

平成 22 年 3 月 26 日現在

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007～2009

課題番号：19700015

研究課題名（和文） 効用関数を導入したオンライン最適化問題に関する研究

研究課題名（英文） Studies on Online Optimization Problems with the Concept of Utility Function

研究代表者

藤原 洋志 (FUJIWARA HIROSHI)

豊橋技術科学大学・工学部・助教

研究者番号：80434893

研究成果の概要（和文）：本研究では効用関数の考え方を応用したオンライン最適化問題を考察する。ミクロ経済学では、次元の異なる量を組み合わせて効用関数が定義されている。しかし、アルゴリズムの性能評価尺度としてはほとんど使われてこなかった。我々は、制約条件として扱われていたものを目的関数に取り入れたり、性能評価尺度の期待値を目的関数としたりして問題再設定を行う。結果、一方向通貨交換問題に対しては、どのような効用関数の設定をするかに依存して最適戦略が大きく変わってくることを実証できた。また、オンライン・オフライン混合ジョブスケジューリング問題に対しては実用的かつ頑強なアルゴリズムが得られた。

研究成果の概要（英文）： This research studies online optimization problems with the concept of utility function. In the field of microeconomics they define a utility function as combination of quantities even with different dimensions. As measure of performance of algorithms, however, such a method has not been applied. We give reformulations of online problems by taking into account constraints as the objective and setting the expectation of measures as the objective. The main results are summarized as follows: For One-Way Trading we show that the optimal strategy totally differs significantly depending on what utility function is applied. For Scheduling of Online and Offline Jobs we propose a practical and robust scheduling algorithm through this framework.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	0	1,200,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,100,000	570,000	3,670,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論、オンライン最適化、数理工学、金融工学、オペレーションズ・リサーチ

1. 研究開始当初の背景

オンライン最適化問題とは、将来の入力情報無しで如何に「出来るだけ良い解」を得るかという問題である。例えばコンピュータ上でのジョブ実行スケジュール管理では、将来なされるジョブ投入は分からないので、不確かな状況を考慮に入れたスケジューリングを行わなければならない。最適化すべき量としては、消費電力量やフロアタイム、ジョブ完了期限からの遅延等が考えられる。従来の研究ではこういった量のうち1つだけが目的関数として選ばれ、他は制約条件に繰り込まれてきた。ミクロ経済学では、次元の異なる量を組み合わせて効用関数を定義するのはごく一般的に行われていることであるが、殊にオンライン最適化問題に対しては殆ど行われてこなかった。そこで本研究では、効用関数の考え方に基づき、幾つかの最適化すべき量を組み合わせた目的関数や、将来の入力の確率分布が事前に分かっている場合には最適化すべき量の期待値を目的関数に設定したモデルを考察する。

2. 研究の目的

本研究では3つの目的を設定する。

(1) 単一の目標に縛られない頑強なアルゴリズムの設計。最適化すべき量が複数あるとき、1つを選んで最小化し、他を一定の値以下と抑えるべく制約条件とする手法は従来から多々行われてきた。しかしながらこれではどの量がどれほど最適化に影響を及ぼすのか判断がつかない。効用関数を導入すれば自ずから最も影響を及ぼす量に重きを置いた最適化になり、結果として得られるアルゴリズムは頑強なものとなる。

(2) システム設計依頼主の効用に即した最適化。システム設計において2つの達成されるべき目標があるが両方を達成することが困難である場合に、その片方を完全に無視するのは適切ではない。設計依頼主の意見でその犠牲の度合いが決定されるべきである。しかしながら従来の研究においては、一方は必ず満たされるという保証の下での他方の最適化が図られてきた。効用関数に基づいた目的関数はその取捨選択に自由度を持たせ、かつ設計後の微調整においても生かせるものである。

(3) オンライン最適化問題における新パラ

ダイム。一般化された目的関数に関する研究である。先行研究としては一般のオンライン最適化問題に対するアルゴリズムの改良限界を示したヤオの原理が挙げられる。目的関数の型を詳細に分類することにより、個々の問題に捉われない、包括的な理論体系が構築できるのではないかと信じている。

3. 研究の方法

(1) 徹底的にこれまで設定されてきた目的関数の再検討を行う。制約条件になっていたものをペナルティとして取り込んだものを効用関数とする場合、どれだけ制約条件が効いていたのかを調査する。あまり本質的でない制約条件を目的関数に取り込んでも結果はほとんど変化しないことが予想される。したがってその見極めが重要である。その方法としては最適化理論のラグランジュ双対理論が極めて有効である。これにより、パラメータ設定に依存した制約条件の重要性に対しても定量的に知ることが出来る。

一方、性能評価尺度の期待値を目的関数とする取り組みでは、現在一般に用いられている最悪評価に対する問題点提起から始める。オンライン最適化の研究は、将来与えられる入力最悪評価が端緒である。それから20年余り、数多くの有用な結果が得られてきた。しかしながら同時に、その結果得られるアルゴリズムが、現実的に良くない例も多数報告されている。つまりそのような問題については、最悪評価が一般的なユーザの効用関数から乖離していることを示唆している。勿論、期待値を導入した評価が必ずしも万能とはいえないであろう。この点に関し十分考察しなければならない。また、期待値をとるとしても次の問題がある。性能評価尺度はコストや利得の比で与えられることが多いが、比の期待値なのか期待値の比なのかによって大きく解析結果が変わってくる可能性がある。

(2) 制約条件になっていたものをペナルティとして取り込んだものを効用関数とするという研究については、残念ながら当初計画していたほど進まなかった。ただし、この取り組みのベースとなった我々の論文は、世界中の研究者に支持され、多くの発展研究が今もなお継続されている。このことはアルゴリズム最適化への効用関数の概念の導入が有意義であったことを裏付けている。ちなみに本論文の被引用数は Microsoft Academic Search によるとは2010年3月現在、33件を

数える。プロセッサ上のジョブスケジューリング・スピードスケーリングの分野における、この10年来のブレークスルーと言って過言ではない。

その代わり、もう1つの研究方針であった将来の入力の確率分布が事前に分かっている場合には最適化すべき量の期待値を効用関数と考える研究方針については、次に挙げる一方向通貨交換問題及びオンライン・オフライン混合ジョブスケジューリング問題の2つのテーマで大きな成果を得た。以下ではそれらの成果について解説する。

4. 研究成果

(1) 一方向通貨交換問題: オンライン最適化問題の目標は勿論、良いオンラインアルゴリズムを設計することであるが、さて何をもって「良い」とするかが問題となってくる。入力の不完全性のため、オンラインアルゴリズムの性能評価には単純な手法が使えず、どのような評価基準を適用するかという事自体が重要なテーマである。1985年に Sleator と Tarjan は「最悪競合比」という評価尺度を導入した。最悪競合比は、「将来のシナリオが分かっていたと仮定した場合」にその情報を生かして最適化されたアルゴリズム（最適オフラインアルゴリズムと呼ぶ）の利得 OPT に対する、評価対象のオンラインアルゴリズムの利得 ALG の比、すなわち $\max[\text{OPT}/\text{ALG}]$ で定義される。この値は1に近づくほど良いオンラインアルゴリズムであることを表す。この最悪競合比の導入以来多くの研究者はこの評価基準を用いている。最悪競合比は文字通り最悪評価であり、それでは平均評価はどうなのかという疑問が自然と湧いてくる。シナリオが確率分布に従う場合の平均評価用の尺度は、最悪評価の場合に比べてはるかに構築方法に余地があり、 $E[\text{OPT}/\text{ALG}]$ 、 $E[\text{OPT}]/E[\text{ALG}]$ 、 $E[\text{ALG}/\text{OPT}]$ 、 $E[\text{ALG}]/E[\text{OPT}]$ 等が考えられる。ここで $E[\]$ はシナリオの確率分布についての期待値である。それぞれの尺度に妥当性がありそうで、迂闊にどれかを選択してしまいそうである。本研究では、そういった安易な態度が実は危険であること、つまりどの評価尺度を用いて平均評価を行うかにより最適なオンラインアルゴリズムが全く異なったものになることを実証する。

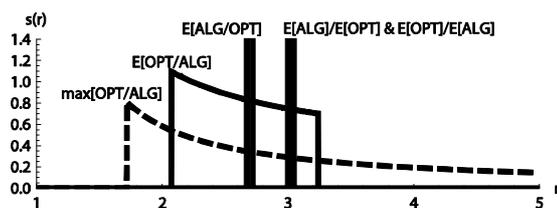
一方向通貨交換問題を定義する。

目的: ドルから円への通貨交換により得る円の量の最大化

制約条件: 初期財産は 1 ドル。交換はドル

から円への一方向のみ。円/ドルレートはある幅 m から M の間で変動することを保証。前ぶれなしにゲーム終了し、その際はレート m で残ったドルを全交換。

以下では $m=1$, $M=5$ として話を進める。1ドル = 100円から500円の間で推移すると考えてよい。まずウォームアップを兼ねてオンラインアルゴリズム「レートが2.5になるまで待ち、2.5を超えた時点で1ドルを全て交換する」を考え、先に紹介した最悪競合比で評価してみよう。明らかにこのオンラインアルゴリズムに対する最悪シナリオは「レートが1から始まり、最高値2.49に達しゲーム終了」というものである。実際、レートが2.5に達することがないのでオンラインアルゴリズムの利得は必ずたったの1である。それに対し、最適オフラインアルゴリズムは「2.49で全て交換」である。従ってこのオンラインアルゴリズムの最悪競合比は2.49と分かる。実は El-Yaniv らの設計したオンラインアルゴリズム WTB を使えば最悪競合比を1.72にまで改良が可能で、またこの値以下への改良は不可能であることが理論的に証明されている。



本研究ではオンライン・オフラインアルゴリズムの利得比を効用関数として最適化を行った。次に例を示す。先程と同様に $m=1$, $M=5$ で、ゲーム終了までのレート最高値がこの範囲で一様に分布するという仮定の下で、評価基準 $E[\text{OPT}/\text{ALG}]$ 、 $E[\text{OPT}]/E[\text{ALG}]$ 、 $E[\text{ALG}/\text{OPT}]$ 、 $E[\text{ALG}]/E[\text{OPT}]$ のそれぞれについて理論的に最適なオンラインアルゴリズムを求めると、 $E[\text{OPT}/\text{ALG}]$ については変分解析が必要であるが、解空間を工夫することにより閉じた形の解を得る。図から、最適オンラインアルゴリズムがそれぞれ大きく異なることが明らかである。図の読み方は、 $E[\text{OPT}/\text{ALG}]$ 基準の最適オンラインアルゴリズムの例では、前回の取引までのレート最高値が2.3で現在2.5まで値上がりしたとすると、その幅と曲線で囲まれた面積0.19ドルだけ交換せよ、というものである。逆に、最高値を更新しない場合は全く交換しない。 $\max[\text{OPT}/\text{ALG}]$ のラベル付きの点線は先程紹介したオンラインアルゴリズム WTB である。まず顕著なのは $E[\text{OPT}/\text{ALG}]$ とその他との違いである。 $E[\text{OPT}/\text{ALG}]$ 基準の最適オンラインアルゴリズムのみ「少しずつ交換」し、しか

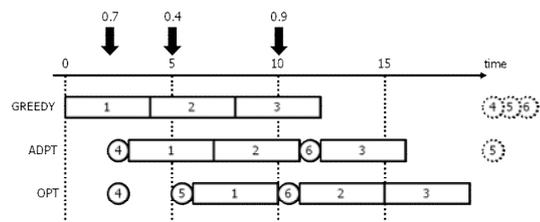
もあるレートに達するまでに全てのドルを交換終了するという点でWTBとも異なっている。E[OPT/ALG]の値はWTBの1.72に比べ1.52にまで改良できている。E[OPT]/E[ALG]、E[ALG]/E[OPT]、及びE[ALG/OPT]基準の最適オンラインアルゴリズムはいずれも「1点交換型」である。E[OPT]/E[ALG]とE[ALG]/E[OPT]の基準は全く同じアルゴリズムになる。分布がある広いクラスに入る場合、E[ALG/OPT]の交換時期はE[OPT]/E[ALG]とE[ALG]/E[OPT]より早くなることが証明できる。

(2) オンライン・オフライン混合ジョブスケジューリング問題: ジョブスケジューリング問題とは、工場において、納期や作業時間を持った作業(ジョブ)の工程を決める問題である。ここから派生して、病院での診察時間割り当てや、コンピュータ上のプロセス管理等、実に幅広い応用を含んだ枠組である。本研究ではこれらの対象をモデル化し、特に、納期と作業時間を持ったジョブを扱う問題を考える。さて従来のジョブスケジューリング問題の研究といえば、全てのジョブについて、その納期と作業時間が予め分かっているモデルが盛んであった。全ての情報が分かっているため、常に効率の良いスケジュールを作成可能である。これに対して本研究では、そのような情報の分かっているジョブ(オフラインジョブと呼ぶ)に加えて、緊急に発生(到着)するジョブ(オンラインジョブと呼ぶ)を扱う。工場では、既に決定した工程に沿って稼働している最中に緊急注文が入ることがよくあり、これをモデル化したものが研究対象である。また前述の派生例で言えば緊急診療を要する患者や割り込みプロセス等であろう。本研究では、スケジュール全体になるべく影響を与えることなしに、緊急に到着するオンラインジョブを如何に処理出来るかを考察する。

本研究で扱うモデルを要約する。1機械上でのスケジューリング。(オンライン・オフライン共に)ジョブには納期・作業時間あり。オンラインジョブは突然到着、ただし各時刻の到着率は事前に知らされる。リスケジューリングあり。ジョブ実行割り込みなし。目的: 納期遅れジョブ数の期待値 → 最小化

まず1機械上でのスケジューリングとはジョブを処理出来る機械が1台のみであるということの意味する。つまり複数のジョブを同時に実行することは許されない。各ジョブは、いつまでに処理完了しなければならないかを示す納期と、処理開始してから完了までにどれだけの時間を要するかの作業時間の情報を持っている。オンラインジョブは前ぶれ

なく到着するため、到着以前にその納期や作業時間を知ることはできないが、各時刻のオンラインジョブ到着率は前もって知っているものとする。これはオンラインジョブがたくさん到着するであろう繁忙期とそうではない閑散期をモデルに取り入れたものである。目的関数は納期遅れジョブ数の期待値である。関連研究として、遅れた時間分のペナルティを課すモデルがある。尚、ペナルティの言葉で言い換えると、本モデルはジョブが遅れるとペナルティが1だけ発生するモデルといていい。次項目が重要なのであるが、本研究ではリスケジューリングを許し、従って注目するのはリスケジューリングアルゴリズムである。リスケジューリングとは、現時点でまだ処理開始していないジョブの再スケジューリングを行うということである。過去を変えることは出来ないが、本モデルでは手持ちのジョブは増える可能性があるため、臨機応変に工程を変更することは実用面において大変有用であると考えられる。



簡単な問題例とリスケジューリングアルゴリズム(GRD, ADPT)の動作を見てもらいたい。与えられたオフラインジョブ(1, 2, 3)の納期はそれぞれ11, 15, 19で、作業時間は全て4である。オンラインジョブの到着率(上の太矢印)は時刻2で0.7、5で0.4、10で0.9の設定で、その他の時刻は全てゼロである。そしてこの図では、その3時刻全てにおいてオンラインジョブが実際に1個ずつ発生したもの(4, 5, 6)としている。オンラインジョブの作業時間は全て1で納期は到着時刻+2という設定である。まず一番下にあるOPTとは、最適オフラインスケジューリングアルゴリズム、即ちオンラインジョブの情報が予め分かっていたと仮定した場合に、納期遅れジョブ数を最小化するようなスケジュールを作成するアルゴリズムである。我々は、OPTの性能にどれだけ近づけるかでリスケジューリングアルゴリズムの性能を評価する。当然ながら、いかなるリスケジューリングアルゴリズムも未来を予測不可能であるから、納期遅れジョブ数においてOPTを下回ることは出来ないことは明らかである。

さてリスケジューリングアルゴリズムを見てゆこう。GREEDYは、基本的にオンライ

ンジョブは無視してオフラインジョブを実行するアルゴリズムである。この例では一つもオンラインジョブも処理出来ておらず、従って遅れジョブ数は 3 である。(納期遅れが確定したジョブは、十分後に処理すると考えて頂きたい。) 本研究で開発したリスケジュールリングアルゴリズムのうち最も良い性能を示すのが ADPT である。動作を簡単に説明すると、このアルゴリズムは現時点から未来へのオンラインジョブ到着率の和がある値を超える時刻にオンラインジョブが発生すると予測する。そして (1) その時刻まで機械にジョブを割り当てない、(2) 現在手持ちのあるジョブを先頭に順に割り当てていく、の選択肢のうち、遅れジョブ数期待値の最も低いものを採用する。この例では、オンラインジョブ (4, 6) が納期通りに処理できて、遅れジョブ数は 1 である。尚、OPT の遅れジョブ数は 0 である。

この例を見て、OPT と同じスケジュールになるようなアルゴリズムを作ればよいのではと思われるかもしれない。勿論この例に特化して同じスケジュールを生成するのは容易である。しかし重要なのは、リスケジュールリングアルゴリズムは頑強でなければならないということである。どのようなオンラインジョブ到着率やオフラインジョブが与えられても一定の性能を発揮することが求められる。本研究では乱数を用いて発生させた多数のオフラインジョブ集合及びオンラインジョブ到着率列に対してシミュレーションを行い、試行錯誤の結果、上に挙げたリスケジュールリングアルゴリズム ADPT を得た。リスケジュールリングアルゴリズム設計において留意した事がもう一点ある。それは細かなチューニングに依存しないアルゴリズムを作るということである。本研究で目指すのは現場で使えるアルゴリズムである。従って、チューニング次第で結果が大きく左右されるアルゴリズムや、数多くのパラメータ設定が必要なアルゴリズムは相応しくない。本研究で開発した ADPT はオンラインジョブの作業時間予測というパラメータを指定しなければならないが、万一その予測が外れていても、目的関数値があまり悪化しないという特徴を持っている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

(本分野の英文雑誌においては、著者は全てアルファベット順の表記である)

① Hiroshi Fujiwara, Kazuo Iwama, and Yoshiyuki Sekiguchi. "Average-Case Competitive Analyses for One-Way Trading". Journal of Combinatorial Optimization (JOCO), 査読有, オンライン版, 全 25 頁, 2009.

② Hiroshi Fujiwara, Kazuo Iwama, and Kouki Yonezawa. "Online Chasing Problems for Regular Polygons". Information Processing Letters (IPL), Volume 108, Issue 3, 査読有, pp. 155--159, 2008.

③ Hiroshi Fujiwara, Kazuo Iwama, and Yoshiyuki Sekiguchi. "Average-Case Competitive Analyses for One-Way Trading". Proceedings of the 14th Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON2008), LNCS 5092, 査読有, pp. 41--51, 2008.

④ Susanne Albers and Hiroshi Fujiwara. "Energy-Efficient Algorithms for Flow Time Minimization". ACM Transactions on Algorithms (TALG), Vol. 3, Issue 4, 査読有, pp. 49:1--49:17, 2007.

[学会発表] (計 14 件)

① 藤原 洋志. "一方向通貨交換問題に対する平均評価". 日本オペレーションズ・リサーチ学会「若手による OR 横断研究」研究部会, 2008 年 10 月 11 日, 関西大学 飛鳥文化研究所(奈良県高市郡明日香村)

② 畑 伸弥, 藤原 洋志, 茨木 俊秀. "オフライン・オンライン混合ジョブスケジューリング問題に対するラグランジュ緩和法". 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2008 年秋季研究発表会, 2008 年 9 月 10 日, 札幌コンベンションセンター (札幌市)

③ Takeshi Ebina, Hiroshi Fujiwara, and Toshihide Ibaraki. "Scheduling of Online and Offline Jobs on the Basis of Arrival Rate". The 4th Sino-Japanese Optimization Meeting (SJM2008), 2008 年 8 月 30 日, National Cheng-Kung University (台南、台湾)

[その他]

ホームページ:

<http://www.algo.cs.tut.ac.jp/~h-fujiwara/index-j.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤原 洋志 (FUJIWARA HIROSHI)

豊橋技術科学大学・工学部・助教

研究者番号：80434893