

平成 23 年 4 月 28 日現在

研究種目：若手研究 (B)
 研究期間：2007 ～ 2010
 課題番号：19740066
 研究課題名 (和文) 非線形常微分方程式の振動性・非振動性の精緻な解析を目指して
 研究課題名 (英文) Toward detailed analysis for oscillation and non-oscillation of nonlinear ordinary differential equations
 研究代表者
 谷川 智幸 (TANIGAWA TOMOYUKI)
 熊本大学・教育学部・准教授
 研究者番号：10332008

研究成果の概要 (和文) : 本研究課題の目的は、非線形 Sturm-Liouville 微分作用素が主要部である非線形(常・関数)微分方程式の解の振動性及び無限遠における漸近挙動の精密な解析を行い、それを拠り所にして解の全体構造を解明することである。具体的には、偶数階の非線形常微分方程式の正值解の漸近挙動と全ての解が振動である条件を確立することである。また、1930 年にセルビアの J. Karamata が創始した正則変動関数の枠組みで Thomas-Fermi 型の微分方程式の非振動解の漸近挙動を解析し、解の全体構造を把握した。

研究成果の概要 (英文) : The purpose of this research subject is devoted to the investigation of the oscillatory and nonoscillatory behavior of several forms of the nonlinear ordinary differential equations. Our main results obtained are as follows.

(1) We have established oscillation and nonoscillation criteria for a class of the even order quasilinear functional differential equation. Moreover, we have studied the oscillatory and nonoscillatory behavior of solutions of the above mentioned equation. (2) We have given sufficient conditions under which the second order nonlinear non-homogeneous differential equation possesses two positive solutions by means of the principal and the non-principal solutions of the second order nonlinear homogeneous differential equation. (3) We concerned with the oscillatory and nonoscillatory behavior of solutions for a class of the even order nonlinear Sturm-Liouville differential equations. (4) Oscillation criteria are obtained for solutions of forced and unforced second order neutral differential equations with positive and negative coefficients. (6) With regard to half-linear retarded functional differential equations, we have obtained a necessary and sufficient conditions that ensures the existence of a slowly varying solution and a regularly varying solution of index 1 at the same time. (7) We have focused on the regularly varying solutions of generalized Thomas-Fermi differential equations, and that provide criteria for the existence of a decreasing slowly varying solution and an increasing regularly varying solution of index 1. (8) We have established some necessary and sufficient conditions on the some coefficient function for the existence of a pair of solutions which are regularly varying indices different from 0 and 1, for a class of the delayed half-linear differential equation.

交付決定額

(金額単位:円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	900,000	0	900,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
総計	3,200,000	690,000	3,890,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数方程式, 振動理論

1. 研究開始当初の背景

2階の線形及び非線形 Sturm-Liouville 型の常微分方程式に対しては、すでに多くの結果が得られているが、解の全体構造、すなわち非振動解の漸近挙動に関しては、完全に把握されているとは言えない状況であった。また、高階の非線形版に対しても同様であった。

2. 研究の目的

この研究の目的は、「研究開始当初の背景」の欄で記したようなことを念頭において、非線形 2 階及び高階 Sturm-Liouville 型常微分方程式の解の振動性及び解の漸近挙動の精密な解析を行い、それを拠り所として解の全体構造を解明することである。

3. 研究の方法

- (1) 先行研究を総括するために、国内外の大学に赴き文献の収集やインターネット (Math. Sci. Net. etc) を駆使した。
- (2) 研究経過を定期的に振動理論の世界的権威である草野尚教授 (広島大学名誉教授) に報告して批判と助言を求めた。また、同方面で活躍している国内外の微分方程式の専門家と直接に面会して、討論、意見交換、情報交換を行い研究連絡活動を積極的に実施した。
- (3) 得られた研究成果を微分方程式関連の国内外の研究集会において発表し周囲の意見を拝聴することを心掛けた。

4. 研究成果

この研究の目的は、2階及び高階の非線形 Sturm-Liouville 型の常微分方程式の解の全体構造を詳細に把握することであった。この研究によって得られた新しい結果、新しい情報は主に次のようなものである。

- (1) 線形 Sturm-Liouville 微分作用素をもつ非振動型 2 階線形微分方程式に、ある摂動項を加えることによって振動型微分方程式に変換することを行っている。具体的には、非振動型微分方程式の解の無限遠における漸近挙動を精密に調べ、そ

の非振動解の存在性を吟味し、得られた結果をもとに、非振動解が存在しないある積分発散条件 (摂動項にある係数関数を含む積分) を課すことで振動型微分方程式に変換することを行っている。

(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ③)

- (2) 遅れの変数を含む一般化された Thomas-Fermi 型非線形微分方程式の非振動解を正則変動関数論の範囲で考察し、緩変動関数解と 1 次の正則変動関数解以外の正則変動関数解の存在を論じ、それらの解が存在するための必要十分条件を求めている。

(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ④)

- (3) 一般化された Thomas-Fermi 型非線形微分方程式を Super-half-linear と Sub-half-linear に大別して非振動解の存在と無限遠における漸近挙動を考察している。具体的には、Thomas-Fermi 型微分方程式には、Emden-Fowler 型微分方程式とは異なり減少する解と増加する解が存在する。減少解に対しては、緩変動関数族の枠組みで、増加解に対しては、1 次の正則変動関数族の枠組みで考察し共にそれらの解が存在するための必要十分条件を求めている。

(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ⑤)

- (4) 2階の遅れ型非線形関数微分方程式の非振動解の構造を正則変動関数の範疇で考察し詳しい漸近挙動を導いた。具体的には、遅れの変数の無い非線形微分方程式の非振動解の存在に対する結果を活用し、不動点定理を用い緩変動関数解と 1 次の正則変動関数解が存在するための必要十分条件を求めている。

(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕

の欄 ⑥)

- (5) 正値と負値の係数関数を持つ非線形中立型微分方程式に対して、有界な振動解だけではなく非有界な振動解が存在するための条件を求めている。さらに、すべての解が振動するための条件も得ている。(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ⑦)
- (6) 非線形 Sturm-Liouville 微分作用素を含むある偶数階非線形微分方程式の振動性について吟味している。非振動解の漸近挙動に強い影響を与える微分作用素の内の係数関数に積分の発散条件を課し、非振動解の導関数を表す Kiguradze の補題を拡張し、すべての解が振動であるための必要十分条件及び非振動解（正値解）の漸近解析を行っている。(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ⑧)
- (7) ハンガリーの Elbert とドイツの Schneider は線形摂動項をもつ Euler 半分線形微分方程式に関して、すべての解が振動、あるいは非振動するための十分条件を導いている。本論文では、まず Elbert と Schneider の既知の結果に対して別証明を与え、次に線形摂動項を持つ Euler 半分線形微分方程式と非線形摂動項を持つ Euler 半分線形微分方程式の振動性を比較し、一方の方程式が振動ならば、もう一方の方程式が振動であるという比較原理を確立している。(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ⑨)
- (8) ある2階線形斉次 Sturm-Liouville 微分方程式が無遠において非振動で、かつある解の基本系 (Principal solution and non-principal solution) を持つと仮定する。そのとき、上記の方程式に摂動項を加えた2階非線形非斉次 Sturm-Liouville 微分方程式がその解の基本系に漸近するような非振動解を持つための十分条件を Schauder-Tychonoff の不動点定理を活用して求めている。(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ⑩)
- (9) ある偶数階準線形関数微分方程式の非振動解（正値解）の漸近的性質を精細に分

析し、正値解全体の集合の部分集合に含まれている最大解と最小解、さらに中間オーダー解の存在の特徴付けを試みている。最大解と最小解に関しては、存在するための必要十分条件を、中間オーダー解に対しては、存在するための十分条件を得ている。この正値解の存在条件とずれの変数を持たない偶数階準線形常微分方程式の振動性とを対比させて、比較原理を導き、関数微分方程式の振動条件を求めている。

(以下の「主な発表論文等」〔雑誌論文〕の欄 ⑪)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 11 件)

- (1) T. Kusano, J. Manojlovic and T. Tanigawa, Sharp oscillation criteria for a class of fourth order nonlinear differential equations, Rocky Mountain Journal of Mathematics (to appear) (査読有)
- (2) J. Manojlovic and T. Tanigawa, Regularly varying solutions of half-linear differential equations with retarded and advanced arguments, Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems (to appear) (査読有)
- (3) A. Shibuya and T. Tanigawa, Effect of nonlinear perturbations on second order linear nonoscillatory differential equations, Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, 34 (2010), 16 pp. (査読有)
- (4) T. Kusano, J. Manojlovic and T. Tanigawa, Existence of regularly varying solutions with nonzero indices of half-linear differential equations, Computers and Mathematics with Applications, 59 (2010), 411--425. (査読有)
- (5) V. Maric, T. Kusano and T. Tanigawa, Regularly varying solutions of generalized Thomas-Fermi equations, Bulletin Classe des Scie

- nces Mathématiques et Naturelles
Sciences Mathématiques, Academie
Serbe des Sciences et Arts 34 (2009),
43--73. (査読有)
- (6) Tomoyuki Tanigawa, Regularly
varying solutions of half-linear
functional differential equations
with retarded arguments,
Acta Mathematica Hungarica,
120 (2008), 53--78. (査読有)
- (7) J. Manojlovic, Y. Shoukaku,
T. Tanigawa and N. Yoshida,
Oscillatory behavior of second order
neutral differential equations with
positive and negative coefficients,
Applications and Applied
Mathematics, Technical University of
Sofia, 3 (2008), 1--17. (査読有)
- (8) Tomoyuki Tanigawa, Oscillation
theorems for differential equations
involving even order nonlinear
Sturm-Liouville operator,
Georgian Mathematical Journal,
14 (2007), 737--768. (査読有)
- (9) T. Kusano, J. Manojlovic and
T. Tanigawa, Comparison theorems
for perturbed half-linear Euler
differential equations,
International Journal of Applied
Mathematics and Statistic,
9 (2007), 77--94. (査読有)
- (10) T. Kusano, V. Maric and T. Tanigawa,
The asymptotic behavior of solutions
of a class of nonlinear second-order
differential equations, Bulletin of
the London Mathematical Society, 39
(2007), 413--418. (査読有)
- (11) J. Manojlovic and T. Tanigawa,
Oscillation and nonoscillation
theorems for a class of even-order
quasilinear functional differential
equations, Journal of Inequalities
and Applications, (2007), ID 42120,
22 pp. (査読有)
- [学会発表] (計 7 件)
- (1) 谷川智幸, 一般化された Thomas-Fermi
微分方程式の解の漸近挙動について,
振動理論ワークショップ -- 徳島
(徳島大学), 2011 年 2 月 5 日~6 日.
- (2) Tomoyuki TANIGAWA, On Nonlinear
perturbations of second order linear
nonoscillatory differential equations,
The 8th AIMS Conference on
Dynamical Systems, Differential
Equations and Applications, Dresden,
Germany, (Dresden University of
Technology), May 25--28, 2010.
- (3) 谷川智幸, 進みと遅れの変数をも 2 階
半分線形微分方程式の Karamata 関数解
について, 振動理論ワークショップ --
岡山 (岡山理科大学),
2010 年 2 月 10 日 ~ 11 日.
- (4) 谷川智幸, 一般化された Thomas-Fermi
型微分方程式の正則変動関数解について,
広島大学における微分方程式セミナー
(広島大学),
2009 年 8 月 31 日 ~ 9 月 1 日.
- (5) Tomoyuki TANIGAWA, Regular variation
for functional differential equations,
World Congress of Nonlinear Analysts,
Florida, U. S. A., (Hyatt Grand Cypress
Resort), July 2 -- 9, 2008.
- (6) 谷川智幸, 2 階半分線形関数微分方程式
の正則変動関数解の存在について, 振動
理論ワークショップ -- 福岡 (福岡大
学), 2008 年, 2 月 10 日 ~ 11 日.
- (7) 谷川智幸, 遅れ型半分線形微分方程式の
正則変動関数解について, 日本数学会秋
季総合分科会 (東北大学) 2007 年
9 月 21 日 ~ 24 日.
6. 研究組織
- (1) 研究代表者
谷川 智幸 (TANIGAWA TOMOYUKI)
熊本大学・教育学部・准教授
研究者番号: 10332008