

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2008

課題番号：19540094

研究課題名（和文） 代数多様体のトポロジーおよびその周辺に関する総合的研究

研究課題名（英文） A general study on topology of algebraic varieties and its related topics

研究代表者

與倉 昭治

鹿児島大学・理学部・教授

研究者番号：60182680

研究成果の概要：代数多様体の相対グロタンディーク群の共変関手から有理数係数多項式を係数とするホモロジー群の共変関手への自然変換である「モチビック Hirzebruch 特性類」が有限集合の濃度の概念の自然な拡張であることを示した。また、モチビック Hirzebruch 特性類の双変理論を構成するための準備として、代数多様体の Levine-Morel の代数的同境理論(algebraic cobordism)の双変理論のひな形とも言うべき oriented bivariant theory を構成した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2004年度			
2005年度			
2006年度			
2007年度	2,000,000	600,000	2,600,000
2008年度	1,500,000	450,000	1,950,000
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：位相幾何学、代数幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：代数多様体、グロタンディーク群、特異多様体、特性類、モチビック測度、代数的同境理論、双変理論

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者與倉が長年行ってきた研究テーマ「特異多様体の特性類の理論」は、標語的に言うと、ある種の共変関手からホモロジー理論の自然変換のことである。代表的かつ重要なものは、Chern ホモロジー類、Todd ホモロジー類、ホモロジーL 類の3つの理論である。個々に展開された3つの理論を統一的に扱えるか否かは興味ある問題として残されていた。研究代表者は、J.-P.Brasselet (France) と J.Schürmann(Germany) との共同研究により、相対グロタンディーク群を用いて、ある意味で3つの理論を統一的にとらえる定理（モチビック Hirzebruch 特性類）を証明した。これは「モチーフ論的」な結果である。この研究成果を得る過程において見え隠れしていたのが、Levine-Morel の algebraic cobordism 理論であった。V. Voevodsky は higher algebraic cobordism という一般コホモロジー論を導入して、Milnor 予想を証明した。この higher algebraic cobordism をよりよく理解するために、Levine と Morel が、より幾何的な方法で導入したものが algebraic cobordism 理論である。Fulton-MacPherson の双変理論の一部は algebraic cobordism 理論と類似しているので、algebraic cobordism 理論の双変理論版を構築すること、更にモチビック Hirzebruch 特性類等に関連する事柄を総合的に研究することに考えが至った。

## 2. 研究の目的

(1) Fulton-MacPherson の 双変理論をより精密にした Oriented 双変理論と呼ぶべきものを考察する。

(2) algebraic cobordism と同様に、universal oriented 双変理論が存在するかどうかを考察する。

(3) oriented 双変理論の応用、特にモチー

フ理論への応用を考察する。

(4) 最近の K.Behrend et al の研究では、stack の理論に双変理論が応用されているので、oriented 双変理論の stack の理論への応用も考察したい。

## 3. 研究の方法

平成19年度：

(1) 2007年8月の約2週間、Erwin Schrödinger 国際数理物理学研究所（オーストリア）およびTrieste 国際理論物理学センター数学部門（イタリア）に滞在し、本研究を推進させた。

(2) 海外共同研究者である J.-P.Brasselet 博士を2008年1月に1週間、鹿児島大学に招聘し、共同研究を行った。

(3) 本研究と関連する、国内で開催された研究会や国際研究会などに参加し、参加者と研究討論等を行った。

(4) 2008年2月に「第3回代数・解析・幾何学セミナー」を鹿児島大学で開催し、本研究と関連する研究者を招待し、関連する研究の講演を幾つか行ってもらった。さらに、本研究テーマについて研究連絡等を行った。

平成20年度

(5) 2008年9月に UC Berkeley MSRI で開催された国際研究会「Topology of Stratified Spaces」に研究代表者の成果「モチビック特性類」について招待講演を行った。さらに、参加していた海外共同研究者である J.Schürmann 博士と共同研究を行うとともに、参加者達と研究連絡を行った。

(6) 海外共同研究者である J.-P.Brasselet 博士を2008年12月に1週間、鹿児島大学に招聘し、共同研究を行った。

(7) 本研究と関連する、国内で開催された研究会や国際研究会などに参加し、参加

者と研究討論等を行った。

(8) 2009年2月に「第4回代数・解析・幾何学セミナー」を鹿児島大学で開催し、本研究と関連する研究者を招待し、関連する研究の講演を幾つか行ってもらった。さらに、本研究テーマについて研究連絡等を行った。

#### 4. 研究成果

(1) 「モチビク特性類」が有限集合の濃度の概念の自然な拡張であることを示した。これは、UC Berkeley MSRI で開催された国際研究集会「Topology of Stratified Spaces」の招待講演で解説した。解説の論文は MSRI Publications に掲載される予定である。

(2) Levine-Morel の algebraic cobordism 理論の双変理論のひな形とも言うべき oriented 双変理論を構成する事ができた。この成果は、国際雑誌 International J. Mathematics に掲載が決定した。

(3) Oriented 双変理論の構成にヒントを得て、「モチビク特性類」の双変理論のひな形を構成した。これは 2009 年 8 月 Strasbourg で開催される第5回日仏セミナーで講演する予定である。

(4) さらに、Oriented 双変理論の構成にヒントを得て、Jörg Schürmann 博士との共同研究で、Atiyah の bordism 理論と Quillen の cobordism 理論を統一するような理論のモデルになるような bivariant bordism 群を構成した。これは現在執筆中で近く発表の予定である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 24 件)

(1) Shoji Yokura, "Oriented bivariant theories, I", International Journal of Mathematics, [印

刷中] (30 pages), 査読有

(2) Shoji Yokura, "A universal bivariant theory and cobordism groups", Advanced Studies in Pure Mathematics, [印刷中] (31 pages), 査読有

(3) Shoji Yokura, "Motivic characteristic classes", Proceedings of MSRI Workshop "Topology of Stratified Spaces" (MSRI Publications), 「掲載決定」(32 pages)、査読有

(4) S. Tsuboi, "Linear Projections of Rational Threefolds", to appear in "Proceedings of the 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis" and Applications, Dongguk Univ., Gyeongju, Korea, 10pp. 査読有

(5) Hitoshi Furusawa, Koki Nishizawa, and Norihiro Tsumagari, "Multirelational Models of Lazy, Monodic Tree, and Probabilistic Kleene Algebras", Bulletin of Informatics and Cybernetics, (掲載決定), 13 ページ 査読有

(6) Takehiko Yasuda, "On monotonicity of F-blowup sequences", Illinois Journal of Mathematics, [印刷中] 10 ページ, 査読有

(7) Takehiko Yasuda, "Non-adic formal schemes", International Mathematics Research Notices, [印刷中] 59 ページ, 査読有

(8) Yukinobu Toda and Takehiko Yasuda, "Noncommutative resolution, F-blowups and D-modules", Advances in Mathematics, [印刷中] 14 ページ

(9) Kimio Miyajima, "Analytic construction of versal deformation of resolution of normal isolated singularities", J. Korean Math. Soc, 46 (2009), 125-150, 査読有

(10) Takehiko Yasuda, "Flag higher Nash blowups", Communications in Algebra, 37 (2009), 1001-1015, 査読有

(11) 大本 亨, "特異点の数え上げと同変 Chern 類", 数学, 61 卷 1 号 (2009), 21-29

(12) Toru Ohmoto, "Thom polynomials and around", Kyoto Univ. RIMS Koukyuroku Bessatsu, B11 (2009), 75—86, 査読有

(13) H. Sainohira and Shoji Tsuboi, "A Formula in Combinatorics derived from the Zeta Functions of RLL(m,n) Shift Dynamical Systems", Rep. Fac. Sci. Kagoshima Univ., 41 (2008), 6-20 査読無

(14) T. Nagano and Tadashi Aikou, "Dual connections in Finsler geometry", Acta. Math. Acad. Paedagogicae. 24(2008), 103-114 査読有

(15) Tadashi Aikou and L. Kozma, "Global Aspects of Finsler Geometry", Handbook of Global Analysis (ed. by D. Krupka and D. Saunders), 2008, 1-35, Elsevier. 査読有

(16) Tadashi Aikou and L. Kozma, "Global aspects of Finsler geometry", Handbook of Global Analysis (ed. D. Krupka and D. Saunders), 2008, 1-39, 査読有

(17) Hitoshi Furusawa, Norihiro Tsumagari, Koki Nishizawa, A Non-Probabilistic Relational Model of Probabilistic Kleene Algebras, Lecture Notes in Computer Science, vol. 4988, Springer 110-122, (2008), 査読有

(18) 津曲紀宏, 西澤弘毅, 古澤仁, 二項多重関係の反射的推移的閉包, ソフトウェア科学会第 25 回大会論文集 (CD-ROM), ソフトウェア科学会, 総ページ数 7 (2008)

(19) Shoji Yokura, Characteristic classes of (pro)algebraic varieties, Advanced Studies in Pure Mathematics, 46 (2007), 299-329, 査読有

(20) Jörg Schürmann and Shoji Yokura, "A survey of characteristic classes of singular spaces", in "Singularity Theory" (D. Cheniot et al, ed.), World Scientific (2007), 865-952, 査読有

(21) Jean-Paul Brasselet, Jörg Schürmann and Shoji Yokura, "On the uniqueness of bivariant Chern class and bivariant Riemann-Roch

transformations", Advances in Mathematics, 210 (2007), 797-812, 査読有

(22) Jean-Paul Brasselet, Jörg Schürmann and Shoji Yokura, "On Grothendieck transformations in Fulton-MacPherson's bivariant theory", Journal of Pure and Applied Algebra, 211 (2007), 665-684, 査読有

(23) Shoji Tsuboi, "Rational integrals of the second kind on a complex projective manifold and its primitive cohomology", Rep. Fac. Sci. Kagoshima Univ., 40 (2007), 1-33 査読無、

(24) Tadashi Aikou, "The Chern-Finsler connection and Finsler-Kähler manifolds", Advanced Study of Pure Mathematics, 48(2007), 343-373, 査読有

[学会発表] (計 12 件)

(1) Takehiko Yasuda, F-blowup, Commutative Algebra Seminar, 2009 年 3 月 19 日、University of Michigan

(2) 古澤仁, 西澤弘毅, 津曲紀宏, 緩クリーニ代数, 単口木クリーニ代数, 確率クリーニ代数の多重関係モデル, 第 13 回情報・統計科学シンポジウム, 統計科学研究会, 2008 年 12 月 5 日 (福岡)

(3) 安田健彦, Noncommutative resolution via Frobenius morphisms and D-modules, 代数幾何学セミナー, 2008 年 11 月 17 日、名古屋大学

(4) 大本 亨, "Generating functions of Chern classes of Hilbert schemes of points", 研究集会「特異点と多様体の幾何—草津 2008」草津セミナーハウス, 2008 年 9 月 12 日

(5) Shoji Yokura, "Motivic characteristic classes of singular varieties", Workshop "Topology of Stratified Spaces", 2008 年 9 月 11 日, MSRI, UC. Berkeley.

(6) 津曲紀宏, 西澤弘毅, 古澤仁, 二項多重関係の反射的推移的閉包, 日本ソフトウェア

ア科学会第 25 回大会, 2008 年 9 月 11 日 (東京)

(7) Hitoshi Furusawa, Norihiro Tsumagari, Koki Nishizawa, "A Non-Probabilistic Relational Model of Probabilistic Kleene Algebras", 10th International Conference on Relational Methods in Computer Science, 2008 年 4 月 9 日 Frauenwörth, Germany

(8) Hitoshi Furusawa, Norihiro Tsumagari, Koki Nishizawa, Multirelational Model of Lazy Kleene Algebra, 10th International Conference on Relational Methods in Computer Science, 2008 年 4 月 8 日 Frauenwörth, Germany

(9) 宮嶋公夫, 正規孤立特異点の特異点解消完備変形空間の解析的構成、平成 19 年度多変数関数論冬セミナー、2007 年 12 月 23 日、富山大学理学部

(10) Kimio Miyajima, Deformation of CR structure on a boundary of isolated singularities, Conference in complex analysis and geometry, 2007 年 9 月 26 日, CIRM, Marseille, France

(11) Shoji Tsuboi, The 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, July 27-Aug. 2, Dongguk Univ., Gyeongju, Korea

(12) Shoji Tsuboi, Factor maps between RL  $L(m,n)$  shifts with the same entropy, Workshop on Symbolic Dynamics and Coding 2007, 2007 年 7 月 3 日, University of Marne-la-Valle, Cité Descartes, France

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

與倉 昭治 (YOKURA SHOJI)  
鹿兒島大学・理学部・教授  
研究者番号 : 60182680

### (2) 研究分担者

坪井 昭二 (TSUBOI SHOJI)  
鹿兒島大学・理学部・教授  
研究者番号 : 80027375

宮嶋 公夫 (MIYAJIMA KIMIO)  
鹿兒島大学・理学部・教授  
研究者番号 : 40107850

愛甲 正 (AIKOU TADASHI)  
鹿兒島大学・理学部・教授  
研究者番号 : 00192831

古澤 仁 (FURUSAWA HITOSHI)  
鹿兒島大学・理学部・准教授  
研究者番号 : 00357930

安田 健彦 (YASUDA TAKEHIKO)  
鹿兒島大学・理学部・准教授  
研究者番号 : 30507166

青山 究 (AOYAMA KIWAMU)  
鹿兒島大学・理学部・講師  
研究者番号 : 70202497

### (3) 連携研究者

大本 亨 (OHMOTO TORU)  
北海道大学・大学院理学研究科・准教授  
研究者番号 : 20264400