

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007～2009

課題番号：19740008

研究課題名（和文） ゴレンシュタイン局所環上の有限生成加群の圏の研究

研究課題名（英文） Studies of categories of finitely generated modules over Gorenstein local rings

研究代表者

高橋 亮 (TAKAHASHI RYO)

信州大学・理学部・准教授

研究者番号：40447719

研究成果の概要（和文）：

(1) 全反射加群の圏の反変有限性が局所環の Gorenstein 性を特徴付けることを示した。これは Auslander-Buchweitz の定理の逆に相当する。これを用いて全反射加群の個数の有限性による単純特異点の特徴付けも得た。また、Gorenstein Hensel 局所環上の反変有限分解部分圏を完全に分類した。

(2) 正則環の局所化の D 加群構造に関する Alvarez-Montaner-Blickle-Lyubeznik の定理と局所コホモロジー加群の素因子に関する Huneke-Sharp の定理を有限 F 表現型の環に拡張した。

研究成果の概要（英文）：

(1) It was proved that the contravariant finiteness of the category of totally reflexive modules implies the Gorenstein property of the base local ring. This can be regarded as the converse of the Auslander-Buchweitz theorem. It was also proved that the finiteness of the number of totally reflexive modules is equivalent to the condition that the base local ring is a simple singularity. All the contravariantly finite resolving subcategories over a Gorenstein Henselian local ring were completely classified.

(2) The Alvarez-Montaner-Blickle-Lyubeznik theorem and the Huneke-Sharp theorem concerning the D-module structure of localizations and associated prime ideals of local cohomology modules over regular rings were extended to rings of finite F-representation type.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,100,000	0	1,100,000
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,200,000	630,000	3,830,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：Gorenstein 環, Cohen-Macaulay 環, 極大 Cohen-Macaulay 加群, 全反射加群, 分

## 解部分圏

### 1. 研究開始当初の背景

Gorenstein 環は現代の可換環論において中心的な役割を果たしている重要な環である。私は主に全反射加群と呼ばれる加群を研究している。この加群は射影加群と Gorenstein 環上の極大 Cohen-Macaulay 加群の共通の一般化にあたる加群である。Auslander と Bridger が 1960 年代に導入・展開した  $G$  次元と呼ばれる不変量の概念がそれ以来欧米諸国を中心として盛んに研究されてきているが、全反射加群は  $G$  次元が  $0$  の加群のことである。Avramov, Martsinkovsky, Holm の定理により、 $G$  次元が有限の加群の理解は全反射加群の理解に帰着する。Gorenstein 環上の加群はみな  $G$  次元が有限なので、全反射加群が理解できれば Gorenstein 環上の加群が理解できることになる。

近年 Enochs や Jørgensen らが精力的に研究している “Gorenstein homological algebra” と呼ばれる概念で主役をなす  $G$  射影加群は、無限生成も許した全反射加群のことである。このように全反射加群はそれのもつ ‘性質’ において近年注目を集めているが、Gorenstein でない環の場合は、射影的でない全反射加群が ‘存在’ するか否かを判定する方法もまだ見出されていない。それどころか、射影的でない全反射加群が存在するような Gorenstein でない環の例を構成することですら容易ではない。このような現況の下、私は全反射加群の存在、構成、特徴付け、そして全反射加群たちの間の関係を、主としてそれらのなす圏を観察しながら考察している。

Auslander と Buchweitz の定理で、「Gorenstein 環上では、全反射加群の圏 (= 極大 Cohen-Macaulay 加群の圏) は反変有限である」というものがある。これは、Gorenstein 環上の加群の圏は、全反射加群の圏と射影次元有限な加群の圏の ‘貼り合わせ’ で構成されている、ということの意味で、その後の可換環論に大きな影響を与えた重要な定理である。私は、この定理の逆、つまり全反射加群の圏が反変有限な環は Gorenstein であることを、環の深度が  $2$  以下 (例えば環の Krull 次元が  $2$  以下) のときに証明した。そして、深度  $2$  以下の非 Gorenstein 環上には、射影的でない全反射加群が一つでも存在すれば直既約な全反射加群の同型類が無数存在する、という系を与えた。これは、全反射加群は基礎環の Gorenstein 性に関わらず同様のふるまいをするであろう、という大方の予想を覆す結果

である。一方、全反射加群によって近似される加群をすべて決定すべく、それらのなす圏を考えた。私はこの圏が全反射加群の圏とそれの直交圏によって生成される thick な圏であることを証明し、全反射加群によって近似される一連の加群を系統的に見出した。また、全反射加群の圏が反変有限になるための数々の十分条件を与え、さらに、与えられた加群が全反射加群による近似をもつか否かを Tate コホモロジーの消滅によって判定する方法を構築した。

一方、私は渡辺敬一氏との共同研究で、任意の種数  $2$  以上の滑らかな射影曲線から、 $2$  次元の Gorenstein でない Cohen-Macaulay 整閉整域とその上の射影的でない全反射加群を構成する方法を与えた。これにより、非自明な全反射加群をもつ非 Gorenstein 整閉整域もその上の全反射加群も具体的にたくさん与えることができる。一方、数年前に Huneke と Leuschke は、Cohen-Macaulay 環の特異軌跡が、有限 Cohen-Macaulay 表現型のときは  $0$  次元で、可算 Cohen-Macaulay 表現型のときは多少の仮定の下に  $1$  次元以下になることを示した。(後者は Schreyer が 1980 年代に提示した予想を解決する結果である。) 私はまず彼らの第一の結果が一般の環上の加群圏の分解部分圏について正しいことを確かめ、それを利用して、Gorenstein でない環上には射影的でない巡回全反射加群が一つでも存在すれば直既約な全反射加群の同型類が無数存在することを証明した。次に、彼らの第二の結果の全反射加群版の構成を試みた。Cohen-Macaulay 環の特異軌跡の各点は極大 Cohen-Macaulay 加群の言葉で記述できることに着目し、直既約な全反射加群の同型類が可算個であるような環について対応する結果が成り立つことを証明した (実際は、Huneke と Leuschke の定理を含む結果を示した)。この系として、多少の条件をみたす素イデアルと全反射加群が存在すれば、直既約な全反射加群の同型類が非可算無限個存在する、という結果が得られる。また、具体的な環の上で実際に非可算個の互いに同型でない直既約全反射加群の族を構成した。

### 2. 研究の目的

- (1) 研究期間内に主に次の三つの問題を明らかにしたい。
  - (A) 反変有限な全反射加群の圏をもつ環の Gorenstein 性 (Auslander と Buchweitz の定理の逆)。

(B)  $G$ 次元が有限な Cohen-Macaulay 加群をもつ環の Cohen-Macaulay 性。

(C) 全反射加群および  $G$ 次元の周辺の諸問題。特に、加群圏と環のスペクトラム (素イデアル全体の集合) の関係、および半双対化加群の個数の有限性と分類。

(2) 問題(A)は、もし解明されると  $G$ 次元研究において間違いなく快挙になるし、多元環の表現論に対しても大きな影響を与えることになると考えられる。問題(B)が証明できれば、結果自体の興味に加えて、その証明は Peskine と Szpiro の交差定理の別証明を与えることにもつながると考えられるため、その意義は大きい。問題(C)は、目的は  $G$ 次元あるいは全反射加群の構造の解明にあるものの、得られる結果は三角圏の thick 部分圏の分類問題等と密接に関わると考えられるため、重要である。

### 3. 研究の方法

(1) 平成19年度…主として上述の問題(A)と問題(B)に取り組む。

① 問題(A)について。Auslander と Buchweitz の定理の逆は、対偶をとると、「Gorenstein でない環上には全反射加群で近似できない加群が必ず存在するか?」となる。すなわち、Gorenstein でない環上にそのような加群を一つでも見つければよいのである。実際この方針に基づいて、環の深度が2以下の場合に Auslander と Buchweitz の定理の逆が成り立つことを私は証明した。そこで、環の深度が3以上の場合も引き続きこの方針で考察していく。一方、全反射加群による近似をもつ圏や、全反射加群の圏の関手圏の研究を通して、現在までに問題(A)に関するかなりの情報が得られてきているので、それらの方向からのアプローチも今後も引き続き考える。

また、私が2006年8~9月にネブラスカ大学を訪れたときから始まった Christensen, Piepmeyer, Striuli との共同研究において、我々は全反射加群の圏の直交圏を主として考察している。前に述べたように、全反射加群で近似できる加群の圏は全反射加群の圏とそれの直交圏で生成されるので、全反射加群の圏の直交圏の理解は全反射加群による近似をもつ加群の圏の理解につながるはずであり、我々の共同研究は問題(A)の解決に大きく関わるものであると言える。今後も彼らとこまめに連絡を取り合い、時にはお互いの大学を行き来して直接の議論も行っていくつもりである。

一方で、射影的でない全反射加群をもつ Gorenstein でない環上には、非同型な直既約全反射加群がかならず無限個あるのかどうかをはっきりさせる。これは Auslander と Buchweitz の定理の逆が示されれば正しいことがわかるものであるが、射影的でない巡回

全反射加群をもつ非 Gorenstein 環は非同型な直既約全反射加群を無限個もつことがわかっているため、この結果を利用することもあわせて考慮する。万が一反例が見つかってしまった場合は、そのような環とその上の (有限個しかない) 直既約全反射加群の同型類をすべて決定したい。

② 問題(B)について。この問題は、「(D) 長さ有限かつ  $G$ 次元有限な加群  $M$  を持つ局所環  $R$  は Cohen-Macaulay 環か?」という問題に帰着することが容易にわかる。私は現在までに、この問題が環  $R$  の型が1の場合は正しいという結果を得ている。またこの結果から、加群  $M$  の型が1の場合や加群  $M$  の長さが2以下の場合にも正しいことがわかる。さらにこれは吉野雄二氏の結果であるが、環  $R$  が擬 Buchsbaum の場合も正しい。これらの結果とその証明に留意する一方、最近後藤四郎氏が構成した例を注意深く観察しながら問題(D)に取り組む。

一方で、ここ一年半ほど Strooker と綿密なメールのやり取りを通して、問題(B)について議論したり、お互いが参加した研究会議で得られた問題(B)に関する情報を交換したりしているが、今後も引き続き彼と連絡を取り合っていく。また、私は以前、 $G$ 入射次元が有限であるような巡回加群をもつ局所環は Gorenstein 環であることをある仮定のもとに証明したが、つい最近、Frankild が Foxby との共同研究でその仮定を外して証明することに成功したという連絡をしてきた。この結果は問題(B)の双対版だと考えられるので、彼らの証明をよく吟味して問題(B)の解決につなげたい。

③ 平成20年度以降…主として前述の問題(C)に取り組む。

私は、Auslander, Huneke, Leuschke, Wiegand が示した Cohen-Macaulay 局所環上の直既約な極大 Cohen-Macaulay 加群と特異軌跡の間の関係の類似として、全反射加群の個数に関する結果を二つ得たが、私はこれら二つの結果が、一般に加群圏の部分圏 (あるいは直既約加群の同型類の集合) と環のスペクトラムの部分集合の間にさまざまな密接な関係が秘められていることを示唆しているように思えてならない。Hopkins, Neeman, Thomason の定理は、完全鎖複体の導来圏の thick 部分圏たちと環のスペクトラムの特殊化で閉じた部分集合たちとの間の一対一対応を与えるものであるが、Hovey はこの定理を利用して、加群圏の接続部分圏たちと特殊化で閉じた部分集合たちとの間の一対一対応を与えた。この Hovey の一対一対応や私が与えた全反射加群の個数に関する二結果などを参考にして、全反射加群の圏、およびより一般に加群圏の分解部分圏を素イデアルの言葉でとらえることを考えたい。

一方、半双対化加群の考察も同時に行っていく。この加群は、階数 1 の自由加群と Cohen-Macaulay 局所環の正準加群の共通の一般化にあたる加群である。全反射加群が与えられれば（基礎環は変わるが）それに付随する半双対化加群が構成でき、また逆も可能なので、これら二つの加群は非常に密接な関係にある。半双対化加群の研究も近年欧米を中心に盛んに行われていて、「可換局所環上の半双対化加群の同型類は常に有限個か？」という問題が半双対化加群に関する現在もっとも大きな問題である。私は以前吉野雄二氏と荒谷督司氏との共同研究で、型が素数である Cohen-Macaulay 局所環上には、非同型な半双対化加群は階数 1 の自由加群と正準加群のみである（したがって有限個しかない）ことを示したが、つい最近 Christensen と Sather-Wagstaff が、任意の等標数の Cohen-Macaulay 局所環上には非同型な半双対化加群が有限個しかないことを、代数閉体上の有限次元多元環上の自己直交加群に関する Happel の結果を用いて証明した。そこで、彼らの証明を参考にしながら一般の場合の解決を試みる。また、その有限個の半双対化加群の同型類を決定したい。この問題に関しては Christensen や Sather-Wagstaff らの研究交流だけでなく、Cohen-Macaulay 環の表現論の専門家である吉野雄二氏や伊山修氏とも連絡を頻繁にとり、支援を求めたい。

#### 4. 研究成果

##### (1) 全反射加群の研究

###### ① 全反射加群の圏の反変有限性

Auslander と Buchweitz の定理の逆に相当する主張「非自由全反射加群を持つ Hensel 局所環は、全反射加群のなす部分圏が反変有限ならば Gorenstein である」を Christensen, Piepmeyer, Striuli との共同研究で証明した（なお、この主張を証明することは 2002 年からの私の研究の主目標だった。2002 年以来多くの部分的結果を得ながら 2008 年に完全解決に至った）。そして、非 Gorenstein 局所環上では非自由全反射加群が一つでも存在すれば直既約な全反射加群の同型類が無限個存在する、という系を与えた。さらにこの結果と Buchweitz, Greuel, Schreyer の定理を組み合わせることで、「非自由全反射加群をもつ完備局所環は、直既約全反射加群の同型類が有限個しか存在しないならば単純特異点である」という結果を得た。

###### ② Eisenbud の行列分解および Knörrer の周期性

Eisenbud による超曲面の行列分解の理論およびそれを用いて構築された Knörrer の周期性の理論は、超曲面上の極大 Cohen-Macaulay 加群の表現論において重要な役割を果たしてきた。私は、この二つの重

要な理論を、任意の全反射加群が自由であるような局所環の非零因子による剰余環に拡張した。これにより、そのような環上では任意の全反射加群が周期 2 の極小自由分解を持つことがわかり、また全反射加群の安定圏（これは一般に三角圏になる）が三角同値になる環のクラスが得られた。

###### (2) 分解部分圏の研究

Abel 圏の分解部分圏の概念は、1960 年代に Auslander と Bridger が導入した概念である。彼らは、加群圏の中で全反射加群全体のなす部分圏が分解部分圏になることを証明した。Cohen-Macaulay 局所環上の極大 Cohen-Macaulay 加群全体のなす部分圏も分解部分圏であり、分解部分圏の概念は多くの重要な部分圏を包括する概念である。私は全反射加群全体のなす部分圏の研究で数多く獲得した知見を基にして、一般の分解部分圏の研究を行ってきた。

###### ① 反変有限分解部分圏の分類

Auslander と Reiten は大域次元が有限な Artin 多元環の加群圏の反変有限分解部分圏を余傾加群を用いて分類した。これにより反変有限分解部分圏の概念が傾理論と密接な関係にあることがわかり、反変有限分解部分圏の概念は多元環の表現論において重要な役割を果たしてきた。私は、任意の Gorenstein な Hensel 局所環上の反変有限分解部分圏を完全に分類した。前述の Auslander と Reiten の分類は大域次元の有限性が本質的だったが、私の分類は大域次元の有限性を仮定しないところが大きな違いである。また、(1)①で述べた Auslander と Buchweitz の定理の逆のより体系的な別証明を副産物として得た。

###### ② 分解部分圏の中の加群の分布の状態

導来圏の thick 部分圏の中で鎖複体がどのように分布しているかを調べた Avramov, Buchweitz, Iyengar, Miller の研究の類似物として、加群圏の分解部分圏の中で加群がどのように分布しているかを調べた。具体的には、局所環上で、非自由加群の一つでも含む分解部分圏は必ず punctured spectrum で自由な非自由加群を含むことを示し、その分解部分圏内の各加群は直和因子・拡大・シジジーを繰り返して punctured spectrum で自由な加群に到達できることを示し、その施す操作の回数の上限を与えた。また、この結果を得る上で、高々可算個の加群から成る分解部分圏の非自由軌跡の次元は 1 以下であることがわかった。これは前述の Huneke と Leuschke の定理を系として与える。

###### (3) 加群圏および導来圏と環のスペクトラムの対応

局所部分圏は圏の局所化における基本対象であり、導来圏の構造解析を行う上で重要な役割を果たす。Gabriel は、加群圏の局所

部分圏を基礎環のスペクトラムの特殊化で閉じた部分集合を用いて分類した。Hopkins と Neeman は、同様のことを完全複体の導来圏の thick 部分圏および導来圏の局所部分圏に対して行った。Hovey は、Hopkins と Neeman の定理を用いて、可換連接正則環の有限生成イデアルによる剰余環上の有限表示加群の圏の連接部分圏がみな Serre 部分圏になることを示した。私は、任意の可換 Noether 環上の有限生成加群の圏の連接部分圏がみな Serre 部分圏になることを、導来圏を用いずに直接的かつ初等的に証明した。また、Neeman の定理の加群版として、有限生成加群の圏の部分加群と拡大で閉じた部分圏を基礎環のスペクトラムの部分集合を用いて分類した。さらに、前述の Gabriel と Neeman による分類と、Krause による加群圏の連接部分圏の分類を一つに統合した。

#### (4) 有限 F 表現型の環の考察

有限 F 表現型の環の理論は Smith と Van den Bergh によって創始され Yao によって展開された。これは、正標数の正則環、不変式環、正規半群環、Stanley-Reisner 環、単項式曲線、Artin 局所環、有限 Cohen-Macaulay 表現型の Cohen-Macaulay 局所環等の重要な環をみな含む概念である。私は高木俊輔氏との共同研究で、正則環に関する Alvarez-Montaner, Blickle, Lyubeznik の定理と Huneke, Sharp の定理を有限 F 表現型の環に拡張した。すなわち、有限 F 表現型の次数付き環の元  $f$  による局所化が D 加群として  $1/f$  で生成されること、および有限 F 表現型の Gorenstein 局所環上の局所コホモロジー加群の素因子は常に有限個であることを証明した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 31 件)

以下すべて査読有

- ① Ryo Takahashi, Contravariantly finite resolving subcategories over commutative rings, American Journal of Mathematics (to appear).
- ② Ryo Takahashi; Siamak Yassemi; Yuji Yoshino, On existence of embeddings into modules of finite homological dimensions, Proceedings of the American Mathematical Society 138 (2010), no. 7, 2265--2268.
- ③ Ryo Takahashi; Diana White, Homological aspects of semidualizing modules, Mathematica Scandinavica 106 (2010), no. 1, 5--22.
- ④ Ryo Takahashi, On localizing subcategories of derived categories,

Journal of Mathematics of Kyoto University 49 (2009), no. 4, 771--783.

⑤ Tokuji Araya; Ryo Takahashi, A generalization of a theorem of Foxby, Archiv der Mathematik (Basel) 93 (2009), no. 2, 123--127.

⑥ Ryo Takahashi, Modules in resolving subcategories which are free on the punctured spectrum, Pacific Journal of Mathematics 241 (2009), no. 2, 347--367.

⑦ Ryo Takahashi; Yuji Yoshino; Takeshi Yoshizawa, Local cohomology based on a nonclosed support defined by a pair of ideals, Journal of Pure and Applied Algebra 213 (2009), no. 4, 582--600.

⑧ Ryo Takahashi, Classifying subcategories of modules over a commutative noetherian ring, Journal of the London Mathematical Society (2) 78 (2008), no. 3, 767--782.

⑨ Ryo Takahashi, On G-regular local rings, Communications in Algebra 36 (2008), no. 12, 4472--4491.

⑩ Shiro Goto; Futoshi Hayasaka; Ryo Takahashi, On vanishing of certain Ext modules, Journal of Mathematical Society of Japan 60 (2008), no. 4, 1045--1064.

⑪ Lars Winther Christensen; Greg Piepmeyer; Janet Striuli; Ryo Takahashi, Finite Gorenstein representation type implies simple singularity, Advances in Mathematics 218 (2008), no. 4, 1012--1026.

⑫ Shunsuke Takagi; Ryo Takahashi, D-modules over rings with finite F-representation type, Mathematical Research Letters 15, no. 3 (2008), 563--581.

⑬ Ryo Takahashi, Direct summands of syzygy modules of the residue class field, Nagoya Mathematical Journal 189 (2008), 1--25.

⑭ Shiro Goto; Ryo Takahashi; Naoyuki Matsuoka, On quasi-socle ideals in Gorenstein local rings, Journal of Pure and Applied Algebra 212 (2008), no. 5, 969--980.

⑮ Ryo Takahashi, An uncountably infinite number of indecomposable totally reflexive modules, Nagoya Mathematical Journal 187 (2007), 35--48.

⑯ Ryo Takahashi, A characterization of modules locally of finite injective dimension, Proceedings of the American Mathematical Society 135 (2007), no. 11, 3461--3464.

⑰ Ryo Takahashi; Kei-ichi Watanabe, Totally reflexive modules constructed

from smooth projective curves of genus  $g \geq 2$ , Archiv der Mathematik (Basel) 89 (2007), no. 1, 60--67.

⑱ Ryo Takahashi, On the number of indecomposable totally reflexive modules, Bulletin of the London Mathematical Society 39 (2007), no. 3, 487--492.

[学会発表] (計 37 件)

① 高橋 亮, 自明でない拡大閉部分圏をもつ環について, 第 15 回明治大学可換環論セミナー, 明治大学, 2010 年 2 月 27 日.

② Ryo Takahashi, On locally free Cohen-Macaulay modules, The 5th Japan-Vietnam Joint Seminar on Commutative Algebra, Institute of Mathematics, Hanoi, Vietnam, January, 2010.

③ 高橋 亮, 非自明な拡大閉部分圏の存在性について, 岡山大学代数セミナー, 岡山大学, 2009 年 12 月.

④ 高橋 亮, Cohen-Macaulay 加群の安定圏の thick 部分圏の分類について, 空間の代数的幾何的モデルとその周辺, 信州大学, 2009 年 9 月.

⑤ 高木 俊輔; 高橋 亮, 可換環論の発展 -- ホモロジカル予想を中心として --, 第 54 回代数学シンポジウム, 明治大学, 2009 年 8 月.

⑥ Ryo Takahashi, Thick subcategories of stable categories of Cohen-Macaulay modules, The inaugural Pacific Rim Mathematical Association (PRIMA) Congress, University of New South Wales, Sydney, Australia, July, 2009.

⑦ Ryo Takahashi, Thick subcategories of stable categories of Cohen-Macaulay modules, Summer Seminar on ring theory, Osaka Prefecture University, June, 2009.

⑧ 高橋 亮, 超曲面上の極大 Cohen-Macaulay 加群について, 明治大学大学院特別講義, 明治大学, 2009 年 5 月 16 日.

⑨ 高橋 亮, 極大 Cohen-Macaulay 加群の安定圏の thick 部分圏とその応用, 平成 19 年度文部科学省採択: 組織的な大学院教育改革推進プログラム (GP) 「社会に数理科学を発信する次世代型人材創発」2009 年度 MTS 数理科学教育・理論数理コース: 第三回明治大学可換環論セミナー, 明治大学, 2009 年 4 月.

⑩ Ryo Takahashi, Walks in resolving subcategories, The 4th Japan-Vietnam Joint Seminar on Commutative Algebra by and for young mathematicians, Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences, Japan, February, 2009.

⑪ Ryo Takahashi, Resolving subcategories of modules over commutative rings II, Workshop on Representation Theory of Algebras 2008, Shizuoka University, September, 2008.

⑫ Ryo Takahashi, Resolving subcategories of modules over commutative rings I, Workshop on Representation Theory of Algebras 2008, Shizuoka University, September, 2008.

⑬ Ryo Takahashi, On modules in resolving subcategories over commutative rings, Mini-Symposium on Ring Theory in Connection with Representation Theory and Homological Algebra, Osaka Prefecture University, July, 2008.

⑭ 高橋 亮, Cohen-Macaulay 環の表現論の一般化に向けて, 名古屋大学特別セミナー, 2008 年 7 月.

⑮ Ryo Takahashi, Approximating modules by resolving subcategories, International Conference Towards Establishing a Cutting-Edge Platform for Commutative Ring Theory in the 21st Century, Port Opening Memorial Hall, Yokohama, Japan, March, 2008.

⑯ Ryo Takahashi, Contravariantly finite resolving subcategories of modules, CIMPA School and International Conference on Commutative Algebra, IIT-Bombay, Mumbai, India, January, 2008.

⑰ Ryo Takahashi, Local cohomology with respect to a pair of ideals, The Third Japan-Vietnam Joint Seminar on Commutative Algebra, Institute of Mathematics, Hanoi, Vietnam, December, 2007.

⑱ Ryo Takahashi, On contravariantly finite subcategories of finitely generated modules, The Fifth China-Japan-Korea International Symposium on Ring Theory, National Olympics Memorial Youth Center (NYC), Tokyo, Japan, September, 2007.

⑲ 高橋 亮, ゴレンシュタイン環上の加群圏の反変有限部分圏, 岡山大学数学コロキウム, 2007 年 6 月.

[その他]

ホームページアドレス

<http://math.shinshu-u.ac.jp/~takahasi/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

高橋 亮 (TAKAHASHI RYO)  
信州大学・理学部・准教授  
研究者番号: 40447719