

機関番号：32683

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19740120

研究課題名 (和文) 超対称理論における非摂動効果の局所化の方法を用いた研究

研究課題名 (英文) Studies of non-perturbative effects in supersymmetric theories by the localization method

研究代表者

太田和俊 (OHTA KAZUTOSHI)

明治学院大学・法学部・専任講師

研究者番号：80442937

研究成果の概要 (和文)：

本研究ではゲージ理論、特に超対称性を持った超対称ゲージ理論の諸問題に関して、摂動的または非摂動的な方法、および超弦理論の結果を活用して解明を進めた。研究期間内で行った主な研究項目は以下の6項目である。

- (1) 3次元 Chern-Simons 理論や2次元 BF 理論の行列正則化と局所化に関する研究
- (2) 超対称ゲージ理論におけるソリトン解とトロピカル幾何学
- (3) 超対称性の自発的破れの超弦理論におけるブレインを用いた理解
- (4) 超対称ゲージ理論における双対性カスケードのくりこみ群の流れを用いた解析
- (5) ドメインウォール上にゲージ場が局在化する新しい機構の解明
- (6) 局所化の方法を用いた BPS ヴォーテクスのモジュライ空間の体積の厳密な評価

研究成果の概要 (英文)：

I have studied various problems in gauge theory, which especially possesses the supersymmetry, by using perturbative/non-perturbative methods and superstring theory. I have investigated mainly the following 6 themes in the period of my research project:

- (1) Matrix regularization of 3 dimensional Chern-Simons theory and 2 dimensional BF theory and Localization
- (2) Solitons in supersymmetric gauge theory and tropical geometry
- (3) Understanding of spontaneous supersymmetry breaking via brane configurations in superstring theory
- (4) Analysis of duality cascades in supersymmetric gauge theories by the renormalization group flow
- (5) Novel mechanism of the gauge field localization on the domain-walls
- (6) Evaluation of the volume of the moduli space of BPS vortices by the localization method

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,000,000	0	1,000,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	700,000	210,000	910,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,200,000	660,000	3,860,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学（素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理）

キーワード：素粒子論、数理物理、超対称理論、非摂動効果、局所化の方法、行列模型、低次元ゲージ理論、ソリトン

1. 研究開始当初の背景

場の理論及び弦理論に関して従来の摂動論的な計算方法によらない新しい非摂動論的な計算方法を確立する事は早急に必要かつ有意義な研究テーマであるが、研究開始当初の時点で、理論全体に対して有効な方法はまだ見いだされていなかったと言うのが現状であった。ところが、当時、場の理論の中でも超対称ゲージ理論、弦理論の中でも位相的弦理論と呼ばれる特別なクラスの理論に対しては、非摂動効果を含めた分配関数や物理的観測量が厳密に計算できる事が示され国内外ともに盛んに研究される様になってきていた。

それらの非摂動論的な計算においても最も重要だったのは「局所化の方法」と呼ばれる計算手法の一言に尽きる。局所化の方法とは理論の分配関数や期待値の計算において理論の持つ位相的な性質や超対称性等を活用し、励起状態からの寄与をうまく相殺させてゼロモードからの寄与のみをうまく抜き出す計算手法の事である。その結果、弱結合近似(WKB 近似)などによって厳密な結果を得ることができる。

この計算方法を用いて、超対称ゲージ理論におけるインスタントンからの寄与や位相的弦理論における振幅が厳密に計算された。具体的にはインスタントンのモジュライ空間の体積及び双対な描像における BPS 状態の状態数をきちんと正則化した状態で正確に局所化の方法を用いて計算したという事であった。

このように有用性が明らかになりつつあった「局所化の方法」を積極的に研究の手法に取り入れ、活用したいという考えがこの研究の背景である。

2. 研究の目的

本研究ではこの局所化の方法と言う計算手法を中心に据え、超対称ゲージ理論、超弦理論における非摂動効果の諸問題に対して応用し、様々な角度から理解を深めていく事を目的とした。具体的には次にあげる4項目の問題に関して局所化の方法を適用し解析を行うことが当初の目的であった。

- (1) インスタントン、モノポール、ヴォーテックス、ドメインウォールのモジュライ空間の体積を局所化の方法を用いて計

算し、モジュライ空間の体積とソリトンの熱力学及び正則な物理量に対するソリトンの非摂動論的な寄与との関連を調べる。

- (2) 超対称ゲージ理論を格子ゲージ理論として構成し、その分配関数や物理量を局所化の方法を用いて計算する。また、その結果から超対称格子ゲージ理論における非摂動効果の理解を深める。
- (3) ブレイン上のゲージ理論、特にクイバークゲージ理論と呼ばれる超対称ゲージ理論に対してその BPS 状態の数を局所化の方法を用いて数え上げ、その理論における非摂動的効果について調べる。超対称ゲージ理論を 0 次元もしくは 1 次元まで簡約化する事によって得られる行列模型に関してその分配関数とある種の物理量を局所化の方法を用いて計算し、ラージ N 極限において超弦理論としての性質を持つか調べる。特にどのような固有値分布がどのような弦の背景時空の幾何に関係しているのかを明らかにする。
- (4) 超対称ゲージ理論を 0 次元もしくは 1 次元まで簡約化する事によって得られる行列模型に関してその分配関数とある種の物理量を局所化の方法を用いて計算し、ラージ N 極限において超弦理論としての性質を持つか調べる。特にどのような固有値分布がどのような弦の背景時空の幾何に関係しているのかを明らかにする。

3. 研究の方法

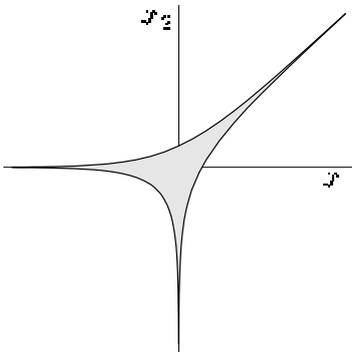
研究の方法としては研究の背景や目的の所で述べた「局所化の方法」を中心に行った。しかしながら、超対称ゲージ理論や超弦理論における諸問題を解決するためには、局所化の方法だけでは不十分で、それ以外に超弦理論におけるブレイン配位の技術を用いた解析やくりこみ群の流れを用いた研究も行った。また、トロピカル幾何学のように数学で導入された新しい概念も積極的に超対称ゲージ理論におけるソリトンに関する問題の解明に取り入れ、数学と物理学を融合する手

法も用いた。

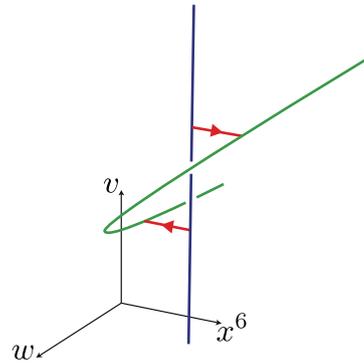
4. 研究成果

研究成果の概要の所で述べた研究成果の主な6項目に対して、それぞれ具体的な成果は以下の通りである。

- (1) 低次元ゲージ理論の行列正則化に関する研究を行った。低次元ゲージ理論を次元簡約化する事によって得られた行列模型に対して、その性質とラージ N 極限に関する議論を行い、その理論の分配関数の計算では局所化の方法が重要である事を見だし、行列模型の分配関数を厳密に計算する事に成功した。その結果、ラージ N 極限で元の連続的な低次元ゲージ理論がどのように再現されるか、分配関数のレベルで正確に理解する事が出来た。
- (2) 超対称ゲージ理論におけるソリトン解とトロピカル幾何やアメーバと呼ばれる数学概念との結びつきに関する研究を行った。ソリトンの電荷分布等の物理的な量が数学的な量と密接に関係している事を見いだした。



- (3) 超対称性の自発的な破れをゲージ理論における双対性の立場から研究を行った。M 理論におけるブレーンの配置を活用し、ゲージ理論の双対性によってどのように超対称性が幾何学的に良く理解できる事を示した。



- (4) ゲージ理論の双対性がカスケード的に繰り返し行われる模型で、超対称性を破る質量項や結合定数が繰り返し込み群の流れでどのように変化していくかについて詳細な研究を行った。
- (5) 余次元空間方向に対して座標依存性を持つゲージ結合定数を用いて、ドメインウォール上にはゲージ理論が局在化し、より次元の低い空間にゲージ理論が現れるかについて研究を行った。この研究で明らかになった機構を用いると、弱結合領域での低エネルギー有効理論として質量を持たないベクトル場と質量ギャップが現れる事を示した。さらに、そのベクトル場はクーロン則に従うことがわかり、このことから、ドメインウォール上にはゲージ理論が局在化していると結論された。
- (6) 超対称ゲージ理論における BPS 条件から導出されるヴォーテックスの BPS 方程式に対して、その解の空間であるモジュライ空間の「体積」を局所化の方法を用いて計算を行った。ヴォーテックスのモジュライ空間の体積はアーベル的ゲージ理論に対しては具体的な計量を用いた計算の例が知られているが、本年度の研究で行った局所化の方法を用いると、非アーベル的ゲージ理論や物質場が多数存在する場合においても用意にヴォーテックスのモジュライ空間の体積が計算可能である事を示した。
さらに局所化の方法を用いると、ヴォーテックスが存在するリーマン面の種数や面積に依存した関数としてモジュライ空間の体積を導出することができ、単純な体積という情報以上にモジュライ空間のトポロジーに関しても議論が可能である事を見いだした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① T. Ishii, G. Ishiki, K. Ohta, S. Shimasaki, A. Tsuchiya、On relationships among Chern-Simons theory, BF theory and matrix model、Prog. Theor. Phys. 119(2008)863-882、査読有
- ② T. Fujimori, M. Nitta, K. Ohta, N. Sakai, M. Yamazaki、Intersecting Solitons, Amoeba and Tropical Geometry、Phys. Rev. D78(2008)105004、査読有
- ③ K. Ohta, T-S. Tai、Extended MQCD and SUSY/non-SUSY duality、JHEP0809(2008)033、査読有
- ④ H. Abe, T. Higaki, T. Kobayashi, K. Ohta, Y. Omura, H. Terao、Duality cascade of softly broken supersymmetric theories、Phys. Rev. D79(2008)045003、査読有
- ⑤ G. Ishiki, K. Ohta, S. Shimasaki, A. Tsuchiya、Two-Dimensional Gauge Theory and Matrix Model、Phys. Lett. B672(2008)289-293、査読有
- ⑥ K. Ohta and N. Sakai、Non-Abelian Gauge Field Localized on Walls with Four-Dimensional World Volume、Prog. Theor. Phys. 124:71-93, 2010、査読有

[学会発表] (計 6 件)

- ① 太田和俊、Counting BPS solitons and applications、15th International Conference on Supersymmetry and the Unification of Fundamental Interactions (SUSY07)、2007年7月31日、カールスルーエ(ドイツ)
- ② 瀧見知久、位相的場の理論の格子正則化、日本物理学会第62回年次大会、2007年9月21日、北海道大学
- ③ 伊敷吾郎、Chern-Simons 理論と 2次元 BF 理論の関係と位相的弦理論、日本物理学会第62回年次大会、2007年9月24日、北海道大学
- ④ 伊敷吾郎、Chern-Simons 理論と 2次元 BF 理論の行列模型による記述について、日本物理学会第63回年次大会、2008

年3月24日、近畿大学

- ⑤ 太田和俊、超対称ゲージ理論とトロピカル幾何、日本物理学会2008年秋季大会、2008年9月23日、山形大学
- ⑥ 島崎信二、 $N=1$ *行列模型による2次元 BF 理論と3次元 Chern-Simons 理論の記述について、日本物理学会2008年秋季大会、2008年9月23日、山形大学

[その他]

- ① A. Miyake, K. Ohta and N. Sakai、Volume of Moduli Space of Vortex Equations and Localization、arXiv:1105.2087 [hep-th]、雑誌投稿中

6. 研究組織

(1) 研究代表者

太田和俊 (OHTA KAZUTOSHI)
明治学院大学・法学部・専任講師
研究者番号：80442937