

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19740065

研究課題名 (和文) 集合値解析の手法を用いた均衡問題の研究

研究課題名 (英文) Equilibrium problem using the method of set-valued analysis

研究代表者

木村 泰紀 (KIMURA YASUNORI)

東京工業大学・大学院情報理工学研究所・助教

研究者番号：20313447

研究代表者の専門分野：非線形解析学・集合値解析学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：均衡問題、リゾルベント、Mosco 収束、変分不等式問題、極大単調作用素

1. 研究計画の概要

本研究では、数ある非線形問題の中でも均衡問題と変分不等式問題との関係に焦点を絞り、各問題に対する特徴づけ、両者が同値となるための条件等の周辺問題を包括的にあつかう。さらに、変分不等式問題に対する既存の結果の均衡問題への応用、実際に問題を解く際に必要な理論等についても研究対象とする。なお、本研究における最も重要な特色は、集合値解析の手法を用いたアプローチをおこなうという点にある。

具体的には以下の通りである。

- (1) 均衡問題および変分不等式問題に関する集合値解析の立場からの理論構築
- (2) 均衡問題と変分不等式問題との類似点の考察
- (3) 均衡問題と変分不等式問題との関係の解明
- (4) 解の近似定理等への応用と計算機シミュレーション方法の確立

2. 研究の進捗状況

本研究課題における研究成果に挙げられるものとして、第一に均衡問題および変分不等式問題に密接な関わりがある増大作用素の零点問題の近似解法に関連する結果が挙げられる。計算機シミュレーションのための実装方法を視野に入れた上での理論および実験のために必要な問題の考察として、計算誤差の評価に関する結果が得られた。この研究では、漸化式に現れる凸結合の係数列に対する条件の緩和を検討し、本研究課題に関連する一連の結果の中で、係数の無限和が発散するという条件をみたせば点列の弱収束性を保証できることが証明できた。また、これ

応用することにより、計算機シミュレーションへの実装に有効であることもわかった。

第二に、非拡大写像族に準ずる性質をもった写像族に対する共通不動点の近似列を生成する手法に関する一連の結果が挙げられる。本研究では、ヒルベルト空間上で定義された非拡大写像族に対する共通不動点近似の手法として提唱された収縮射影法を中心に考察し、空間や係数列、写像族に仮定されている様々な条件を緩和することに成功した。一連の結果では、本研究課題で取り扱う均衡問題およびそれに関連の深い変分不等式問題に対して定義されるリゾルベント写像等を一般化したものを取り扱っている。このことから、これらの結果は均衡問題を含む非線形問題の解法の進歩に一定の貢献をするものと考えられる。

いずれの結果においても、研究の手法として本研究課題の特徴である集合値解析の手法を用いることで近似点列の弱収束性および強収束性を証明しており、本研究課題の目指す形での研究成果を意図通りに得ることができたという点で、当初の計画に沿った進捗がなされたものと評価できる。

3. 現在までの達成度

現時点において、研究の達成度は②「おおむね順調に進展している」と評価できる。その理由は、上記の通り当初の計画にあった均衡問題と変分不等式問題に関する集合値解析の手法を用いた考察、とくにこれらの問題に共通して利用可能な各種の解近似定理に関する研究が予定通り進み、一定の進捗が見られたことにある。中でも、強収束定理とその周辺の研究においては、本研究課題で取り

扱うリゾルベント等の写像のみならず、さらに多くの非線形写像を含んだクラスに対して適用可能なものとなっており、より発展した成果が得られる可能性を示唆しているものであるといえる。

一方で、計算機シミュレーションに関する研究は、実際の計算機実験で用いるべきプログラムの実装が未だなされていないという意味において、残されている課題といえる。しかしながら、理論的な研究では常に計算機への実装が意識されており、弱収束点列に対しては計算誤差の評価に関する結果が、そして強収束点列に対しては射影等の計算困難な写像に対する具体的な解決法が提案されており、現時点である程度の準備が整ったといつてよい。来年度以降に継続しておこなわれる研究によって、具体的な成果が得られることが期待できる。

4. 今後の研究の推進方策

本研究課題は、平成 22 年度以降さらに研究対象を拡大し、研究体制等も再構成することにより、新たな研究課題「集合値解析の手法を用いた非線形解析学の研究」の一部として、研究を継続していくこととなる。新たな研究課題では計算機実験の実績がある研究分担者をおくことによって、本研究で残されている課題に対応することを予定している。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

(1) Y. Kimura, Further improvement of a coefficient condition for a weakly convergent iterative scheme, *Nonlinear Analysis Series A: Theory, Methods & Applications*, 71, e2023-e2027, 2009, 査読有.

(2) Y. Kimura and W. Takahashi, On a hybrid method for a family of relatively nonexpansive mappings in a Banach space, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 357, 356-363, 2009, 査読有.

(3) K. Aoyama, Y. Kimura, and W. Takahashi, Maximal monotone operators and maximal monotone functions for equilibrium problems, *Journal of Convex Analysis*, 15, 395-409, 2008, 査読有.

[学会発表] (計 11 件)

(1) Y. Kimura, Shrinking projection methods for families of nonlinear mappings,

2009 Workshop on Nonlinear Analysis and Optimization, November 26, 2009, National Taiwan Normal University, Taipei, Taiwan.

(2) Y. Kimura, Coefficient conditions for a weakly convergent iterative scheme, International Symposium on Nonlinear Analysis and Optimization 2009 (ISNAO2009), February 10, 2009, Pukyong National University, Busan, Korea.

(3) Y. Kimura, Weak convergence of an iterative scheme with a weaker coefficient condition, International Conference on Modeling, Computation and Optimization (ICMCO-08), January 10, 2008, Indian Statistical Institute, Delhi, India.