

平成 21 年 6 月 1 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007～2008

課題番号：19700100

研究課題名（和文） 拡張 SSA に関する研究

研究課題名（英文） Study for Generalized singular spectrum analysis

研究代表者

室谷 浩平（MUROTANI KOHEI）

東洋大学 計算力学研究センター・研究助手

研究者番号：20434061

研究成果の概要：

本研究では、フーリエ解析やウェーブレット解析では扱うことが困難であった多次元で複雑なデータ構造に対する新しいスペクトル解析の手法「拡張 SSA」の確立を目標としている。本手法は、統計的手法を用いたスペクトル分解法であり、自己相関の取り方の多様性に独自性がある。現在のところ、電子透かし、欠損データの補間、画像へのノイズフィルター、空間 2 次元時間 1 次元のデータの類似性検出といった工学的応用に成功している。

交付額

（金額単位：円）

|         | 直接経費      | 間接経費    | 合計        |
|---------|-----------|---------|-----------|
| 2007 年度 | 700,000   | 0       | 700,000   |
| 2008 年度 | 700,000   | 210,000 | 910,000   |
| 年度      |           |         |           |
| 年度      |           |         |           |
| 年度      |           |         |           |
| 総計      | 1,400,000 | 210,000 | 1,610,000 |

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学メディア情報学・データベース

キーワード：グラフィックス・拡張 SSA・メッシュへのスペクトル分解・3 次元多角形メッシュへの電子透かし・画像のスペクトル分解・画像へのノイズ除去・補間法

## 1. 研究開始当初の背景

本研究では、フーリエ解析やウェーブレット解析では扱えなかった多次元のデータに対する新しいスペクトル解析の手法「拡張 SSA」の確立を目標としている。フーリエ解析やウェーブレット解析は、ある基底関数による分解であるので、その関数のパラメータを定義するための座標軸が必要になる。1 次元の系列や 1 次元系列のテンソル積をなすデータに対しては、フーリエ解析やウェーブレット解析をそのまま用いることができる。

しかし、解析したいデータがパラメータ化できない場合には、フーリエ解析やウェーブレット解析をそのまま用いることができない。例えば、球と同相な 2 次元多様体の全体を 2 つのパラメータで表現することはできない（緯度と経度でパラメータ化しても南極と北極に特異点ができてしまう）。このような場合、球面調和関数などの別の基底関数を用いて、スペクトル分解を行うことができるが、3 次元多角形メッシュなどの区分線形曲面をスペクトル分解するときは、非常に多くの頂が必要になる。このように、従来の関数系

によるスペクトル分解法では、3次元多角形メッシュをスペクトル分解するには限界があるため、新たな分解手法が必要とされていた。

## 2. 研究の目的

拡張 SSA は、従来のスペクトル解析法とは違って、分解する基底を、データ構造に合わせて設計できるという多様性を持っている。このため、3次元多面体メッシュの様な、従来のスペクトル解析法では、扱うことのでなかった非構造的なデータ構造に対してスペクトル分解を行うことができるようになっただけでなく、画像のような構造的なデータ構造に対しても、従来のスペクトル解析法よりもより高精度な分解ができるようになることが期待できる。ここでいう高精度な分解とは、工学的な目的に合わせて、利用者がよりよい結果を得ることを目的とする。そこで、我々は、次の2つの対象に目を向けた。

### (1) 構造的なデータ構造のスペクトル分解 (画像のノイズフィルタリング)

構造メッシュとは、多次元のデータ構造を1次元の配列をテンソル積で表現されたデータ構造のことで、座標を指定すれば、データを取り出すことが可能なデータ構造のことである。2次元の場合では、格子状にデータが規則正しく並んだデータ構造であり、静止画がこれに当る。本研究では、静止画のスペクトル分解を行い、工学的な応用として、静止画のノイズフィルタリングを行う。

静止画像へのノイズフィルターには様々な方法があるなかで、特異値分解 (SVD) を利用した画像のノイズフィルタリングがある。この方法は、画像のピクセルを行列の要素とみなして、行列の SVD によって、画像を大まかな部分と詳細な部分に分け、この詳細な部分にノイズが多く載っているとみなして、詳細な部分を除去する方法である。この SVD を用いた方法は、信号処理の手法に過ぎず、画像が2次元配列のデータであることを十分に活かしてきれていない。また、SVD を用いた方法では、画像のエッジ部分とノイズ部分が同じ基底に分類されるため、ノイズ除去後の画像は、エッジがはっきりしないぼやけた画像になる。

一方で、拡張 SSA を用いれば、2次元配列のデータの性質を十分に活かすことができる。このため、画像のエッジの一部は、ノイズと切り離すことができるので、拡張 SSA を用いたノイズフィルタリングは、SVD を用いたノイズフィルタリングよりも、エッジがは

っきりした画像になる。本研究では、この様な利点を持つ拡張 SSA を用いた画像のノイズフィルタリングを提案した。

### (2) 非構造的なデータ構造のスペクトル分解 (3次元多面体メッシュの補間法)

非構造的なデータ構造のスペクトル分解例として、3次元多面体メッシュのスペクトル分解を行う。これまで、3次元多面体メッシュのスペクトル分解を電子透かしに応用してきたが、新たに頂点の補間法に適用した。

3次元多面体メッシュの補間法にも、様々な方法がある。その中で自己相関を用いた方法は計算時間が掛かる代わりに、精度良く補間できることができる。ただ、補間問題全般に言えることではあるが、不規則なデータ構造に対して、補間を行うことは容易ではない。そこで、我々は、この問題に拡張 SSA を適用した。3次元多面体メッシュなどの不規則なデータを扱うのに、拡張 SSA が適しているためその意義は大きい。

また、3次元多面体メッシュに多重調和作用素を適用した線形作用素を設計する方法に成功した。これによって、従来の拡張 SSA のスペクトル分解よりも滑らかな分解を行うことができるようになった。

## 3. 研究の方法

### (1) 構造的なデータ構造のスペクトル分解 (画像のノイズフィルタリング)

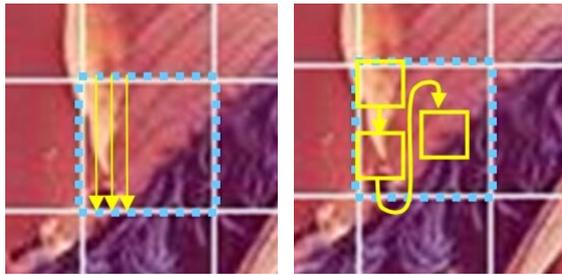
説明に用いる元画像とノイズ入り画像を図1に示す。



(a) 元画像 (b) ノイズ入り画像

図1. 元画像とノイズ入り画像

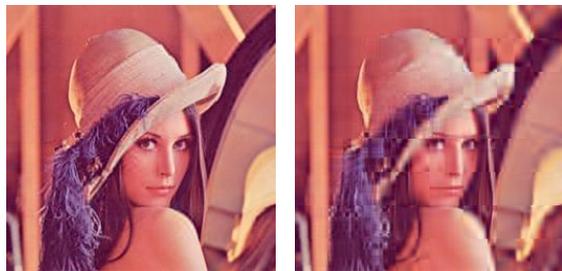
従来の SVD を用いる場合は、図2(a)の様に、画像の各ピクセルの値をそのまま行列の要素となるように軌道行列を作る。拡張 SSA を用いる場合は、図2(b)の様にある一定の大きさの窓を定義して、その窓で領域内を満遍なく移動させて軌道行列を作る。



(a) SVD (b) 拡張 SSA

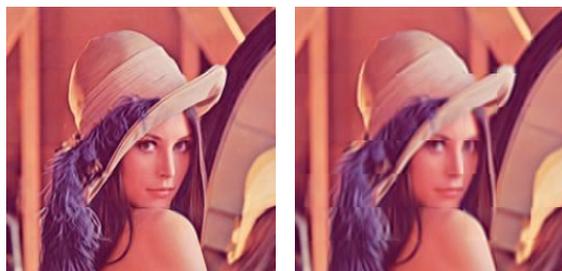
図 2. SVD と拡張 SSA

図 3 と図 4 は元画像をスペクトル分解した結果である。r は画像を再構成する時に、足し込む基底ベクトルと固有値の組の数である。r = (分解数) の時には、元画が完全に再現される。図 3(b) と図 4(b) を比べると、図 4(b) の方が見た目に滑らかな画像になっている。これは、拡張 SSA のスペクトル分解の方が、SVD のスペクトル分解よりも、少ない基底で画像を再現できていることを示している。拡張 SSA は、列方向と行方向に適度な相関を取ることができているからである。SVD は、信号処理の手法の拡張であるので、2 次元的な相関を十分に取れていないことが分かる。また、2 次元の画像を扱う時は、拡張 SSA の方が性質のいいスペクトル分解ができていることが確認できる。



(a) r = 8 (b) r = 3

図 3. SVD による分解

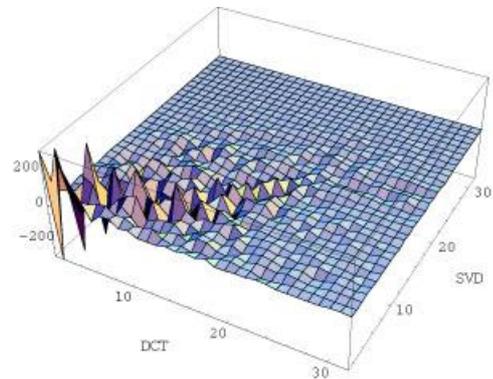


(a) r = 8 (b) r = 3

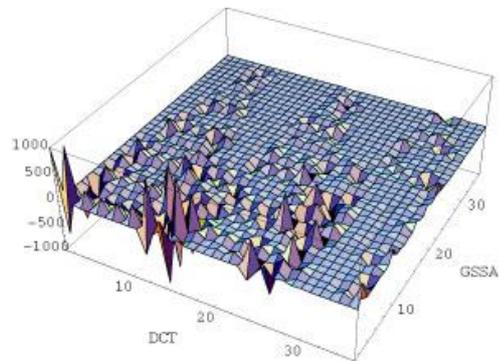
図 4. 拡張 SSA による分解

図 5 は、元画像とノイズを加えられた画像に SVD, 拡張 SSA の分解を行った後、得られた基底ベクトルに離散コサイン変換 (DCT) をして、特異値をかけたものである。基底ベクトルは、特異値の大きい順に並べられているので、原点の辺りがピークになっているのが見て取れる。

図 6 は、図 5 の最大特異値の部分を表示したグラフである。図 5 と図 6 から、SVD を用いた分解の基底は、特定の周波数のコサイン波のみで構成されているが、拡張 SSA を用いた分解の基底は、低周波から高周波までのコサイン波の重ね合わせによって構成されていることが分かる。これは、GSSA による分解で構成される画像は、少ない基底でもエッジなどのシャープな特徴を表現できることを意味している。

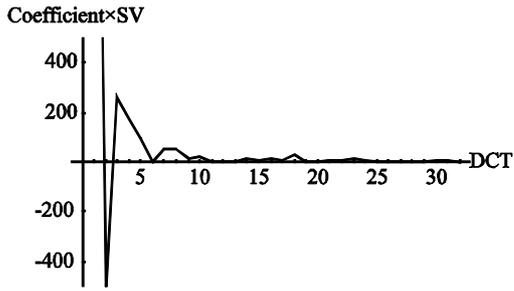


(a) SVD した後に DCT した結果

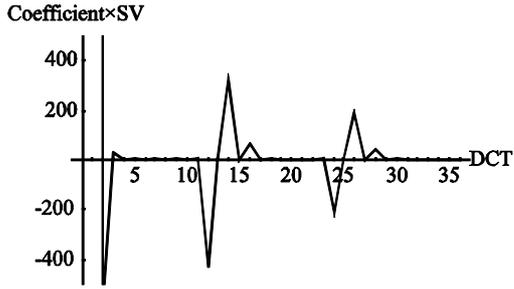


(b) 拡張 SSA した後に DCT した結果

図 5. DCT



(a) SVD した後に DCT した結果



(b) 拡張 SSA した後に DCT した結果

図 6. DCT(最大特異値の結果のみ)

表 1 は再構成された画像と元画像の自乗平均平方根 (RMS) である。SVD と拡張 SSA を比べると、GSSA の方で効果が見られる。また、SVD の分解は、 $r$  を大きくしたら RMS が小さくなるが、拡張 SSA の分解は、 $r$  を大きくしても RMS が小さくならない。これは GSSA 型は、SVD 型を縦横同時に行ったものであることから、特異値の大きな部分には画像を再構成するための情報が多く含まれており、相対的にノイズがのり難いためであると考えられる。



(a)  $r = 16$

(b)  $r = 4$

図 7. SVD を用いたノイズフィルタリング



(a)  $r = 16$

(b)  $r = 4$

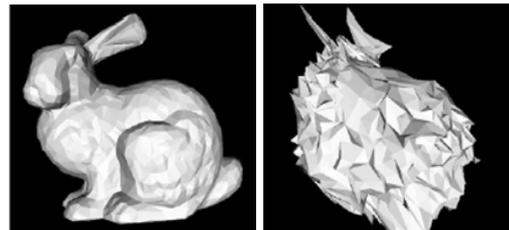
図 8. 拡張 SSA を用いたノイズフィルタリング

表 1. 再構成された画像と元画像の自乗平均平方根 (RMS)

| r  | SVD   | 拡張 SSA |
|----|-------|--------|
| 4  | 64.19 | 43.53  |
| 8  | 63.22 | 44.31  |
| 16 | 55.76 | 48.30  |

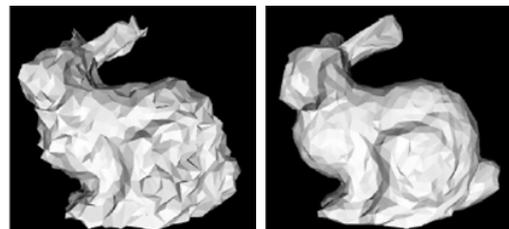
(2) 非構造的なデータ構造のスペクトル分解 (3次元多面体メッシュの補間法)

図 9 はこれまでの拡張 SSA を用いたメッシュスペクトル分解である。この分解は、どのような複雑なメッシュに対しても機械的・自動的に適用できるが、図 9(b) では、自然なスペクトル分解が達成されてはいない。



(a) 元メッシュ

(b)  $r = 1$



(c)  $r = 6$

(d)  $r = 15$

図 9. これまでのメッシュスペクトル分解

そこで、本研究では、従来の頂点座標に対してスペクトル分解を行ってきた方法に加え、各頂点のラプラシアン値に対しても同時にスペクトル分解を行う。ラプラシアン値は、各頂点に対して求めることができるので、滑らかさの基準として用いることができる。この結果が、図 10 である。この結果、図 9 の場合よりも、少ない基底の数で、より自然なスペクトル分解を達成することができた。

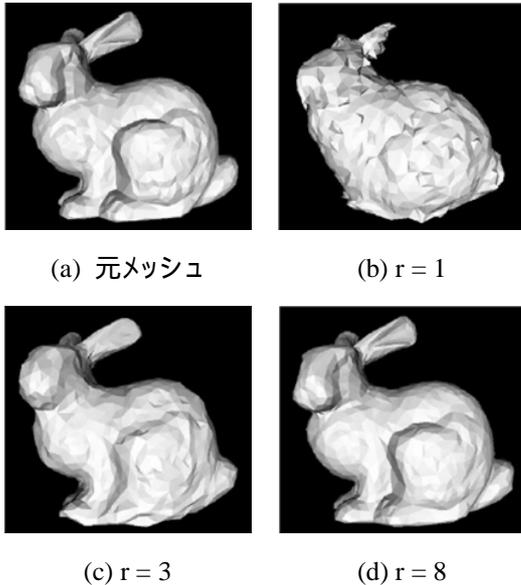
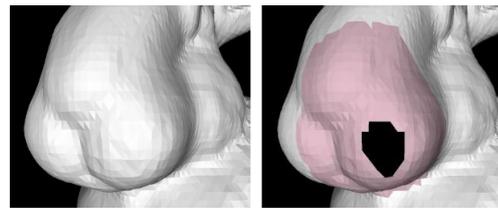


図 10. ラプラシアン差要素を用いたメッシュスペクトル分解

以上の結果を用いて、欠損データのあるメッシュの補間を行った。図 11 と図 12 の(a)は元メッシュであり、(b)は欠損データ(図 11 と図 12 の場合は頂点座標である)があるメッシュである。(b)のピンクの部分、は、補間に用いたデータ領域である。(c)は補間後のメッシュである。

補間方法は、元メッシュを拡張 SSA で分解し、特異値の大きな基底を幾つか選び、その基底が張る空間内で残差が最小になるように、直交定理を用いて頂点データを決める。この様にして求めた頂点データの元メッシュとの相対 RMS は、図 11 の場合は 0.000513 であり、図 12 の場合は 0.000215 である。これは、メッシュモデルの大きさに対する相対値である。この値は、非常に小さく、複雑なメッシュデータの特徴を上手く捉えた結果であるといえる。

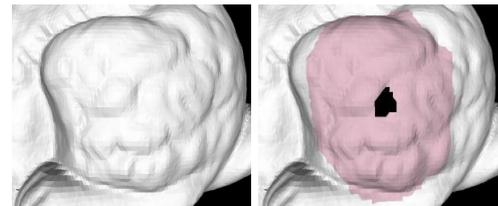


(a)元メッシュ (b)欠損メッシュ

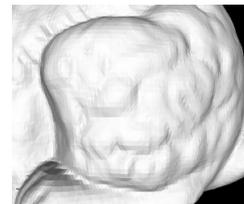


(c)補間メッシュ

図 11. 補間結果(顔)



(a) 元メッシュ (b) 欠損メッシュ



(c) 補間メッシュ

図 12. 補間結果(足)

#### 4. 研究成果

##### (1) 構造的なデータ構造のスペクトル分解 (画像のノイズフィルタリング)

本研究では、画像のスペクトル分解の新しい方法を提案して、画像のノイズ除去に適用した。これは、従来の特異値分解を利用した方法を縦横同時に行ったものに拡張した方法(拡張 SSA)である。特異値分解を利用した方法は、縦(横)の並びの相関のみを見るのに対して、拡張 SSA を用いた方法は、ある四辺形領域を定義してその並びの相関をみるので、より高精度に画像の特徴をみることができ、更に、特異値の大きな基底でも、画像の特徴を現すエッジの部分も同時に表現できることが、従来のスペクトル分解法にない画期的な特徴である。本手法は、特異値分解を行う行列の設計に、大きな自由度があるので、今回設計した方法より更によい分解法が存在する可能性が残されている。

本研究は、現在、論文に投稿中である。

##### (2) 非構造的なデータ構造のスペクトル分解 (3次元多面体メッシュの補間法)

本研究は、これまで行ってきた拡張 SSA を用いたメッシュスペクトル分解を更に高度化した手法である。今回は、分解後のメッシュの形状がより滑らかになるようにするために、滑らかさの指標となるラプラシアンを用いたが、この他に様々な指標が存在する。例えば、同様の高次化ではあるが、多重調和作要素を用いてもいいし、場合によっては、ローテーションやダイバージェンスを用いれば、良い結果が出る場合があると考えられる。

本結果によって、本手法が様々なケースに柔軟に対応できることが示すことができたと考えられる。

本研究は、現在、論文に投稿準備中である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表](計2件)

Murotani, K. and Yagawa, G.: Noise Filtering of Images Using Generalized Singular Spectrum Analysis, The 16-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision 2008. University of West Bohemia, Plzen, Czech Republic, pp.47-54, February 4 - 7, 2008.

室谷 浩平：拡張 SSA を用いた高精度補間・補外法, 日本応用数学会 2007 年度年会, 北海道大学, pp. 290-291, 2007 年 9 月 15 ~ 17 日.

[その他]

拡張 SSA を用いた画像のノイズ除去法

【日本語のページ】

[http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public\\_html/ResearchAreas3\\_J.htm](http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public_html/ResearchAreas3_J.htm)

【英語語のページ】

[http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public\\_html/ResearchAreas3\\_E.htm](http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public_html/ResearchAreas3_E.htm)

3次元形状モデルのスペクトル分解に関する研究

【日本語のページ】

[http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public\\_html/ResearchAreas1\\_J.htm](http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public_html/ResearchAreas1_J.htm)

【英語のページ】

[http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public\\_html/ResearchAreas1\\_E.htm](http://www.ccmr.toyo.ac.jp/muro/public_html/ResearchAreas1_E.htm)

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

室谷 浩平 (MUROTANI KOHEI)

東洋大学 計算力学研究センター・研究助手

研究者番号：20434061