

研究種目： 若手研究(B)
 研究期間： 2007 ~ 2010
 課題番号： 19740032
 研究課題名(和文) クライン群の変形空間への等角幾何的アプローチ

研究課題名(英文) Conformal geometry and deformation spaces of Kleinian groups

研究代表者

糸 健太郎 (KENTARO ITO)
 名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・准教授
 研究者番号：00324400

研究分野：数物系科学
 科研費の分科・細目：数学・幾何学
 キーワード：クライン群，双曲幾何

1. 研究計画の概要

本研究の目的はクライン群の変形空間の境界挙動を等角幾何的な手法により解明することである。ここでクライン群とは双曲空間の等長写像群の離散部分群であり，クライン群による双曲空間の商空間は双曲多様体となるので，クライン群の変形空間は双曲多様体の変形空間とも見なせる。この変形空間自体は双曲多様体の理想境界の等角構造の変形空間(すなわちタイヒミュラー空間)としてよく理解されているのであるが，その境界挙動は大変複雑であることが近年認識されてきている。その現象の根底に潜んでいる原理を解明することが本研究の目的である。とりわけ，Kerckhoff・Thurston によって見いだされた「Bers コンパクト化の基点の取り替えに関する不連続性」が最も奥深い魅力を秘めていると思われるので，その原理の解明を目指している。

クライン群の中で，最もシンプルかつ非自明な変形空間を持つものは1点穴あきトーラス群である。この場合，変形空間は複素2次元空間である。そこで，変形空間を研究する上で，最初に考察の対象となるのがこの空間である。私の最近の研究も主にこの穴あきトーラス群の変形空間(穴あきトーラス群空間)に関するものである。

2. 研究の進捗状況

穴あきトーラス群空間の境界が複雑であることを示す典型的な現象として，その空間の自己接触(self-bump)が挙げられる。本研究では，まず，2006年度に着想を得た結果の論文 *Covergence and divergence of Kleinian punctured torus groups* の執筆と改訂を行っ

た。この結果は「一点穴あきトーラス群の列の収束発散はその理想境界の挙動で完全に理解出来る」というものである。とりわけ変形空間の自己接触が，本質的には Anderson・Canary の手法によって構成される列によってのみ引き起こされることが分かる。

次に，穴あきトーラス群空間の複素1次元スライスとして知られる linear slice の振る舞いについて研究した。ここで linear slice とは一つの生成元のトレースを固定したときの切り口である。特に，トレースが2に対応する linear slice は Maskit slice と呼ばれる。ここではトレースを2に近づけたときに linear slice が Maskit slice にどのように近づくかを調べ，次のような結果を得た。

「linear slice が Maskit slice に幾何収束する必要十分条件はトレースが2に horocyclic に近づくことである。特に，トレースが2に tangential に近づくときは linear slice の幾何極限は Maskit slice の真部分集合となり，この集合は Maskit slice の平行移動による重ね合わせで得られる。」この結果の証明には drilling theorem と filling theorem を本質的に用いる。この結果は，穴あきトーラス群空間の境界が局所連結ではないという Bromberg の結果とも大いに関係がある。また，この結果は，穴あきトーラス群の変形法として知られている複素地震(complex earthquake)と，境界群の構成方法である Klein・Maskit の組み合わせ定理との間の繋がりを示したという意味で意義が大きい。このことは，複素 Fenchel・Nielsen 座標を用いることで，より自然に理解できることも明らかにした。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

最終目標である Kerckhoff・Thurston の現象は, 穴あきトーラス群空間では起きず, 2つの穴あきトーラス群に組み合わせ定理を適用することで起こる. しかし, そのことを理解する土台として, 1つの穴あきトーラス群への組み合わせ定理の適用に関する上述の (linear slice の) 結果を得たので, 現時点では順調に進んでいると言える.

4. 今後の研究の推進方策

穴あきトーラス群空間の linear slice に関する結果を論文にまとめると同時に, その周辺の理解を押し進めたい. その後, Kerckhoff・Thurston の現象の理解に向けて考察を進めていく予定である.

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

Kentaro Ito, Yoshiaki Araki, 'An extension of the Maskit slice for 4-dimensional Kleinian groups', Conform. Geom. Dyn. 12 (2008), 199-226. 査読有り

Kentaro Ito, 'On continuous extension of grafting maps', Trans. Amer. Math. Soc. 360 (2008), 3731—3749. 査読有り

Kentaro Ito, 'Exotic projective structures and quasi-Fuchsian space, II', Duke Math. J. 140 (2007), 85-109. 査読有り

[学会発表] (計4件)

糸健太郎, Linear slices close to a Maskit slice, 日本数学会 2010 年度年会函数論分科会, 2010 年 3 月 24 日, 慶応大学.

糸健太郎, Linear slices of Kleinian punctured torus space close to a Maskit

slice, 「リーマン面・不連続群」研究集会, 2010 年 1 月 9 日, 名古屋大学.

糸健太郎, 穴あきトーラス群の擬フックス群空間について, 日本数学会 2008 年度秋季総合分科会函数論分科会特別講演, 2008 年 9 月 24 日, 東京工業大学.

糸健太郎, Topology of quasifuchsian space of once-punctured torus, Workshop on infinite dimensional Teichmuller space and moduli space, 2007 年 11 月 21 日, 京都大学数理解析研究所.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

○取得状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

[その他]

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~itoken/index.html>