念の下でフラクタル構造を有することが明らかになった。また、秩序相にある複雑ネットワークは、有限の相関長よりも短いスケールではフラクタル構造を取り、それより長いスケールではスモール・ワールド性を有することを示した。実在する多くの複雑ネットワークは秩序相にあるため、ネットワーク径のスケールで構造を調べれば、常にスモール・ワールドな構造が見られることになる。このことが、スモール・ワールド性を有する複雑ネットワークが遍在する理由と考えられる。さらに、複雑ネットワークにおけるフラクタル性はスモール・ワールド性とは共存し得ないことを明らかにした。この事実は、これまでの複雑ネットワークの研究における常識を覆すものであり、本研究の結論が今後の研究の方向性を大きく変えるものと期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 25 件)

1. T. Nakayama, Fractal structures in

- condensed matter physics, Encyclopedia of Complexity and Systems Science, Springer-Verlag (2009) pp. 3878-3893. 査読有
2. E. Kaneshita and T. Nakayama, Glass-like Thermal-transport in Symmetry-Broken Clathrates, Europhysics Letters, Vol. 86, (2009) 56004-pp. 1-6. 査読有
3. S. Itoh, T. Nakayama, R. Kajimoto, and M. A. Adams, Single-Length-Scaling Analysis for Antiferromagnetic Fractons in Dilute Heisenberg System $RbMn_{0.4}Mg_{0.6}F_3$, Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 78, (2009) 013707-pp. 1-4. 査読有
4. T. Nakayama, THz Frequency Dynamics of Network/guest Atom Systems: Liquid Water, Clathrates, and Network Glasses, Nuclear Instrument and Methods in Physics Research A, Vol. 600, (2009) pp. 267-269. 査読有
5. M. Mitobe and K. Yakubo, Fluctuations of the Order Parameter in Critical Complex Networks, Journal of the Physical Society of Japan 78 (2009) 124002. 査読有
6. M. Mitobe and K. Yakubo, Distribution of Fluctuating Fractal Dimensions of Finite Critical Systems, Journal of the Physical Society of Japan 78 (2009) 074006. 査読有
7. S. Furuya and K. Yakubo, Statistical properties of weighted complex networks characterized by metaweights, Physica A-Statistical Mechanics and its Applications 289 (2009) 1265-1272. 査読有
8. S. Nishino, K. Yakubo, and H. Shima, Finite size effects in infinitely large electronic systems with correlated disorders, Physical Review B 79 (2009) 033105. 査読有
9. M. J. Zheng, J. J. Xiao, K. Yakubo, and K. W. Yu, Energy Relaxation in Damped Two-Dimensional Graded Elastic Lattices, Journal of the Physical Society of Japan 78 (2009) 124603. 査読有
10. S. K. Baek, H. Shima and B. J. Kim, Curvature-induced frustration in the XY model on hyperbolic surfaces, Physical Review E 79 (2009) 060106_1-4. 査読有
11. Y. Sakaniwa and H. Shima, Survival of short-range order in the Ising model on negatively curved surfaces, Physical Review E 80 (2009) 021103_1-6. 査読有

12. S. K. Baek, P. Minnhagen, H. Shima and B. J. Kim, Phase transition of q-state clock models on heptagonal lattices, Physical Review E 80 (2009) 011133_1-8. 査読有
 13. T. Nakayama and E. Kaneshita, "Interacting Dipoles in Type-I Clathrates: Why glass-like though Crystalline?" Europhysics Letters, Vol.84, (2008) 66001-pp.1-5. 査読有
 14. S. Furuya and K. Yakubo, Generalized strength of weighted scale-free networks, Physical Review E 78 (2008) 066104. 査読有
 15. M. J. Zheng, M. Goda, K. Yakubo, and K. W. Yu, Anomalous size dependence of inverse participation ratio of eigenfunctions in graded elastic lattices, Journal of the Physical Society of Japan 77 (2008) 094601. 査読有
 16. K. Yakubo and H. Obuse, Anomalously localised states at the Anderson transition, European Physical Journal 161 (2008) 233-247. 査読有
 17. M. Kumagai, A. Taguchi, T. Takagahara, T. Ohno, and K. Yakubo, Topological aspects of excitons in artificial structure, Solid State Communications 145 (2008) 154-158. 査読有
 18. W. J. Tian, T. Nakayama, J. P. Huang, and K. W. Yu, Scaling behaviors in settling processes of fractal aggregates in water, Europhysics Letters, Vol. 78, (2007) 46001-p. 1-5. 査読有
 19. S. Nishino, H. Shima, and T. Nakayama, Peculiar behaviors of excited modes in harmonic chains with correlated disorder, Journal of Physics, Vol. 92, (2007) pp. 012156-012160. 査読有
 20. K. Yakubo and M. Mitobe, Non-fractal critical clusters at the percolation transition, Journal of the Physical Society of Japan 76 (2007) 034004. 査読有
 21. J. J. Xiao, K. Yakubo, and K. W. Yu, Variety of normal modes and their transition behaviors in graded elastic networks: Square networks with a diagonal gradient, Journal of the Physical Society of Japan 76 (2007) 024602. 査読有
 22. J. J. Xiao, K. Yakubo, and K. W. Yu, Global phase diagram of one-dimensional graded diatomic elastic chains: a diagrammatic approach to identifying vibrational normal modes, Journal of Physics-Condensed Matter 19 (2007) 026224. 査読有
 23. J. J. Xiao, K. Yakubo, and K. W. Yu, Vibrational excitations in graded elastic chains, International Journal of Modern Physics B 21 (2007) 4184-4189. 査読有
 24. K. Yakubo, J. J. Xiao, and K. W. Yu, Confined vibrational normal modes in graded elastic networks: Gradons, Physica B-Condensed Matter 394 (2007) 262-266. 査読有
 25. J. J. Xiao, K. Yakubo, and K. W. Yu, Coupled plasmon modes and their localization in graded plasmonic chains, Physica B-Condensed Matter 394 (2007) 208-212. 査読有
- [学会発表] (計 45 件)
1. M. Mitobe and K. Yakubo: Distribution Function of Fractal Dimensions characterizing Finite Critical Systems, The 9th Asia-Pacific Complex Systems Conference, 2009年11月4-7日, 中央大学.
 2. F. Kawasaki and K. Yakubo: Crossover from Fractal to Small-world Properties in Complex Networks, The 9th Asia-Pacific Complex Systems Conference, 2009年11月4-7日, 中央大学.
 3. (招待講演) Tsuneyoshi Nakayama, THz Frequency Dynamics in Symmetry-Broken Clathrates and Complex Disordered Systems, International Workshop on Possible Scientific View from New Neutron Spectroscopy Opportunities in J-PARC, (Tokai, May 6, 2009)
 4. (招待講演) Tsuneyoshi Nakayama, Symmetry-Broken Clathrates as Thermoelectric Materials: Why Glass-like though Crystalline? Workshop on Frontier of Material Sciences (Taipei, December 10, 2008)
 5. (招待講演) K. Yakubo: Fractal Property of Critical Complex Networks, International Workshop on Complex Systems and Sociology, 2008年11月29日, Seoul, South Korea.
 6. K. Yakubo: Fractality and Small-World Property of Complex Networks, 5th European Conference on Complex Systems, 2008年9月16日, Jerusalem, Israel.
 7. (招待講演) 中山恒義, Peculiar Dynamics

- Stemming from Network/Guest Atom Systems, ラットリング振動が誘起する新物性研究会、広島大学、2008年3月20日
8. S. Furuya and K. Yakubo: Meta-weight analysis of weighted complex networks, NSC Winter Workshop 2008, March 8-9, 2008, Hokkaido University, Sapporo.
 9. (招待講演) Tsuneyoshi Nakayama, THz Frequency Dynamics of Network Glasses, International Symposium on Spallation Pulse Source (Mito, March 4, 2008).
 10. (招待講演) Tsuneyoshi Nakayama, THz Frequency Dynamics of Network/Guest Atom Systems, Mini-Symposium on Complex Disordered Systems (Argonne, January 20, 2008)
 11. (招待講演) K. Yakubo: Anomalously Localized States at the Anderson Transition, 392nd WE-Heraeus-Seminar, September 2-5, 2007, TU Ilmenau, Germany.
 12. (招待講演) K. Yakubo, J. J. Xiao, and K. W. Yu: Localized Vibrations in Graded Lattices: Gradons, 12th International Conference on Phonon Scattering in Condensed Matter (Phonons 2007), July 15-20, 2007, Paris, France.

[図書] (計 1 件)

1. H. Shima and T. Nakayama, Higher Mathematics for Physics and Engineering, Springer-Verlag, 2010, pp.1-688.

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中山 恒義 (NAKAYAMA TUSNEYOSHI)
財団法人豊田理化学研究所・フェロー
研究者番号：80002236

(2) 研究分担者

矢久保 考介 (YAKUBO KOUSUKE)
北海道大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号：40200480
島 弘幸 (SHIMA HIROYUKI)
北海道大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号：40312392

(3) 連携研究者 なし