

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007～2009

課題番号： 19740003

研究課題名（和文） 概均質ベクトル空間に付随する不変量の表現論的観点からの解析

研究課題名（英文） ANALYSIS ON INVARIANTS ASSOCIATED WITH PREHOMOGENEOUS VECTOR SPACES FROM THE VIEW POINT OF REPRESENTATION THEORY

研究代表者

杉山 和成 (SUGIYAMA KAZUNARI)

千葉工業大学・情報科学部・助教

研究者番号：90375395

研究成果の概要（和文）：A 型の籠に付随する概均質ベクトル空間の相対不変式の b-関数について研究した。b-関数の分解公式を用いて、各既約相対不変式に対する 1 変数 b-関数を決定した。さらに、多変数 b-関数を計算するための、グラフを用いたアルゴリズムを与えた。この応用として、特殊線形リー環から現れる放物型概均質ベクトル空間の関数方程式についていくつかの結果を得た。

研究成果の概要（英文）：We have studied the b-functions of relative invariants of the prehomogeneous vector spaces associated with quivers of type A. By applying the decomposition formula for b-functions, we determine explicitly the b-functions of one-variable for each irreducible relative invariant. Moreover, we give a graphical algorithm to determine the b-functions of several variables. As its application, we have obtained some results on functional equations of prehomogeneous vector spaces of parabolic type arising from special linear Lie algebras.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	800,000	0	800,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	2,000,000	360,000	2,360,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：代数学

キーワード：概均質ベクトル空間

1. 研究開始当初の背景

概均質ベクトル空間の b-関数や関数方程式については、個々の場合に具体的に計算されてはいても、統一的な公式はまだ存在しない。そのような公式の発見のための準備として、

概均質ベクトル空間の b-関数や関数方程式などの不変量について、表現論的な意味づけを明確にすることが求められていた。

2. 研究の目的

概均質ベクトル空間の b -関数や関数等式について、より統一的な公式を追求する。概均質ベクトル空間の中でも重要なクラスである放物型概均質ベクトル空間について、 b -関数や関数等式について、表現論とのかかわりを明確にする。

3. 研究の方法

より多くの(放物型)概均質ベクトル空間について b -関数や関数等式を計算し、その結果を統一的な形にまとめ上げることを試みる。放物型概均質ベクトル空間の軌道構造について、ルート系やウェイトなどを用いた表示を調べて、その結果から b -関数などについての一般的な表示が得られるかどうかを検討する。

4. 研究成果

(1) 次元ベクトルを固定し A 型のクイバーの表現全体を考えると同型類は有限個になるので、それに対応して有限個の軌道を持つ概均質ベクトル空間が現れる。このような概均質ベクトル空間のクラスは、特殊線形リー環から現れる放物型概均質ベクトル空間のクラスを含み、表現論や幾何学的不変式論の立場から古くからも研究されてきた。今回、これらの相対不変式の 1-変数 b -関数を b -関数の分解公式(佐藤文広・杉山和成、2006)を用いて計算した。その結果、 b -関数がある軌道のランク・パラメータと関連していることを発見した。軌道のランク・パラメータは軌道の閉包の特異点解消と関連があり、今回の発見は、 b -関数が軌道の特異性と関連していることを示唆している。

(2) さらに、この空間に付随する多変数の b -関数を決定するアルゴリズムを発見した。研究を開始した時点の見込みでは、向きが任意の場合には相対不変式の現れ方が非常に複雑になり、個々の例を取り扱うことはできないにしても計算結果を一般的に記述するのはきわめて困難ではないかという感触を持っていた。しかし多くの実例の計算を繰り返すことにより、計算結果はグラフを用いてきわめて簡便に記述できるということが分かった。これは研究当初に予想していた以上の成果であった。

(3) また、この研究結果を用いて、特殊線形リー環から現れる放物型概均質ベクトル空間の関数等式を計算する新しい方法を考案した。この新しい方法を用いれば、指数関数や三角関数を含む連立一次方程式を解く

だけで関数等式が計算でき、一般的な結果を得ることが期待できる。この研究については、2009年12月に九州大学で開かれた概均質ベクトル空間に関する研究集会などで発表した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① 杉山和成, b -Functions and representation theory of quivers, 数理解析研究所講義録別冊, 査読有, 掲載決定, 2010.
- ② 杉山和成, A型の籠に付随する b -関数について、2008年度表現論シンポジウム報告集, 査読無, pp.67-79, 2008.
- ③ 木村達雄、小木曾岳義、杉山和成, Relative invariants of 2-simple prehomogeneous vector spaces of type I, Journal of Algebra, 査読有, No. 308, pp.445-483, 2007.

[学会発表] (計3件)

- ① 杉山和成, 特殊線形リー環から現れる放物型概均質ベクトル空間のフーリエ変換について、研究集会「概均質ベクトル空間論の最近の展開」、2009年12月23日、九州大学。
- ② 杉山和成, A型の籠に付随する b -関数について、研究集会「群の表現と非可換調和解析の新展開」、2009年6月1日、京都大学数理解析研究所。
- ③ 杉山和成, A型の籠に付随する b -関数について、2008年度日本数学会年会、2008年3月24日、近畿大学。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

杉山 和成 (SUGIYAMA KAZUNARI)
千葉工業大学・情報科学部・助教
研究者番号：90375395