

機関番号：22604

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007～2010

課題番号：19740040

研究課題名（和文）特異点をもつラグランジュ部分多様体のフレアー理論の研究

研究課題名（英文）Research on Floer theory of singular Lagrangian submanifolds

研究代表者

赤穂 まなぶ（AKAHO MANABU）

首都大学東京・理工学研究科・助教

研究者番号：30332935

研究成果の概要（和文）：本研究課題では、特異点をもつラグランジュ部分多様体のフレアー理論の研究を行った。とくに特異点をもつラグランジュ部分多様体として次の二つの場合を考察した。

一つはラグランジュはめ込み。もう一つは特異点の補集合を想定した凹型のエンドをもつ非コンパクトなシンプレクティック多様体におけるルジャンドルエンドをもつ非コンパクトなラグランジュ部分多様体である。

前者に関しては、オックスフォード大学の D. Joyce 教授との共同研究で、特異点が横断的二重点となる自己交叉をもつラグランジュはめ込みの A_∞ 代数の構成を行った。後者に関しては、バブルが起これないという仮定のもと、ルジャンドルエンドをもつ二つのラグランジュ部分多様体のフレアーホモロジーの構成を行った。さらにルジャンドルエンドをもつラグランジュ部分多様体の A_∞ 代数の構成方法を探るため、境界付き多様体のモースホモトピーの研究を行い、カップ積の構成に成功した。

研究成果の概要（英文）：In this grant, the research worker studied Floer theory for singular Lagrangian submanifolds. In particular, he considered the following two cases; first, immersed Lagrangian submanifolds, and secondly, Lagrangian submanifolds with Legendrian end in a symplectic manifold with concave end. For the first case, he obtained A_∞ algebras of immersed Lagrangian submanifolds with transverse double singularities, which is a joint work with D. Joyce. Secondly, he constructed Floer homology for two Lagrangian submanifolds with Legendrian end, under no bubble assumption. Moreover, he studied Morse homotopy for manifolds with boundary and obtain the definition of cup products, which tells us the direction towards A_∞ algebras of Lagrangian submanifolds with Legendrian end.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
19年度	500,000	150,000	650,000
20年度	900,000	270,000	1170,000
21年度	900,000	270,000	1170,000
22年度	900,000	270,000	1170,000
年度			
総計	3200,000	960,000	4160,000

研究分野：フレアー理論，シンプレクティック幾何学

科研費の分科・細目：幾何学・微分トポロジー

キーワード: シンプレクティック多様体, フレアーホモロジー, 擬正則曲線, ラグランジュ部分多様体

1. 研究開始当初の背景

フレアーにより導入されたフレアーホモロジーは, 滑らかなシンプレクティック多様体, 滑らかなラグランジュ部分多様体について構成されていた.

一方, リーマン面の基本群の表現空間は特異点をもつシンプレクティック多様体であり, これに関するアティヤ・フレアー予想や, 特異ラグランジュファイバー束に関するミラー対称性予想など, 特異点をもつシンプレクティック多様体やラグランジュ部分多様体が重要な役割を果たす場面も多く, それらの場合のフレアー理論の構築が待たれている. 本研究課題ではそれを踏まえ, 特異点をもつラグランジュ部分多様体のフレアー理論の研究を行った.

2. 研究の目的

本研究課題の目的は, 特異点をもつラグランジュ部分多様体のフレアー理論を明らかにすることである. とくにここでは特異点をもつラグランジュ部分多様体として次の二つの場合について考察した.

一つはラグランジュはめ込み. もう一つは, 特異点の補集合を想定した, 凹型のエンドをもつ非コンパクトなシンプレクティック多様体のなかのルジャンドルエンドをもつ非コンパクトなラグランジュ部分多様体である.

これら二つの場合についてフレアーホモロジーを構成し, さらに A^∞ 代数について考察するのが本研究課題の目的であった.

3. 研究の方法

日常的な研究および学会・セミナーでの講演・情報収集などを通じて研究を行った. また得られた研究成果は論文などにまとめ学術専門誌への投稿を行い, 必要があればインターネットを通じて広く公表した.

4. 研究成果

本研究課題で得られた研究成果は大きく分けて次の3つにまとめることができる.

(1) ラグランジュはめ込みの A^∞ 代数を構成した.

(オックスフォード大学の D. Joyce 教授との共同研究) これは特異点が横断的二重点となるラグランジュはめ込みを考えたとき, ラグランジュはめ込みの定義域を L とすると,

L の Q 係数コホモロジーと各特異点につき 2 つの生成元を対応させた Q 上のベクトル空間との直和の上に, A^∞ 関係式を満たす多重線形写像を構成し, その A^∞ 代数のホモトピー不変性を示した.

(2) 凹型のエンドをもつシンプレクティック多様体のルジャンドルエンドをもつ二つのラグランジュ部分多様体のフレアーホモロジーを構成した.

(ただし現時点ではバブルが起きないという仮定のもとでのみ構成を行った.) これは境界付き多様体のモースホモロジーをトイモデルとしている.

(3) 境界付き多様体のモースホモトピーについて考察を行った. とくにカップ積の定義を与え, それがライプニッツ則に従うことを示した.

これは凹型のエンドをもつシンプレクティック多様体のなかのルジャンドルエンドをもつラグランジュ部分多様体の A^∞ 代数の構成に向けての第一歩となる.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

① Manabu Akaho, Immersed Lagrangian Floer theory, *J. Differential Geometry*, Vol. 86, No. 3, (2011) 381-500 査読有り・掲載決定済み, arXiv: 0803.0717

② 赤穂まなぶ, ラグランジュ平均曲率流とシンプレクティック面積, 数理解析研究所 高究録 1668 部分多様体論とその周辺領域における新たな研究対象 (2009) 97-110 査読なし

③ Manabu Akaho, Quasi-isomorphisms of A_∞ -algebras and oriented planar trees, *Illinois Journal of Mathematics*, Vol 51, No.2, (2007) 325-338 査読有り

④ Manabu Akaho, Morse Homology and Manifolds with Boundary, *Communications in Contemporary Mathematics*, Vol. 9, No. 3, (2007) 301-338 査読有り

[学会発表] (計 20 件)

- ① 赤穂まなぶ, 境界付き多様体におけるモースホモロジーのカップ積について, 接触構造・特異点・微分方程式およびその周辺, 2011年1月23日, 京都市職員厚生会 職員会館かもがわ
- ② 赤穂まなぶ, 境界付き多様体のモースホモトピーI, II, 空間の代数的・幾何的モデルとその周辺, 2010年6月29日30日, 京都大学数理解析研究所
- ③ Manabu Akaho, Towards singular Lagrangian Floer theory, Symplectic Geometry, Noncommutative Geometry and Physics, 2010年5月11日, MSRI アメリカ・バークレイ
- ④ Manabu Akaho, Lagrangian Floer theory, Symplectic & Contact Winter School, 2010年2月24日25日, National Cheng Kung University 台湾・台南
- ⑤ 赤穂まなぶ, Introduction to pseudoholomorphic curves, Introduction to Lagrangian Floer homology, スペシャル・ラグランジュ部分多様体の幾何解析, 2010年5月15日17日, 東北大学
- ⑥ 赤穂まなぶ, ラグランジュ平均曲率流とシンプレクティック面積, 東京幾何セミナー, 2009年10月14日, 東京大学
- ⑦ 赤穂まなぶ, Lagrangian mean curvature flow and symplectic area, 部分多様体とリ一群作用, 2009年9月7日, 東京理科大学
- ⑧ 赤穂まなぶ, Lagrangian mean curvature flow and symplectic area, 部分多様体論とその周辺領域における新たな研究対象, 2009年6月23日, 京都大学数理解析研究所
- ⑨ 赤穂まなぶ, Lagrangian mean curvature flow and symplectic area, 幾何セミナー, 2009年5月26日, 東北大学
- ⑩ 赤穂まなぶ, Lagrangian mean curvature flow and symplectic area, 幾何学セミナー, 2009年4月17日, 首都大学東京
- ⑪ Manabu Akaho, Lagrangian mean curvature flow and symplectic area, 大阪市立大学数学研究所 - 台大数学科学研究中心 (国立台湾大学) 共催 微分幾何学・幾何解析ワークショップ, 2009年3月10日, 大阪市立大学
- ⑫ Manabu Akaho, Immersed Lagrangian Floer theory, Quantum algebra related to various

topological field theories in geometries, 2009年2月18日, 京都大学

⑬ Manabu Akaho, Immersed Lagrangian Floer theory, Fujisan 1-day Workshop in Geometry and Topology, 2008年12月27日, National Cheng Kung University 台湾・台南

⑭ Manabu Akaho, Immersed Lagrangian Floer theory, IPMU seminar, 2008年12月11日, IPMU

⑮ 赤穂まなぶ, Lagrangian mean curvature flow and symplectic area, 幾何学コロキウム, 2008年11月14日, 北海道大学

⑯ 赤穂まなぶ, ラグランジュはめ込みのフレアー理論, 第55回幾何学シンポジウム, 2008年8月24日, 弘前大学

⑰ 赤穂まなぶ, ラグランジュはめ込みのフレアー理論, 東京幾何セミナー, 2008年4月30日, 東京大学

⑱ Manabu Akaho, Towards Singular Lagrangian Floer Theory, シンプレクティック幾何セミナー, 2007年11月20日, 京都大学

⑲ Manabu Akaho, Floer homology for Lagrangian immersions, Towards Relative Symplectic Field Theory, 2007年9月28日, CUNY Graduate Center アメリカ・ニューヨーク

⑳ Manabu Akaho, Floer homology and concave ends, Topics in Symplectic Geometry, 2007年5月11日, Department of Mathematics at University Munich ドイツ・ミュンヘン

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況 (計◇件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

赤穂 まなぶ (AKAHO MANABU)
首都大学東京・理工学研究科・助教
研究者番号：30332935

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：