

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19560385

研究課題名（和文） 区分非線形力学系に関する分岐解析手法の統合

研究課題名（英文） Aggregation of bifurcation analysis methods for piecewise nonlinear dynamical systems

研究代表者

上田 哲史 (UETA TETSUSHI)

徳島大学・高度情報化基盤センター・教授

研究者番号：00243733

研究成果の概要：

区分非線形力学系の分岐解析問題を計算する数値計算アルゴリズムの開発およびその C++ による実装を完了した。このシステムを用いれば、方程式の情報を入力し、区分的な変分方程式を与えることにより、区分非線形系の平衡点の分岐、周期解の分岐、および大域的分岐を計算することができる。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2008年度	1,600,000	480,000	2,080,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・通信・ネットワーク工学

キーワード：非線形理論・回路

1. 研究開始当初の背景

非線形常微分方程式で記述された系では、しばしば周期解が解として存在する。パラメータを変化させることによってそれらが分岐し、準周期解やカオス解を生じる。

状態や時刻の条件によって微分方程式のパラメータや軌道が変化する力学系は、電気回路系では、スイッチ特性を持つ素子によって容易に構成可能である。これらは断続回路として長年研究されてきた。他の素子に非線形素子を用いると、区分的に個々の非線形常微分方程式によって定義される力学系(以下、区分非線形系という)、つまり時刻や状態の

条件によって方程式が異なる力学系となっている。区分線形系が分岐現象を通じてカオスになることは従来よく知られているが、区分非線形系(区分的に滑らかな系とも呼ばれる)は近年になって脚光を浴びて来た力学系である。区分非線形系の解析には、方程式の導関数の不連続性が影響し、摂動法、平均法などの手法は直接的には適用できない。また、多くの場合、解軌道も数値積分に依らざるを得ない。上記で紹介した研究では、区分線形関数や非線形連続関数で近似して解析が行われるなど、極めて職人芸的な技法によって分岐が検討されている。

特性が可導でなければ、ポアンカレ写像に関する特性方程式の根は、周期解の安定性に対応した値を保持しない。われわれは自律系区分非線形系にみられる周期軌道についてこの性質を見いだした。また、その問題を回避して、分岐パラメータ値、分岐集合を計算するアルゴリズムを考案し、発表している。

2. 研究の目的

本研究では上記アルゴリズムを一般化し、区分非線形方程式系の解析 CAD システムの構築を目指す。すなわち、区分非線形方程式、断続特性、パラメータおよび状態変数を定義・記述すれば、その系における平衡点・周期解の分岐問題が直ちに解ける計算機構を構築する。これまでの独自の解法を改良を加えつつ組み入れ、また、文献等にも紹介されている国際標準的な手法も積極的に取り入れる。

研究過程で副次的に取り組みされる個々の力学系についても研究を推進する。それらモデルの提案と解析、従来の解析方法との比較を行なう。また、応用として、区分非線形力学系のカオス制御問題にも取り組む。

3. 研究の方法

- ・ 区分非線形性の記述方法の検討を行い、適切な書式表現を開発
- ・ 第一第二変分方程式の記述方法の検討。切り替え条件によっては爆発的に必要な変分方程式が増加するため、この対処方法の検討
- ・ いくつかの代表的な区分非線形力学系への本アルゴリズムの適用と問題点洗い出し
- ・ アルゴリズムの C++による実装、試験、リリース

4. 研究成果

(1) Alpazur 発振器の拡張と分岐計算

Alpazur 発振器は 2 次元自律系のヒステリシスの入った回路であるが、これのしきい値を増やした場合について、問題がどう複雑化し、計算の困難性が生じるかを調べた。

まず、しきい値が増えて切り替えられる微分方程式が増えても、発生する周期解がどの部分状態空間を經由してしきい値に到達し、スイッチングするかについては、与えられた微分方程式に依存し、計算に必要な状態変数を、数値積分なしにあらかじめ知ることはできないことが判明した。

Alpazur 発振器にひとつしきい値を増やすと、部分状態空間 3 つを巡る周期解を構成可能である。(ただし、それは 3 つめのヒステリシスの条件を相応に絞っている)。

微分方程式とスイッチ切り替え特性を if 文

で記述し、変分方程式のみ入力すれば分岐曲線をトレースできるシステムを C++によって実装した。図 1 は 3 状態 Alpazur 発振器の周期解の分岐図の一部である。第一変分方程式の数はさほど増えないため、変分方程式の各部分空間内の数値積分を行っている。第二変分方程式は、状態数の 2 乗と部分空間数との積の数に比例した本数を計算しなければならないが、その処理にむしる計算時間が費やされることになる。そこで本研究において検討を重ねた結果、第二変分方程式の数値解については数値微分を適用することとした。

数値微分は一般に誤差を含有しやすくなり、こと長い期間の軌道の微分は避けるべきであるが、第二変分はシューティング法で二点境界値を求めるための付随的な情報に過ぎず、よってラフな値でも計算精度、性能には影響しない。また、第一変分は特性乗数に直接関係するため、積分で求めることが望ましいことも分かった。

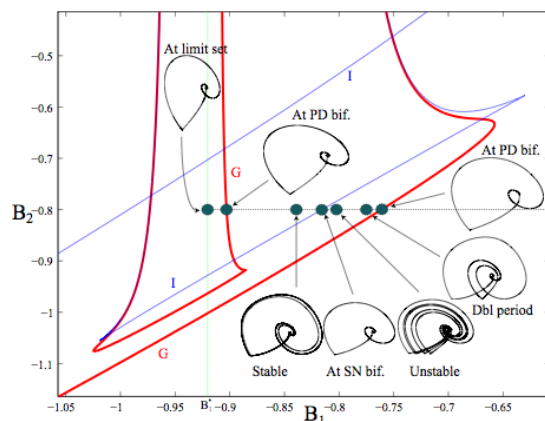


図 1: 3-状態 Alpazur 発振器の周期解の分岐図。

この他、しきい値が折れ線で与えられた場合、しきい値が非線形関数で与えられた場合等についても安定して分岐計算が行えることを確認した。

研究成果の分岐計算パッケージはコードをチェックした後近々公開される予定である。次の目標は、このパッケージを MATLAB で翻訳し、ERATO/JST で開発された分岐計算ツールの BunKi パッケージにアドオンとして組込むことである。

(2) 状態にジャンプがある力学系の分岐解析

Alpazur 発振器は、その軌道は連続であり、従来の本研究室の研究結果からもその分岐問題が解決可能であることは分かっていた。しかしながら、区分非線形系をブリッドシステムのひとつと考えたとき、軌道にジャンプ (インパルス) が入る系の分岐問題も是非解決すべき研究パラダイムである。今のとこ

る世界的にもこの種の問題の数値解析ツールは生まれていない。

そこでわれわれの次のターゲットは状態が不連続に変化する自律系の分岐問題とし、その解析方法の開発にとりかかった。

手法としては、不連続に変化する部分空間において連続可導な写像を定義することである。その微分が変分方程式の数値積分で求められるので、もとの軌道の分岐値に関する二点境界値問題をシューティング法で解くことが可能となる。

例題として Izhikevich が提案しているしきい値リセットがかかるニューロンモデルの分岐解析を行った。原著ではパラメータをラフに選択し、その応答を観察するに留まっており、分岐の全容を解明することは重要である。

図2は局所座標へのポアンカレ写像を定義しており、われわれの技術は、局所座標における運動の導関数を精度よく求められることである。

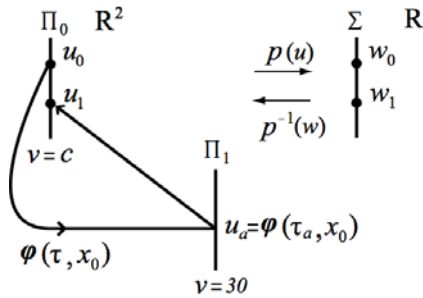


図2: Izhikevich モデルにおける局所座標の定義とポアンカレ写像。

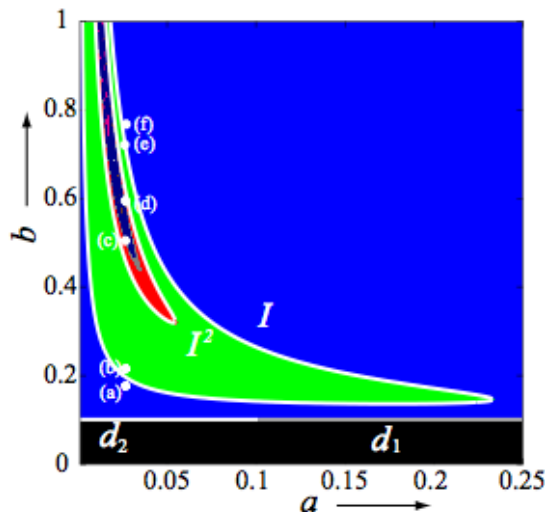


図3: 大域的分岐図。着色は絨毯爆撃法による。分岐曲線の計算が成果である。

である。図2は局所座標へのポアンカレ写像を定義しており、われわれの技術は、局所座標における運動の導関数を精度よく求めら

れることである。

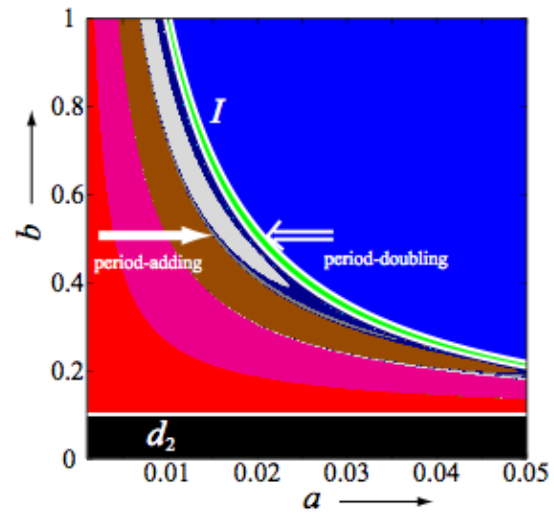


図4: 分岐図 (図3の拡大)。

研究(1)では、第二変分を数値微分によって求めたが、原理的には第二変分方程式の数値積分によって求めることができるはずであり、本例題ではそれを逐次求めた。その結果、当然のことではあるが、数値微分と同様な計算結果を得ることができた。この数値積分は(1)で主張したように、切り替え数の多い周期軌道では現実的に求めるのは非常に手間となるが、確実に数値微分より品質のいい変分が得られるため、特異点に近いパラメータ付近や、軌道の周期が相対的に長く、数値微分の誤差が問題となる場合の分岐解析などには効果を発揮すると期待出来る。

以上二つの観点における研究を実施した。研究発表は次節で述べるように数編の雑誌論文としてまとめることができた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計20件)

1. Norihide Oda, Takuji Kousaka, Tetsushi Ueta, YUE MA, Controlling Chaos in a Simple Circuit with Switching Delay, Journal of Signal Processing, Vol.11, No.4, pp.329-332, July 2007. (査読あり)
2. Tetsushi Ueta, Takuji Kousaka, Shigeki Tsuji, Occasional Delayed Feedback Control for Switched Autonomous Systems, Proc. of ISCAS2007, pp.2474-2477, May 2007. (査読あり)
3. Quentin Brandon, Toshiyuki Kumano,

- Tetsushi Ueta, Method of repellers detection by applied computation over basin of attraction, Proc. NDES2007, pp.241-244, July 2007. (査読あり)
4. Hassane Bouzahir, El Fatima Guezar, Tetsushi Ueta, On Scicos simulation of a hybrid dynamical system, Proc. NDES2007, pp.62-65, July 2007. (査読あり)
 5. Yusuke Nishiuchi, Tetsushi Ueta, Hiroshi Kawakami, Bifurcation Structure of Capacitive Coupled BVP, Proc. NDES2007, pp.90-93, July 2007. (査読あり)
 6. Masaaki Mizumoto, Tetsushi Ueta, Hiroshi Kawakami, Bifurcation Analysis of Duffing-Rayleigh Equation, Proc. NDES2007, pp.90-93, July 2007. (査読あり)
 7. Quentin Brandon, Tetsushi Ueta, Takuji Kousaka, Daniele Fournier-Prunaret, Local Bifurcations of Nonlinear Hybrid Systems, Proc. NOLTA'07, pp.160-163, Sep. 2007. (査読あり)
 8. Fatima Guezar El, Hassane Bouzahir, Tetsushi Ueta, Pascal Acco, Chaos in a Switched Dynamical System: Scicos as a Modeler and Simulator, Proc. NOLTA'07, pp.164-167, Sep. 2007. (査読あり)
 9. Akihisa Tamura, Tetsushi Ueta, Bifurcation analysis for a simple chaotic circuit and its coupled systems, Proc. NOLTA'07, pp.529-532, Sep. 2007. (査読あり)
 10. Quentin Brandon, Tetsushi Ueta, Daniele Fournier-Prunaret, Method of Bifurcation Analysis of Hybrid Nonlinear Systems, Proc. NOMA'07, pp.59-62, Dec. 2007. (査読あり)
 11. Tetsushi Ueta, Hiroshi Kawakami, Visualization of unstable periodic points embedded in chaotic attractors by the directional coloring, Proc. NOMA'07, pp.25-28, Dec. 2007 (査読あり)
 12. Tetsuya Yoshinaga, Yoshihiro Imakura, Ken'ichi Fujimoto, Tetsushi Ueta, Bifurcation Analysis of Iterative Image Reconstruction Method for Computed Tomography, World Scientific, International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol.18, No.4, pp.1219-1225, Apr. 2008. (査読あり)
 13. Quentin Brandon, Tetsushi Ueta, Daniele Fournier-Prunaret, Takuji Kousaka, Numerical Bifurcation Analysis Framework for Autonomous Piecewise-Smooth Dynamical Systems, Elsevier, Chaos, Solitons and Fractals, (in press) 2009. (査読あり)
 14. Akihisa Tamura, Tetsushi Ueta, Shigeki Tsuji, Bifurcation Analysis of Izhikevich Neuron Model, Watam Press, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, (in press) 2009. (査読あり)
 15. Takuji Kousaka, Ken'ichi Fujimoto, YUE MA, Tetsushi Ueta, Hiroshi Kawakami, Bifurcations observed in BVP oscillator with periodically switched RC circuit, Watam Press, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, (in press) 2009. (査読あり)
 16. 上田 哲史, 低コスト会議録出版を志向する電子投稿・編集システム, 国公立大学センター情報システム研究会, 大学情報システム環境研究, Vol.12, Mar. (印刷中) 2009. (査読あり)
 17. Tetsushi Ueta, Quentin Brandon, Akihisa Tamura, Takuji Kousaka, Bifurcation and chaos in switched autonomous systems, Proc. NDES'08, pp.25-28, July 2008. (査読あり)
 18. Quentin Brandon, Tetsushi Ueta, Takuji Kousaka, Daniele Fournier-Prunaret, Numerical Bifurcation Analysis of Systems with Variable Switching Conditions, Proc. NOLTA'08, pp.160-163, Sep. 2008. (査読あり)
 19. Akihisa Tamura, Tetsushi Ueta, Bifurcation analysis of Izhikevich model, Proc. NOLTA'08, pp.529-532, Sep. 2008. (査読あり)
 20. Satoshi Nishioka, Tetsushi Ueta, Bifurcation Analysis of Chaos Synchronization in Coupled BVP Oscillators, Proc. NOLTA'08, pp.529-532, Sep. 2008. (査読あり)
- [学会発表] (計 11 件)
1. Akitoshi Tamura, Tetsushi Ueta, Chaos synchronization of coupled simple oscillators, 平成 19 年度電気関係学会四国支部連合大会講演論文集, No. 17-52, p. 297, 20070926 Sep. 2007.
 2. Satoshi Nishioka, Tetsushi Ueta, Homoclinic structure about the origin of a simple discrete system,

- 平成 19 年度電気関係学会四国支部連
合大会講演論文集, No.17-57, p.387,
20070926 Sep. 2007.
3. Masaaki Mizumoto, Tetsushi Ueta,
Hiroshi Kawakami, Bifurcation
Analysis of Duffing-Rayleigh
Equation, 平成 19 年度電気関係学会
四国支部連合大会講演論文集,
No.17-58, p.388, 20070926 Sep. 2007.
 4. Quentin Brandon, Tetsushi Ueta,
Takuji Kousaka, Local Bifurcations
of 3-state Alpacur Oscillator, 平成
19 年度電気関係学会四国支部連合大
会講演論文集, No.17-59, p.389,
20070926 Sep. 2007.
 5. Quentin Brandon, Tetsushi Ueta,
Takuji Kousaka, Bifurcations is a
3-state Piecewise Smooth Dynamical
Systems, IEICE Technical Report,
Vol.NLP2007, No.25, pp.13-17,
20070609 June 2007.
 6. 松浦 健二, 金西 計英, 大家 隆弘,
上田 哲史, 中川 昌宏, 矢野 米雄,
徳島大学における大学内外システム連
携のための認証認可検討, 電子情報通
信学会, 電子情報通信学会 2009 年総
合大会講演論文集, S-141-S-142 頁,
20090317 Mar. 2009.
 7. 永尾 景, 上田 哲史, 解の写像方向の
視覚化を用いた非線形系方程式の周期
点検出, 電子情報通信学会技術研究報
告, Vol.NLP2008, No.27, 41-46 頁,
20080731 July 2008.
 8. 西内 悠祐, 上田 哲史, 川上 博, 特
異な応答における Basin Boundary 構
造の消失と数値演算誤差について, 電
子情報通信学会技術研究報告,
Vol.NLP2008, No.29, 53-56 頁,
20080731 July 2008.
 9. 西岡 聡, 上田 哲史, 結合された BVP
発振器にみられる多様な同期現象, 電
子情報通信学会技術研究報告,
Vol.NLP2008, No.40, 39-44 頁,
20080801 Aug. 2008.
 10. 田村 彰寿, 上田 哲史, Izhikevich モ
デルにおける状態の跳躍の取り扱いと
分岐, 電子情報通信学会技術研究報
告, Vol.NLP2008, No.45, 63-66 頁,
20080801 Aug. 2008.
 11. Quentin Brandon, Tetsushi Ueta,
Takuji Kousaka, Numerical
Bifurcation Analysis of Systems with
Affine Switching Conditions, IEICE
Technical Report, Vol.NLP2008,
No.44, pp.57-62, 20080801 Aug. 2008.

[その他]

研究代表者ウェブページ:

<http://risa.is.tokushima-u.ac.jp>

本研究の成果についてもアナウンスされる
予定である.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

上田 哲史 (UETA TETSUSHI)

徳島大学・高度情報化基盤センター・教授

研究者番号: 00243733

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし