

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540015

研究課題名 (和文) 代数群のクンマー理論による整数論の新しい展開

研究課題名 (英文) New progress of number theory by developing Kummer theory of algebraic groups

研究代表者

木田雅成 (KIDA MASANARI)

電気通信大学・電気通信学部・教授

研究者番号：20272057

研究代表者の専門分野：整数論

科研費の分科・細目：代数学

キーワード：代数的整数論、ガロア理論、クンマー理論

1. 研究計画の概要

乗法群のべき乗写像の代わりに、可換代数群とその間の同種写像をとって得られる新しいタイプのクンマー理論についての研究である。基礎理論の確立とその数論的な問題への応用を目標にしている。

2. 研究の進捗状況

(1) 最初の研究目標である、代数群のクンマー理論の基礎理論の部分に関しては、ほぼ満足のいく形での理論形成が終了し、学術論文にまとめ **Journal of Number Theory** に発表した。この論文では乗法群の Weil 制限に対するクンマー理論が証明され、それが成立するような体の具体例をあたえている。この具体例の計算は計算機代数ソフト **Magma** を使って得られたものである。さらに、基礎体の拡大との協調性に関する理論的な考察も行い結果を得ている。このことによって古典的なクンマー理論との関係が明らかにされ、クンマー生成元を求める方法がわかり、いろいろな応用につながるものと期待される。

この部分での今後の課題と考えられるのは、この理論がなりたつ限界を明らかにし、適用可能な場合の具体的に例を系統的に発見するための方法論の開発である。

(2) また (1) で得られた理論の応用の部分でも研究は進んでいる。これまでに得られた成果としては、既存の生成多項式の同型類を決める問題がある。特に有名な **Brumer** の多項式族についての結果が著しいと考えられる。さらに、クンマー理論をガロア群の作用で分解することによって、古典的な巡回拡大の理論の構成を積み上げて、メタ巡回拡

大とよばれるクラスの拡大体の構成にも本理論が適用可能であることを示した。その具体例として、小さな次数の3次の対称群をガロア群にもち、与えられた二次体を分解体の部分体として含むような多項式を計算した。5次の二面体群の場合に計算を現在継続中である。また類体論を使ってこのガロア作用をイデアル類群に持ち込む研究も行っている。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。
(理由) 当初の研究計画にあげたもののうち、基礎理論の確立の部分に関しては、ほぼ予定通りであって、一方の応用の分野では、研究計画にあげたいくつかの課題で取り組みの遅れがあるものの、一方では鏡映定理への応用など予想外に進展しそうな状況にあるものもあって、全体としては研究は順調に進んでいるといえる。

4. 今後の研究の推進方策

来年度は本研究の最終年度であるので、理論の数論的応用の側面を中心に研究を進めたい。また計算機を使った大規模な具体例計算にもとりくむ予定である。また、これまで得られた成果を研究集会などで発表する機会も設けたいと考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

(1) Kida, Masanari: Descent Kummer

theory via Weil restriction of multiplicative groups. *J. Number Theory* **130** (2010), 639-659. 査読あり.

- (2) Kida, Masanari, Renault, Guenael and Yokoyama, Kazuhiro: Quintic polynomials of Hashimoto-Tsunogai, Brumer, and Kummer. *Int. J. Number Theory* **5** (2009), 555-571. 査読あり.

[学会発表] (計 6 件)

- (1) Masanari Kida Constructing metacyclic extensions. First PRIMA Congress . The University of New South Wales, Sydney, Australia. July 10, 2009.
- (2) 木田雅成 On metacyclic extensions 研究集会「ガロア理論とその周辺 徳島 2008」 徳島大学工業会館 September 9, 2008
- (3) Masanari Kida Classification of Brumer's quintic dihedral polynomials, Foundation of Computational Mathematics (FoCM08) Computational Number Theory Workshop, City University of Hong Kong, June 25, 2008
- (4) 木田雅成 D₅ 拡大のクンマー理論 第 13 回早稲田大学整数論研究集会 早稲田大学理工学部 March 11, 2008.
- (5) 木田雅成, 陸名雄一 A classification of isomorphic classes of Brumer's quintic polynomials using elliptic curves 研究集会「ガロア理論とその周辺」 山形大学理学部 November 3, 2007.
- (6) 木田雅成 Brumer の多項式の分解体について 日本数学会 2007 年度秋季総合分科会 東北大学理学部 September 23, 2007.

[その他]

研究に関する詳細な状況に関しては
<http://mathweb.e-one.uec.ac.jp/~kida>
を参照のこと.