

平成 22 年 6 月 10 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007～2009

課題番号：19700229

研究課題名（和文）リーマン幾何的最適化法の信号処理への応用

研究課題名（英文）Applications of Riemannian optimization methods to signal processing

研究代表者

西森 康則（NISHIMORI YASUNORI）

独立行政法人産業技術総合研究所・脳神経情報研究部門・研究員

研究者番号：00357724

研究成果の概要（和文）：決まった数、次元の互いに直交する部分空間全体の集合を考えると、それは旗多様体という多様体（曲がった空間）とみなすことができる。リーマン幾何を利用したこの旗多様体の上の関数の最適化手法（最急降下法、共役勾配法やハイブリッドMCMC最急降下法）を開発し、それに基づいて、信号処理で独立部分空間分析とよばれる手法の新しい学習アルゴリズムを実、複素の双方の場合に開発し、性能評価を行った。

研究成果の概要（英文）：The set of fixed number of orthogonal subspaces each of which has fixed dimensionality can be regarded as a curved space, termed the flag manifold. Using Riemannian geometry we proposed new optimization methods on this class of manifolds such as Riemannian gradient descent, conjugate gradient method and hybrid MCMC geodesic method. Based on these Riemannian optimization methods new learning algorithms for independent subspace analysis were proposed and their effectiveness over conventional algorithms was experimentally confirmed.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,000,000	0	1,000,000
2008年度	1,300,000	390,000	1,690,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	660,000	3,860,000

研究分野：信号処理、機械学習

科研費の分科・細目：情報学、感性情報学・ソフトコンピューティング

キーワード：独立成分分析、ニューラルネットワーク、信号処理、最適化

## 1. 研究開始当初の背景

パターン認識、機械学習の分野でよく用いられる手法に部分空間法がある。高次元の特徴空間の中で各クラスのデータへの適合度が最も高い部分空間を選ぶことにより分類などを行う手法で、広く用いられている。こ

で、ある固定された次元の一つの部分空間全体を考えると、それはグラスマン多様体と呼ばれる多様体（曲がった空間）になるので、グラスマン多様体上で適当な評価関数を定めて最適化することにより、部分空間法の解を得ることができる。このような学習の文脈

で、グラスマン多様体を用いる先行研究は今までにあったが、複数の部分空間全体のなす多様体上の最適化を考えることにより、ある評価基準を満たす複数の部分空間を同時に抽出するというアルゴリズムは開発されてこなかった。折しも、信号処理でレベルの高い国際会議とされる IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)で、数年続いて特別セッションに幾何学の信号処理への応用に関するセッションがあり、信号処理分野での幾何学の応用に関する関心の高さを感じられる状況にあったが、統計的信号処理においてもそれまで用いられてきた多様体はシュティーフエル多様体、グラスマン多様体がほとんどであった。(参照：(1) A. Edelman, T.A. Arias, and S.T. Smith, The Geometry of algorithms with orthogonality constraints, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, pp.303-353, 1998, (2) P. A. Absil, R. Mahony, R. Sepulchre, Optimization Algorithms on Matrix Manifolds, Cambridge University Press, 2007)

そこで、複数の部分空間全体からなる旗多様体上の最適化手法の信号処理への応用を早期に推進すべきだと思い至った。

## 2. 研究の目的

主に旗多様体を中心として、統計的信号処理を解くニューラルネット全体のなす多様体上でのリーマン幾何的手法最適化法を開発し、それに基づいて独立部分空間分析などの新しい学習アルゴリズムを開発し応用すること。

## 3. 研究の方法

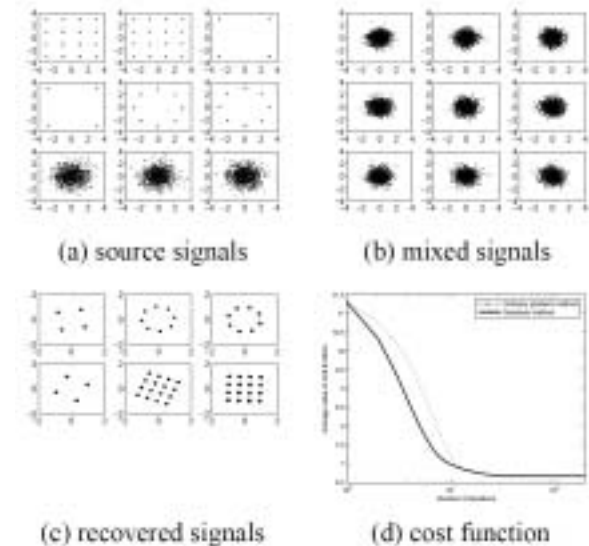
通常の実数に値をとる信号の独立部分空間分析は、実旗多様体上の評価関数の最適化によって、複素数に値をとる信号の独立部分空間分析は、複素旗多様体上の最適化によってそれぞれ解くことができる。そこで、通常のコークリッド空間上で用いられてきた最適化手法を、実旗多様体の場合に定式化するために、適当なリーマン計量を導入し、勾配や、測地線、平行移動、ヘシアンなどの幾何的量、作用素を数値計算に適した形で導出する必要がある。ただし、複素旗多様体の場合は、いったん実旗多様体の全測地的部分多様体に埋め込んで、実の世界で最適化を考えた後に、元の複素行列に戻して更新則を求めるといった手順を踏む必要がある。

## 4. 研究成果

### (1) 実旗多様体上の最適化法による複素独立成分分析の学習アルゴリズム

複素独立成分分析は複素シュティーフエル

多様体上の実評価関数の最適化問題を解くことに帰着する。ところが、複素シュティーフエル多様体は、行、列共に倍のサイズの実シュティーフエル多様体の全測地的多様体として埋め込むことができる。このことを利用して、実旗多様体上のリーマン幾何的最急勾配法(自然勾配法)を用いた複素独立成分分析の学習アルゴリズムを提案した。QAM 信号、PSK 信号等が混合されたテストデータに対して、通常的最急降下法と比べて収束の高速化を実験的に確認した。



### (2) 複素旗多様体上のリーマン幾何的共役勾配法

(1)では、実旗多様体を用いた複素シュティーフエル多様体上の実評価関数のリーマン幾何的最急降下法を提案した。しかしながら、計量的には、実の直交行列よりユニタリ行列を用いた方が有利であることがわかった。そこで、複素値信号の独立成分分析のアルゴリズムを、複素行列をそのまま用いて導出し、更新則を旗多様体のリーマン幾何的最急勾配法に、新しい類似の形で(実共役勾配法に、実のグランドエントを複素グランドエントに変換する等)の対応によって更新則が表せることを示した。次に複素の独立部分空間分析の学習アルゴリズムを構築するために、複素旗多様体上のリーマン幾何的共役勾配法を提案した。信号処理、機械学習の分野で多様体上の共役勾配法が利用された例はまだ少なく、(参考：A. Honkela, M. Tornio, T. Raiko, and J. Karhunen, Natural Conjugate Gradient in Variational Inference, Proceedings of the ICONIP 2007, pp. 305-314)複素旗多様体上でのアルゴリズムが定式化されたのは本研究が初めてである。複素独立部分空間分析の対象データに対して、複素旗多様体上のリーマン幾何的共役勾配法が、測地線サーチ法と比べて優れた収束性(収束点の改良、収束スピードの向上)をもつことが実験的に確かめられた。ただし、(S. T. Smith, Optimization techniques on Riemannian manifolds, Fields Institute Communications Vol. 3, pp.113-136, 1994)が実多様体の場合に証明している超一次収束は、今回扱ったデータでは観察されなかった



Workshop Geometry and representation theory of tensors for computer science, statistics and other areas, 2008 年 7 月, パロアルト (American Institute of Mathematics), アメリカ合衆国

Yasunori Nishimori, Flag Manifolds for Subspace ICA Problems, 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), 2007 年 4 月, オアフ, アメリカ合衆国

## 6 . 研究組織

### (1) 研究代表者

西森 康則 ( NISHIMORI YASUNORI )

独立行政法人産業技術総合研究所・脳神経  
情報研究部門・研究員

研究者番号 : 00357724