

機関番号：32525

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19740037

研究課題名 (和文) 有限群の分類空間の研究

研究課題名 (英文) Research on classifying spaces of finite groups

研究代表者

井上 雅照 (INOUE MASATERU)

千葉科学大学・危機管理学部・講師

研究者番号：60378544

研究成果の概要 (和文)：分類空間 $B(\mathbb{Z}/p)^n$ はいくつかの成分に安定分解する。一般の n で、その性質を調べるのは難しいが、その中でも比較的性質のよい Steinberg 成分 $M(n)$ の性質を研究した。具体的には Hurewicz 像の計算を行った。以前の研究により、0 か \mathbb{Z}/p (0 でない) のどちらかであることは分かっていた。また、その研究である程度の部分が 0 になることもわかっていて、さらに研究を進めほとんどが 0 になることを決定した。完全には決定できていないが、 $n=1$ の場合の結果から 0 になる部分はすべて決定したと予想している。

研究成果の概要 (英文)：The classifying space $B(\mathbb{Z}/p)^n$ splits stably. Though it is difficult to study a stable summand of $B(\mathbb{Z}/p)^n$ in general, I researched the Steinberg summand $M(n)$ which has various good properties. I calculated on the Hurewicz image of $M(n)$. We see that the Hurewicz image is equal to 0 or \mathbb{Z}/p in any dimension from the previous papers. The results in the papers imply that the Hurewicz image is equal to 0 in some dimensions. By this research, I determined that the Hurewicz image is equal to 0 in most dimensions. Though it is not determined completely, I expect that the indeterminate part is \mathbb{Z}/p from the result in the case $n=1$.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	700,000	0	700,000
2008 年度	600,000	180,000	780,000
2009 年度	600,000	180,000	780,000
2010 年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	2,500,000	540,000	3,040,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：トポロジー、ホモトピー論

1. 研究開始当初の背景

(1) 以前に、分類空間 $B(\mathbb{Z}/p)^n$ の Steinberg 成分 $M(n)$ の研究を行った。具体的には Steenrod 代数上の加群としての極小生成元の決定した。特にこれにより Hurewicz 像がある程度絞られる。 $M(n)$ は比較的よい性質があることが知られているので、引き続き $M(n)$ の研究を行っ

た。

(2) 形式群と一般 (コ) ホモロジーとの間には深い関連があることが知られている。以前の研究により、加法形式群の自己同型群と $\text{mod } p$ ホモロジーの余作用素 H_*H と関連付けることで、 H_*H の構造を新しい方法で決定した。他のコホモロジーでも同様に考えた。

2. 研究の目的

- (1) 最終的な目標は $M(n)$ の安定ホモトピー群の決定である。ただ、簡単な目標ではないので関連する $M(n)$ の性質を調べることが目標とした。まず以前の研究成果からある程度のことかわかるので、Hurewicz 像の完全決定を目指した。
- (2) 分類空間 BZ/p と加法形式群の自己同型群は $\text{mod } p$ 通常ホモロジーの安定ホモロジー余作用素 H_*H の構造に重要な役割を果たす。これにより今まで知られていた方法より簡潔な方法で H_*H の構造が得られる。それ以外のホモロジーの安定ホモロジー余作用素を、分類空間と形式群の自己同型群を使って決定することを目標とした。

3. 研究の方法

- (1) $M(n)$ の $\text{mod } p$ Hurewicz 写像の像を完全に決定することを目標とし研究を行った。Hurewicz 像が各次元で Z/p か 0 になることは、以前の研究からすぐに得られる。まず 0 になる部分の計算をした。Mod p Hurewicz 像は primitive な元 $PH_*(M(n))$ の中に含まれる。また Hurewicz 写像は Brown-Peterson ホモロジーを経由する。特に、その primitive な元で生成される部分集合 $PBP_*(M(n))$ を経由する。 $PH_*(M(n))$ と $PBP_*(M(n))$ の元の指数を比較することで、ある次元では 0 以外の元が Hurewicz 像になりえないことを示した。
- (2) 以前の研究により、 H_*H の Hopf 代数構造を加法形式群の自己同型群と関連付けて決定した。特に p が奇素数のときは 2 次加法形式群を使うことでうまく決定できた。 p が奇素数のとき、Morava K 理論の余作用素 $K(n)_*K(n)$ の構造はすでに柳田により知られているが、 H_*H と似た構造がある。まず、その部分を、形式群を使うことで代数的に記述した。またそれらは、分類空間 BZ/p と BS^1 を使うことで形式群と $K(n)_*K(n)$ を関連づけられる。

4. 研究成果

- (1) $M(n)$ の Hurewicz 像がほとんどの次元で 0 になることを示した。 $B(Z/p)^n$ 全体の Hurewicz 像に関しては南の結果がある。ただ、完全決定には程遠く非常に難しいと想定される。そのなかでも比較的良い性質を持つ $M(n)$ に制限することでほとんどすべての Hurewicz 像を決定できた。また最近の結果では、Arone, Lesh は $M(n)$ の bu での類似物を構成している。引き続き Hurewicz 像の研究を続け

るとともに、最新の研究との対比を行いながら研究を進める。

- (2) $K(n)_*K(n)$ と代数的に同型になるものを、形式群の自己同型群を使って構成した。また、それらは BZ/p と BS^1 を使って関連付けることができる。あとは、代数的に構成したものと $K(n)_*K(n)$ を直接関連付け、同型になることを示せば、簡潔な方法で $K(n)_*K(n)$ を決定できることになる。ただ H_*H と同じ方法は使えないので違う方法を模索する。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Masateru INOUE, On the Hurewicz image of the Steinberg summand $M(n)$, *Topology and its Applications*, 査読有, 157 巻, 2010, 2362–2372
- ② Masateru INOUE, Generators of the cohomology of $M(n)$ as a module over the odd primary Steenrod algebra, *Journal of the London Mathematical Society*, 査読有, 75 巻, 2007, 317–329

[学会発表] (計 3 件)

- ① 井上 雅照, Odd primary Steenrod algebra and 1- or 2-dimensional additive formal group laws, 空間の代数的・幾何的モデルとその周辺、2010 年 6 月 30 日、京都大学数理解析研究所
- ② 井上 雅照, Odd primary Steenrod algebra, additive formal group laws, and modular invariant, 日本数学会 2009 年度年会、2009 年 3 月 28 日、東京大学駒場キャンパス
- ③ 井上 雅照, The Steenrod algebra and the automorphism group of additive formal group law, 第 54 回トポロジーシンポジウム、2007 年 8 月 7 日、会津大学大講義室

[図書] (計 0 件)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

井上 雅照 (INOUE MASATERU)
千葉科学大学・危機管理学部・講師
研究者番号：60378544