

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007 年度～2010 年度

課題番号：19540288

研究課題名（和文） 非臨界弦を用いた超弦理論の定式化と応用の研究

研究課題名（英文） Construction of string theory with noncritical strings and its applications

研究代表者

福間 将文 (FUKUMA MASAFUMI)

京都大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：10252529

研究成果の概要（和文）：非臨界弦をゲージ理論から定式化することを目標に large N ゲージ理論の解析的計算を進展させた。まず 3 次元理論において、ゲージ不変な局所変数の過不足ない完全系を発見し、それを用いて large N における様々な物理量を解析的に計算する処方箋を開発した。さらに、いわゆる deconstruction を用いて 3 次元から 4 次元ゲージ理論を構成する方法を提案した。一方で、弦理論が規定するはずの量子重力理論が持つホログラフィーの性質の理解を深めるため、重力を含んだ相対論的非平衡熱力学の一般論を展開した。

研究成果の概要（英文）：In order to formulate a noncritical string theory from gauge theories, I developed analytic methods for three-dimensional large N gauge theories. I first identified a complete (not overcomplete) set of gauge-invariant local variables, and gave an algorithm to analytically calculate various physical quantities in the large N limit. I further proposed a framework where four-dimensional gauge theories are defined from three-dimensional quiver gauge theories through the so-called deconstruction. In parallel with this work, I also developed a relativistic nonequilibrium thermodynamics including gravity, in order to obtain deeper understandings of holographic natures of quantum gravity theories, which is supposed to be defined by a string theory.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008 年度	800,000	240,000	1,040,000
2009 年度	900,000	270,000	1,170,000
2010 年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：素粒子論

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：超弦理論、非臨界弦、量子重力、Yang-Mills 理論、ゲージ理論、非平衡熱力学、粘弾性体理論、ホログラフィー原理

1. 研究開始当初の背景

超弦理論は、量子重力を含む統一理論として最有力の候補である。近年、双対性の発見を契機に、弦の非摂動的性質に関する理解

が急速に進んだが、残念ながら、実際の物理現象を説明するのに必要な弦の真空の構造の理解には至っていない。その理由はやはり、弦の場の理論といった構成的枠組みが欠け

ているため、古典極限など何らかのパラメーターの極限以外では確かな結果を得にくいからである。

さらに、量子重力を担うと思われていた閉じた弦について、摂動計算における漸近級数の振る舞いから非摂動効果が $\exp(\text{定数}/g)$ という形を取ることが分かり、閉じた弦の場の理論は簡単な形では表されないことが予想されている [ここで、 g は閉じた減の結合定数]。これに対する最も素朴で簡単な解決方法は、閉じた弦よりも基本的な力学的自由度が存在し、閉じた弦はその集団座標として表されるというものである。ブラックホールのエントロピーなどが示すホログラフィー的性質から、そうした基本的な力学的自由度は開いた弦あるいはゲージ場に近い性質を持つものであることが期待されている。

2. 研究の目的

本研究は、『開いた弦に対する非臨界弦理論』を発展させることにより、この『超弦理論の構成的定式化』を目的とした。また、これに並行して、『形の熱力学』を相対論的に共変な形で定式化することで、時空が持つホログラフィー的性質をより明確にすることを試みた。

3. 研究の方法

前者の『開いた弦に対する非臨界弦理論』については、いわゆる AdS/CFT 対応を念頭に置き、開いた弦の自由度に対応する力学変数として「ゲージ場 (Yang-Mills 場)」を採用して、ゲージ理論のダイナミクスを解析的に調べるための方法論を展開した。具体的には、4次元 large N ゲージ理論を 3次元 large N quiver ゲージ理論の deconstruction として構成するという戦略を取り、3次元 quiver ゲージ理論におけるゲージ不変な局所変数の完全系を決定し、それに基づいて large N 極限での解析的手法を進展させた。

後者の『形の熱力学』については、まず、連続体についての相対論的非平衡熱力学の見直しを行った。とくに、エントロピー汎関数という局所的汎関数を導入することで、エントロピーのみに基づいた Onsager 流の非平衡熱力学が(必ずしも相対論的とは限らない)連続体に対しても適用できるかを検討した。さらに、この理論形式を用いることで相対論的粘弾性体の理論を構成し、時空のホログラフィー的性質がどのように現れるのかを調べた。

4. 研究成果

(1) 『開いた弦に対する非臨界弦理論』

① 3次元ゲージ理論のハミルトン形式：

3次元ゲージ理論においては、Karabali-Nair 変数と呼ばれるゲージ不変で局所的な変数が存在することが知られている。我々は、有限くりこみ項を取り入れた有効ハミルトニアンの方法を新たに導入し、large Nの極限で様々な物理量が代数的かつ有限に計算できることを示した。

具体的には、まず、Karabali-Nair 変数に新たな変数を付け加えることでゲージ不変な局所変数の「過不足ない」完全系が得られることを示した。さらに我々は、そうした変数では large Nでの1粒子規約有効作用が2次までは必ず局所的になることに気づき、次元勘定と理論が持つ隠れた対称性だけから低次の有効作用が完全に決定できることを示した。さらに、実際にこの有効作用から計算されるハミルトニアン(有効ハミルトニアン)を用いることで string tension や glueball massなどを解析的に計算し、格子ゲージ理論に基づく数値計算の結果を正しく再現していることを確認した。

我々のこの方法はきわめて強力で、これにより、様々な物質場が結合した3次元ゲージ理論を解析的に解くことが可能になりつつある。

現在、他の物理量についても、解析的な計算方法の開発と数値計算との比較を進めており、今後、方法論の正しさの確認や、1/N補正の入り方の理解がさらに進むことが期待される。

② 4次元ゲージ理論の3次元からの deconstruction：

非臨界弦をゲージ理論から定式化することを目標に、4次元ゲージ理論を3次元 quiver ゲージ理論からの deconstructionとして構成する方法論を展開した。とくに、(頂点が1つだけの quiver 理論に対応する)随伴表現のスカラー場のみを加えた3次元ゲージ理論について、上の①で進展させた「過不足ない完全系をなすゲージ不変な変数による有効ハミルトニアンの方法」を適用することで、解析解を具体的に構成した。

さらに格子ゲージ理論に基づく数値計算を並行して行い、string tension と glueball mass について、上で得られた解析解と結果を比較することにより、(ゲージ場だけの) pure Yang-Mills 理論以外でも我々の方法が正しい結果を与えていることを確認した。

なお、我々の理論形式では超対称化に本質的な困難がない。したがって、今後任意の quiver ゲージ理論に対する解析的手法が進展すれば、deconstruction を用いることで、4次元超対称ゲージ理論を解析的に調べることができるようになる可能性がある。さらにこれに AdS/CFT 対応を適用すれば、AdS 背景時空における超弦理論を解析的に扱う枠組

みが構成できる。とくに我々の方法は他のものに比べてゲージ理論の真空の波動関数を得やすいため、これまで最大の難問であった「弦理論が記述する非摂動的な真空の構造を調べる」ことが初めて実行可能になることが期待される。

(2) 『形の熱力学』

① 粘弾性体の理論の定式化：

弾性固体と粘性流体を統合した概念が粘弾性であるが、それは、短時間では弾性を示し、長時間では粘性流体として振舞うものとして定義される。

弾性体を記述する際には通常、歪みのない仮想的な状態が時間的に一定なものとして存在すると仮定し、その周りの変形を表す力学変数(induced metricと呼ぶ)を導入することで弾性体の力学を構築する。粘弾性体では定義により各瞬間で弾性体と考えることができるため、我々はこの変数に加えて、「各瞬間において歪みを取り除いたとき取る形」を表す力学変数(intrinsic metric)を新たに導入することにより、(弾性的でない)塑性変形についても well-defined な力学が定義できることを示した。

さらに、理論が「foliation preserving diffeomorphisms」という対称性を持つことにより、運動方程式の形が一意に決まってしまうことを示した。

② エントロピー汎関数を用いた(相対論的)連続体力学の再定式化：

相対論的非平衡熱力学はこれまで、通常の独立な状態変数に加えてカレントも熱力学変数とみなす「拡張された熱力学」に基づいていた。しかしこの形式では、実際に非平衡系がどのようにエントロピー最大の熱平衡状態に近づいていくのかが見えにくい。この研究では、energy frame (Landau-Lifshitz frame)の線形非平衡熱力学において、微分展開の leading で非平衡状態のエントロピーを定量的に記述する局所的な「エントロピー汎関数」を導入し、それに Onsager の線形非平衡理論を適用することにより、本来の状態変数だけで非平衡熱力学が構成できることを示した。

なお、これまで保存量がある場合には Onsager の方法はそのままの形では適用できないと考えられていたが、我々の導入したエントロピー汎関数を使うことで、本質的な変更なしに成立するが初めて示された。

我々はさらに、保存量としてとくに「エネルギー・運動量」と「粒子数」を取った場合に、(相対論的)連続体に対する非平衡熱力学が上記の方法で自然に構成できることを示した。

③ 相対論的粘弾性体の理論と因果律を保つ相対論的流体力学：

上記②の相対論的連続体力学に対して、保存量に加えてさらに①の塑性変形を表す変数(intrinsic metric)を導入することにより、相対論的粘弾性体の理論を構成した。そして、この理論では、

(a) パラメーターの任意の値に対し、長時間極限で(粘性流体を表す)Navier-Stokes 理論が得られること

さらに、

(b) あるパラメーター領域では因果律を保った symmetric hyperbolic な方程式が得られること、

を示した。これにより、因果律が破綻するという問題を抱えていた相対論的流体力学に対し、流体を粘弾性体の長時間極限とみなすことで、因果律を保った相対論的流体力学が定義できることを示した。

また、

(c) (本来は空間的変形のみを表す)歪みテンソルを相対論的に拡張すると、Tolman の法則を通じて、弾性的膨張と熱膨張が統一した形で記述できること

も指摘した。

現在、この相対論的粘弾性体理論を初期宇宙やクォークグルーオンプラズマなどへ応用して、非臨界弦理論に基づいた解釈と比較することを試みている。

また、時空を粘弾性体の一種と捉えることにより、時空のホログラフィー的性質がより明らかになることを期待している。とくに、現在までの研究により、重力がさまざまな物質場と相互作用しているときの有効理論を普遍的に決定することが可能になりつつある。今後は、こうした有効理論を与えうる微視的な基本的力学変数が何であるかを読み取り、さらには、それを用いて、ホログラフィー原理と整合性する量子重力を定式化することを試みる予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Tatsuo Azeyanagi, Masafumi Fukuma, Hikaru Kawai and Kentaroh Yoshida, “Universal description of viscoelasticity with foliation preserving diffeomorphisms” Proceedings of “Quantum Theory and Symmetries 6 (QTS6)” Journal of Physics に掲載予定、査読有
- ② Tatsuo Azeyanagi, Masafumi Fukuma, Hikaru Kawai and Kentaroh Yoshida,

- “Universal description of viscoelasticity with foliation preserving diffeomorphisms” Physics Letters B 681 (2009) 290-295、査読有
- ③ Masafumi Fukuma and Ken-Ichi Katayama, “Towards (de)constructing 4D Yang-Mills theory” International Journal of Modern Physics A23 (2008) 2099、査読有
- ④ Masafumi Fukuma and Ken-Ichi Katayama and Takao Suyama, Notes on the “Hamiltonian formulation of 4D Yang-Mills theory” Journal of High Energy Physics 0804 (2008) 095, 1-23、査読有

[学会発表] (計 11 件)

- ① 酒谷雄峰・福間将文 「Entropic formulation of relativistic continuum mechanics」日本物理学会 2010 秋季大会、2011 年 3 月 28 日、新潟大学 (web公開)
- ② 酒谷雄峰・福間将文 「粘弾性体力学の相対論的定式化について」日本物理学会 2010 秋季大会、2010 年 9 月 25 日、大阪府立大学
- ③ 酒谷雄峰・福間将文 「相対論的粘弾性体力学の定式化とその応用について」日本物理学会 2010 秋季大会、2010 年 9 月 11 日、九州工業大学
- ④ 福間 将文・片山 賢一 「Deconstructing 4D Yang-Mills theory」日本物理学会 2010 年春季大会、2010 年 3 月 22 日、岡山大学
- ⑤ 福間 将文 「Universal description of viscoelasticity」弦理論研究会 2010、2010 年 1 月 7 日、立教大学
- ⑥ 福間 将文・片山 賢一 「Towards (de)constructing 4D Yang-Mills theory」日本物理学会 2009 年秋季大会 (甲南大)、2009 年 9 月 11 日、甲南大学
- ⑦ Masafumi Fukuma 「Universal description of viscoelasticity with foliation preserving diffeomorphisms」Quantum Theory and Symmetries 6、2009 年 7 月 22 日、Kentucky大学(米国)
- ⑧ 福間 将文・片山 賢一 「Effective Hamiltonian Method」日本物理学会・第 63 回年次大会、2008 年 3 月 23 日、近畿大学
- ⑨ Masafumi Fukuma 「Towards (de)constructing 4D Yang-Mills theory」Progress of String Theory and Quantum Field Theory、2007 年 12 月 7 日、大阪市立大学
- ⑩ 福間 将文・片山 賢一・須山孝夫 「(3+1)次元Yang-Mills理論の解析的計算」日本物理学会・第 62 回年次大会、2007 年 9

月 22 日、北海道大学

- ⑪ 福間 将文 「Towards (de)constructing 4D Yang-Mills theory」基研研究会「弦理論と場の理論 - 量子と時空の最前線」、2007 年 8 月 10 日、近畿大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

福間 将文 (FUKUMA MASAFUMI)
京都大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：10252529

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：