

平成22年3月19日現在

研究種目： 基盤研究 (C)  
 研究期間： 2007～2009  
 課題番号： 19540203  
 研究課題名 (和文) 時間遅れをもつ正の方程式に対する安定性とその周辺の研究  
 研究課題名 (英文) Study of stability properties for positive linear equations with delay and related topics  
 研究代表者  
 村上 悟 (MURAKAMI SATORU)  
 岡山理科大学・理学部・教授  
 研究者番号： 40123963

## 研究成果の概要 (和文)：

時間遅れをもつ方程式の典型例である関数微分方程式，積分微分方程式，ボルテラ差分方程式を中心に研究した．関数微分方程式に対する相空間における定数変化法の公式を利用して，摂動項をもつ関数微分方程式の解の漸近挙動を調べた．また，非線形関数微分方程式に対し，いくつかの不変多様体の存在定理を確立した．さらに，積分微分方程式を中心に，方程式の正値性を調べ，正値方程式に対する安定条件をより明確な形で与えた．

## 研究成果の概要 (英文)：

We studied qualitative properties of solutions in functional differential equations, integrodifferential equations and Volterra difference equations which are typical ones of equations with delay. Applying the variation-of-constants formula in the phase space for functional differential equations, we obtained a result on the behavior of solutions for equations with a perturbation. Also, we established a result on the existence of several invariant manifolds for nonlinear functional differential equations. Furthermore, treating integrodifferential equations mainly, we investigated the positivity of equations, and obtained a criterion on stabilities for positive equations.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
総計	2,200,000	660,000	2,860,000

研究分野： 数物系科学

科研費の分科・細目： 数学・基礎解析学

キーワード： 関数方程式，関数微分方程式，正の方程式，安定性，漸近挙動

## 1. 研究開始当初の背景

- (1) 微分方程式論や差分方程式論において、通常の安定性解析について多くの結果が知られている。重み関数に関する安定性は通常の安定性の概念の一般化であり、解の零解への漸近速度との関連で重要である。
- (2) 通常の安定性に関して、有限次元空間における関数微分方程式に対して Hale を筆頭に数多くの専門家により定性的研究がなされており、20年ほど前からは Wu 等により、無限次元空間における方程式が研究されている。また、Nagel 等により1助変数の正の半群の理論を利用して、正の方程式に対する安定性解析が研究されている。さらに、Jordan 等により、基本解の重み関数に関する積分可能性の研究が行われている。

## 2. 研究の目的

時間遅れをもつ方程式に対して、重み関数に関する安定性の概念を導入し、重み関数に関する解の安定性を解析する。特に、正の方程式に対し、比較的チェックし易い条件によって重み関数の解の安定性およびその周辺の性質を調べる。

## 3. 研究の方法

正の行列の固有値解析において、ペロン・フロベニユースの定理は強力な道具であり、数多くの統一的な結果を産出している。作用素のスペクトル解析においても、ペロン・フロベニユースの定理の拡張を通して統一的な結果が導かれ、時間遅れをもつ正の方程式の安定解析は時間遅れをもたない方程式の解析に帰着されるものと予想される。可換バナッハ環などのいくつかの結果と解析的手法を融合させて解半群のスペクトル解析に利用し、安定領域の絞り込みに結びつける。

## 4. 研究成果

研究代表者および分担者（平成19年～平成20年度5名の分担者、平成21年度4名の分担者）は時間遅れをもつ方程式の典型例である関数微分方程式、積分微分方程式、ボルテラ差分方程式およびボルテラ積分方程式を中心に研究を行い、以下に述べる研究成果を得た。

### (1) (関数微分方程式に関して：)

摂動項をもつ線形関数微分方程式の解の漸近挙動を解析した。そのために、摂動項を取り除いた斉次方程式から導かれる解作用素半群とその生成素のスペクトルを通して相空間を安定部分空間と不安定部分空間に直和分解し、解の切片のそれぞれの分解成分の大きさの評価を精密に行うことにより、解の漸近挙動についての結果を導いた（発表論文 ⑥）。

また、バナッハ空間上で定義された非線形関数微分方程式とボルテラ差分方程式を扱い、線形方程式に対する相空間における定数変化法の公式を利用して、非線形方程式に対する局所安定多様体や中心多様体等の不変多様体の存在定理を証明した。特に、不安定部分に対応する成分の挙動が常微分方程式で記述されることを導き、それを利用して安定性・不安定性に関する線形化原理を確立した。さらに、精緻な議論により不変多様体の滑らかさを研究し、分岐理論への手がかりとなる結果を導いた（発表論文 ⑩）。

### (2) (正の方程式に関して：)

- ① 有限次元空間において定義されたいくつかの線形方程式系を扱い、その系が正であるための特徴づけを系に含まれている係数との関係で明確な形で与えた。また、行列に関するペロン・フロベニユースの定理の1つの変形的な結果を導き、それを利用して与えられた正の系の漸近安定性についての特徴づけをよりチェックし易い式で表した。さらに、安定性を保存する摂動の大きさ（安定半径）に関する研究を行い、正の方程式については実数の範囲での安定半径が複素数の範囲での安定半径と一致することを証明し、その

安定半径についての公式を確立した（発表論文 ①,②,④,⑧,⑨）。

- ② 無限次元空間上で定義された線形積分微分方程式，および線形ボルテラ差分方程式を扱った．線形ボルテラ差分方程式に対し，その方程式の正值性の特徴づけ，正值方程式の安定性の特徴づけ，および安定半径に関する結果のすべてを有限次元方程式に対する結果の拡張として確立した（発表論文 ⑦）．また，線形積分微分方程式に対して，ある制限の下で，方程式の正值性の特徴づけ，正值方程式の安定性の特徴づけを導いた（発表論文 ⑤）．さらに，⑤ の結果と安定半径に関する結果とを合わせて論文にまとめ，近々公表する予定である．

(3) (重み関数に関する安定性：)

有限次元空間上で定義された線形ボルテラ差分方程式を扱い，その方程式の重み関数に関する安定性を特性方程式との関連で特徴づけを行った．また，正の方程式において，その方程式が多項式程度の安定性をもつためには，その核が多項式程度の重み付きで総和可能であることの必要性を証明した（発表論文 ③）．さらに，正の積分微分方程式に対して，その方程式が指数位の重みつき安定性をもつためには，その核関数が指数位の減少性をみとすことが必要であることを証明した（発表論文 ⑧）．無限次元空間上で定義された方程式についての対応する解析は未だ完成に至っていない．

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 10 件)

- ① P.H.A. Pham, S. Murakami, T. Naito, J.S. Shin, and Y. Nagabuchi, On positive linear Volterra-Stieltjes differential systems, *Integral Equations and Operator Theory*, 査読有、Vol.64, (2009), pp.325—355.
- ② P.H.A. Pham, T. Naito, J.S. Shin and S. Murakami, Stability and robust stability of positive linear Volterra difference equations, *Intern. J. Robust and Nonlinear Control*, 査読有、Vol.19, (2009), pp.552—568.
- ③ S. Murakami, Stabilities with respect to a weight function in Volterra difference equations, *Advanced Studies in Pure Math.*, 査読有、Vol. 53, (2009), pp.189—197.
- ④ P.H.A. Pham, T. Naito, J.S. Shin and S. Murakami, On stability and robust stability of positive linear Volterra equations, *SIAM J. Control Optimization*, 査読有、Vol.47, (2008), pp.975—996.
- ⑤ S. Murakami and P.H.A. Pham, Positivity and stability of linear Volterra integro-differential equations in a Banach lattice, *RIMS Kokyuroku*, 査読無、Vol.41582, (2008), pp.23—32.
- ⑥ K. Matsui, H. Matsunaga and S. Murakami, Perron type theorems for functional differential equations with infinite delay in a Banach space, *Nonlinear Anal.*, 査読有、Vol.69, (2008), pp.3821—3837.
- ⑦ S. Murakami and Y. Nagabuchi, Uniform asymptotic stability and robust stability for positive linear Volterra difference equations in Banach lattices, *Advances in Difference Equations*, 査読有、Vol.2008, (2008), Article ID 598964, pp.1—15.
- ⑧ T. Naito, S. Murakami, J.S. Shin and P.H.A. Pham, Characterization of positive linear integro-differential systems, *Integral Equations and Operator Theory*, 査読有、Vol.58, (2007), pp.255—272.
- ⑨ T. Naito, J.S. Shin, S. Murakami, and

P.H.A. Ngoc, Characterization of linear integral equations with nonnegative kernels,  
J. Math. Anal. Appl., 査読有、Vol.335 (2007), pp.298—313.

⑩ S. Murakami and Y. Nagabuchi,  
Invariant manifolds for abstract functional differential equations and related Volterra difference equations,  
Funkcial. Ekvac., 査読有、Vol.50, (2007), pp.133—170.

〔学会発表〕(計1件)

① S. Murakami,  
Positivity and stability of linear Volterra integro-differential equations in a Banach lattice, 研究集会「関数方程式論におけるモデリングと複素解析」, 2007年11月5日, 京都大学数理解析研究所.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

村上 悟 (MURAKAMI SATORU)  
岡山理科大学・理学部・教授  
研究者番号：40123963

### (2) 研究分担者

神谷 茂保 (KAMIYA SHIGEYASU)  
岡山理科大学・工学部・教授  
研究者番号：80122381

濱谷 義弘 (HAMAYA YOSHIHIRO)  
岡山理科大学・総合情報学部・教授  
研究者番号：40228549

長瀬 裕 (NAGABUCHI YUTAKA)  
岡山理科大学・理学部・教授  
研究者番号：60252607

田中 敏 (TANAKA SATOSHI)  
岡山理科大学・理学部・准教授  
研究者番号：90331959

示野 信一 (SHIMENO NOBUKAZU)  
岡山理科大学・理学部・准教授  
研究者番号：60254140

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：