

平成 22 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究（C）	
研究期間：2007～2009	
課題番号：19530792	
研究課題名（和文）	数学の問題解決的授業の質が個の解決過程と学習に及ぼす効果の理論的・実践的研究
研究課題名（英文）	A theoretical and practical research on the effect that quality of mathematics lessons gives to students problem solving process and learning of mathematics
研究代表者	
岩崎 浩 (Iwasaki Hiroshi)	
上越教育大学 大学院学校教育研究科・准教授	
研究者番号：80251867	

研究成果の概要（和文）：本研究では、通常の授業ではなく、主にそのメタレベルにおける学習の効果を意図して計画・実施された2つの授業実践（確率の授業と正負の数の乗除法各10時間）から得られた質的データを対象として、数学の授業の質が生徒の解決過程と学習に及ぼす効果、主にメタレベルの学習への効果を調べた。結果として、数学の授業の質が生徒の数学の（メタレベルの）学習に及ぼす効果として、先行研究では明らかにされてこなかった効果（プラスの効果）がありうることを事例的に明らかにした。

研究成果の概要（英文）：We examined effects that the quality of mathematics lessons gives to student's problem solving process and mainly learning of mathematics occurred at meta-level. To do so, we analyzed the qualitative data, the transcripts of the lessons, from two lesson studies, which were not normal but were planned and conducted aiming at effects of students' learning of mathematics at meta-level. The qualitative analysis of the data reveals the plus effects that the quality of the lessons gives to the student's mathematics learning which have not been clarified in the precedent researches.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	500,000	150,000	650,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教科教育学

キーワード：数学授業の質、個の学習過程、問題解決、メタレベル

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 日本の生徒たちの数学学習の現状についての認識

日本の生徒たちの数学の成績は、国際的にみて比較的上位に位置している。一方、日本の中学校においては数学的な内容を重視した指

導が行われる傾向が強くなり、それらを生み出したり用いたりする際にはたらく数学的な見方や考え方についての指導は必ずしも十分とはいえないことが指摘されている（国立教育政策研究所，2006）。また，日本の生徒たちの顕著な傾向として，問題で提示される条件やデータを，問題の解決にそのまま適用すれば解答が得られると考えていることが挙げられており，OECD-PISA2003の調査結果からも明らかとなった，情報を批判的に吟味しそれに基づいて的確に判断できるようにすることの指導の必要性が指摘されている（同上，2006）。つまり，日本の生徒たちは，（狭い意味での）数学の知識はかなりの程度有しているといえる。しかし，この（狭い意味での）知識は，生徒たちが，ある状況に直面したときに，その知識を用いるのが適切であるかどうかを確認できなければ，無駄になる。また，もし生徒たちが，その必要な要素を，当面している状況に，柔軟に関連づけること，変形することができなければ，ほとんど助けにならない。残念なことに，これが今の日本の生徒たちの数学学習の現状であると認識しなければならない。

#### (2) 現状改善のための2つのアプローチ：教室研究(Classroom Research)と問題解決研究

このような現状を改善するためには，何よりもまずこの現実がどのようにして生じているかを理解することが重要である。最近の数学教育学研究におけるエスノグラフィ的な教室研究は，この立場であり，示唆的である。例えば，繰り返される相互作用のパターンという視点から授業の隠れた次元を明らかにしてきたBauersfeld(1993)は，数学の授業という文化に参加することから生じる主要な効果は，主にメタレベルにおいて現れ，間接的に学習されると指摘する。同氏の見解からは，数学的な内容は授業の表面に現れるが，日本の生徒たちに欠落している側面，すなわち，「何をいつするのか，また，どのようにするのか」というメタレベルの学習の側面は，授業という集団での学習過程の質と深く関わっていることが示唆される。しかし，この立場での研究は，そのほとんどが繰り返される相互作用のパターンの特定とその性質の解明に向けられ，生徒の数学学習への影響については可能性として言及されているに過ぎない。換言すれば，授業という集団での学習過程の質と生徒の数学学習の質との間の整合的關係が仮定されており，ここに限界がある。集団での学習過程に積極的に参加している生徒に対して，この整合的關係が成立することが実証的に明らかにされてきたものの（岩崎，2001），他の生徒に対する影響，さらに，集団での学習過程のどのような性質が生徒の数学学習，特にメタレベルの学習に，よりよい影響を与えるかについてはほとんど実証的に明

らかになっていないのが現状である。

一方，最近の問題解決の研究をレビューすれば，授業という集団での学習過程の質を高めるうえでの重要な視点が見いだされる。例えば，授業プロセスにおいて実りある学習成果を期待するためには，自力解決から各自の解決における成果や考え方を発表する場に至るまでに，自己の解決をふり返ったり，それらを他者のものと比較したりすることが肝要となるというものがある。ただし，こうしたふり返りのプロセス，特に，自発的に自己の解決をふり返ることは，自力解決という状況では，かなりの訓練の後でさえ難しいことが知られており（Kantowski, 1977），これまでの研究をみても，あまり注目されてこなかった経緯がある（Sowder, 1986）。現状でもこうした状況に大きな変化はないが，自力解決という状況下で，一応の解決終了後に，第三者が特定のふり返り活動を促した場合，解決がどのように進展するかについての研究は進められてきている（例えば，清水・山田，2005）。このように，自力解決という状況下で自己の解決をふり返らせることが，学習者の解決や学習の様相にどのような影響を及ぼすかについての研究は進んでいる。しかし，そうした個人的な解決の所産や方法を他者のそれらと比較することや，授業における相互作用の中でそれらが如何に変容するか，といった集団解決という状況下での研究はほとんど見当たらない。

#### (3) 教室研究(Classroom Research)と問題解決研究の有機的な関連づけ

(2)及び(3)から，問題解決研究からの知見は，集団での学習過程と個の学習過程とを橋渡しするとともに，集団での学習過程のどのような性質が生徒の数学学習，特にメタレベルの学習に，よりよい影響を与えるかについて実証的に明らかにし，教室研究の限界を克服する上での重要な手がかりとなると考えられる。また，問題解決研究も，教室研究の立場を取り入れ，授業という集団解決の状況下で「自己の解決をふり返り」にかかわる知見を検討することで，現行の数学教育実践の改善に直結する形で発展させることが可能となる。さらに，このような教室研究と問題解決研究との有機的に関連づけることによって，(1)で述べた，日本の生徒の数学学習上の現状の問題点を改善する具体的な方法を引き出すことにつながると考える。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は，問題解決研究からの知見を手がかりとして，集団での学習過程のどのような性質が生徒の数学学習，メタレベルの学習によりよい影響を与えるかを事例的に明らかにすることである。そして，ここから現在の日本の生徒たちに必要な「数学的な

見方や考え方」の指導を改善するための具体的な方法を導き出すことである。

### 3. 研究の方法

本研究の方法の特徴は、(1)生徒の解決過程と学習に及ぼす効果として、主にメタレベルの学習への効果を分析しようとしている点。そして、それゆえ、(2)通常の授業ではなく、かような学習が起こるように意図された授業(協同でデザインし実施された一連の授業)を分析の対象としている点にある。

(1)については、メタレベルの学習に目を向けることが現在の日本の生徒たちの数学学習の改善を図る1つの重要な視点となるというのがわれわれの基本的な立場である。また、同時に実践を通して検討すべきテーマでもある。また、このメタレベルの学習は、Bauersfeld 教授が指摘しているように「数学の授業という文化に参加することの主要な効果として間接的に学習される」ものであると考えられる。その意味で、相互作用主義の立場での数学教育学の諸研究は、数学の授業の質とメタレベルの学習との関連をよりよく理解するための、われわれの理論的視座となっている。(2)については、数学授業開発研究という1つの方法論に基づいている。これは実践研究上の1つの立場であり、その1つの特徴は、通常の授業を分析の対象とするのではなく、ある意図された授業を行い、そこで起こっていることを分析の対象とするものである。われわれの研究の目的に照らして、われわれが意図された授業を研究の対象とした最大の理由は、何よりも、メタレベルの学習への効果、特に、数学の学習へのマイナスの効果(例えば、漏斗パターン of 相互作用の線形性が機械的な数学の見方を強める等)ではなく、むしろプラスの効果进行调查するためであった。本研究では、中学校2年生を対象とした確率の授業研究と中学校1年生を対象とした正負の数の乗除法の授業研究において数学授業開発研究を行った。

### 4. 研究成果

本研究では、中学校数学科における確率の授業と正負の数の乗除法の授業が研究の対象となっているが、それぞれ、確率の概念の本性としての循環性、正負の数の乗除法の成立にみられる数学の規範科学的性格が授業の質にかかわる重要な視点となっている。以下、かような授業の質にかかわる視点を中心に、本研究の主要な結果について簡単に述べることとする。

確率を主題とした数学授業開発研究の主要な研究課題は、確率概念の本性としての循環性とは何かを明らかにすることと、循環性と両立しうる授業をデザインする上で重要に

なる構成要素を明らかにすることであった。授業の中で生徒の素朴な確率の意味がどのように発生し発展していったかをよりよく理解する中で、循環性の意味が明確になっていったように思われる。そして、循環性についての理解が深まるにつれ、循環性を実現する重要な活動の契機が教師から導かれる形で展開されていることが明らかとなってきた。生徒は、解決過程を「振り返る」活動場面で、生徒の素朴な確率の意味に基づく比例的確率モデルの矛盾に気づき、授業は確かに成功裏に終了する。しかしながら、例えば、授業の問題解決過程における実験は、生徒に確率への興味・関心を惹く重要な活動ではあったが、それ自体、自律した活動、すなわち、実験を目的に応じて改善・工夫することを繰り返すことによって生徒たちが納得のいく結論を導く活動とはなっていなかったのである。

そこで、この問題点を改善した確率の授業を計画し実施したのである。この授業でも同じサイコロの問題を取りあげている。この授業の特徴は、確率的問題を解決するための実験をそれ自体、自律したものとして授業を展開していることであった。そのため、結果的にはあるが、1つの問題を解決するために6時間もの時間が費やされている。この授業分析の結果として、ペアの生徒によって創りだされ、ほぼ確信をもって確立されていたはずの数学的確率モデルが教室の他の生徒から理論的な指摘を受けることで再び揺らぎ始める姿が描き出されている。循環性が真に実現されている状態というのは、このように改善の余地を残したモデルを生徒が自ら創り出した状態、そして、そこには常に、これで正しいのであろうかという非常に不安定な心理的状态を伴っているということが推察された。

そして、このような授業の質が生徒の数学学習に及ぼす効果として注目されるのが、このペアの生徒が、これまでとは質を異にする新たな方法論を手に入れたという事実である。これが重要なのは、ここには、単に確率の問題が解けるということ以上のものが含まれているからである。すなわち、このペアが手に入れた新しい方法論は、確率が正しいかどうか分からなくなったときにどのように行動すべきかに関わっており、日本の生徒たちの数学学習の問題点の改善を図りうるメタレベルの学習を含んでいるということである。

次に、正負の数の乗除法を主内容とする8時間の授業研究の結果について述べる。ここでは特に、生徒の自己評価から見える生徒の学習の実態と授業の質との関係は本科研のテーマに直結する重要なものであった。特筆すべきは、生徒の自己評価の記述から、生徒

は教師によるまとめからというよりも、むしろ、他の生徒の考えとの比較することを通して、その考えを問題に適用したときの効果の差から、他の生徒の考えをその有効性（メタ知識）とともに学んでいることが明らかとなったことである。ここから問題解決的授業の質に教材分析の視点、特に、メタ知識の視点で教材を分析し、授業を構成することの重要性が示唆されるからである。藤井齊亮教授は、「集団的思考」において、そこでの教材内容の質の吟味は授業を論じる際には欠かせないとして、集団思考の質を評価する視点に「教材の数学的価値判断の変容」を明確に位置づけた3が、これは極めて重要であったといわねばならない。本研究の結果も、具体的事例とともにその重要性を支持するものとなっている。さらに、授業後の  $3 \div 0$  が無限になるかどうかをめぐる生徒のエピソードは、正負の数の乗除法の成立にみられる数学の規範科学的性格が、ここでの一連の授業を通して間接的に学ばれていることを例証しているという意味で本科研のテーマにかかわる重要な結果の1つである。

#### 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 20 件)

岩崎 浩, Heinz Steinbring. (2009). 教師の多様な相互作用の型と社会的・相互作用的活動としての数学学習--教室における多様な‘まとめ’の型の同定--. 第42回数学教育論文発表会論文集, 日本数学教育学会, 493-498.

岩崎 浩. (2008). 臨床的研究の現状と課題: 数学教育の立場から. 臨床教科教育学会誌, 8 (1), 臨床教科教育学会, 135-146.

山田篤史, 清水紀宏. (2009). ある問題解決的な授業における「個の学習過程」と「集団の学習過程」の関係について. 愛知教育大学数学教育学会誌イプシロン, 51, 17-28.

山田篤史. (2008). 算数・数学教育の今から明日へ: 「教師教育」という研究領域の可能性. 愛知教育大学数学教育学会誌イプシロン, 50, 21-26.

山田篤史・清水紀宏. (2007). ふり返り活動を助長する問題としての「電話線問題」の分析. 愛知教育大学数学教育学会誌イプシロン, 49, 59-66.

山田篤史, 清水紀宏. (2008). 数学的問題解決における自己参照的活動に関する研究 (IX)- 「じゃんけん問題」解決終了後のふり返り活動による解法の進展について--. 数

学教育学研究, 全国数学教育学会, 14, 31-40.

清水紀宏・山田篤史(2010). 「数学的問題解決におけるふり返り活動による解法の進展について- 「じゃんけん問題」の解決におけるふり返り活動の分析-」. 数学教育学研究, 16 (1), 43-56.

清水紀宏, 山田篤史. (2007). 数学的問題解決終了後のふり返り活動による解法の進展について--潜在的な数学的能力を視点とした検討--. 日本教科教育学会誌, 日本教科教育学会, 30 (2), 1-8.

清水紀宏. (2007). 分数の除法の關係的理解に関する調査研究--「数の世界」における意味づけと「量の世界」における意味づけという視点からの考察-- . 第40回数学教育論文発表会論文集, 日本数学教育学会, 331-336.

岡崎正和, 高本誠二郎. (2009). 図形の移動を通して培われる図形認識--論証への移行を目指したデザイン実験--. 日本数学教育学会誌, 91 (7), 2-11.

岡崎正和, 高本誠二郎. (2009). 移動と作図の総合を通した論証への移行過程--中学1年『平面図形』のデザイン実験(3)--. 全国数学教育学会, 数学教育学研究, 15 (2), 67-79.

Masakazu Okazaki. (2009). Process and means of reinterpreting tacit properties in understanding the inclusion relations between quadrilaterals. Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.). Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4, 249-256. Thessaloniki, Greece: PME.

Masakazu Okazaki. (2008). Learning of division with decimals towards understanding functional graph. Figueras, O. & Sepu'lveda, A. (eds.), Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XXX North American Chapter, 4, 65-72. Morelia, Michoaca'n, Me' xico: PME.

高本誠二郎, 岡崎正和. (2008). 図形の論理的な位置づけの初期の様相について--論証への移行を目指した中学1年『平面図形』のデザイン実験(1)--. 全国数学教育学会, 数学教育学研究, 14, 41-50.

Masakazu Okazaki. (2008). Semiotic chaining in a substantial learning environment aimed at the transition from arithmetic to algebra. *International Journal of Curriculum Development and Practice*, 10 (1), 13-24.

岡崎正和. (2008). 小数除法における算数から数学への移行研究(2)--純小数倍の理解をめぐって--. 日本数学教育学会, 第41回数学教育論文発表会論文集, 273-278.

岡崎正和. (2007). 数学教育研究方法論としてのデザイン実験の位置と課題--科学性と実践性の調和の視点から--. 全国数学教育学会, 数学教育学研究, 13, 1-13.

Masakazu Okazaki and Taro Fujita. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, and D. Y. Seo (eds.). *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 41-48.

岡崎正和. (2007). 小数除法における算数から数学への移行研究--傾きの探究を視点として--. 日本数学教育学会, 第40回数学教育論文発表会論文集, 385-390.

高本誠二郎, 岡崎正和. (2007). 教授学的状況論に基づく移動による図形の探究過程-図形の論証への接続を目指した教授実験の報告(その2)--. 日本数学教育学会, 第40回数学教育論文発表会論文集, 427-432.

〔学会発表〕(計 16 件)

岩崎 浩, Heinz Steinbring. (2009). 教師の多様な相互作用の型と社会的・相互作用的活動としての数学学習--教室における多様な‘まとめ’の型の同定--. 第42回数学教育論文発表会, 日本数学教育学会,

清水紀宏. (2007). 分数の除法の关系的理解に関する調査研究--「数の世界」における意味づけと「量の世界」における意味づけという視点からの考察--. 第40回数学教育論文発表会論文集, 日本数学教育学会

Masakazu Okazaki. (2009). Process and means of reinterpreting tacit properties in understanding the inclusion relations between quadrilaterals. *The 33rd*

Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Thessaloniki, Greece: PME.

Masakazu Okazaki. (2008). Learning of division with decimals towards understanding functional graph. *The Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XXX North American Morelia, Michoaca' n, Me' xico: PME.*

岡崎正和. (2008). 小数除法における算数から数学への移行研究(2)--純小数倍の理解をめぐって--. 第41回数学教育論文発表会, 日本数学教育学会.

Masakazu Okazaki and Taro Fujita. (2007). Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in Japan and Scotland. *The 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*

岡崎正和. (2007). 小数除法における算数から数学への移行研究--傾きの探究を視点として--. 日本数学教育学会, 第40回数学教育論文発表会論文集, 385-390.

高本誠二郎, 岡崎正和. (2007). 教授学的状況論に基づく移動による図形の探究過程-図形の論証への接続を目指した教授実験の報告(その2)--. 日本数学教育学会, 第40回数学教育論文発表会論文集, 427-432

〔図書〕(計 1 件)

Hiroshi Iwasaki, Heinz Steinbring : *Mathematisches Lernen als eine soziale und interaktive Arbeit-Variationen von Arten der Lehrerinteraktion: Verschiedene Arten von MATOME.* (In C. Böttinger, K. Bräuning, M. Nührenböcker, R. Schwarzkopf & E. Söbbeke (Hrsg.), *Mathematik im Denken der Kinder. Anregungen zur mathematikdidaktischen Reflexion*, Seelze: Kallmeyer Verlag, erscheint 2010.)

〔産業財産権〕

○出願状況(計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

岩崎 浩. (2010). 「数学の問題解決的授業の質が生徒の解決過程と学習に及ぼす効果の理論的・実践的研究」平成 19 年度～平成 21 年度科学研究費補助金基盤研究（C）課題番号：19530792 研究成果報告書（全 148 頁）

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

岩崎 浩 (Iwasaki Hiroshi )  
上越教育大学・大学院学校教育研究科・准教授  
研究者番号：80251867

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号：

### (3) 連携研究者

山田 篤史 (Yamada Atsushi)  
愛知教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：20273823

清水 紀宏 (Shimizu Norihiro)  
福岡教育大学教育学部・教授  
研究者番号：50284451

岡崎 正和 (Okazaki Masakazu)  
岡山大学・大学院教育学研究科・准教授  
研究者番号：40303193