

平成21年 5 月 8 日現在

研究種目：若手研究 (B)
 研究期間：2007～2008
 課題番号：19760245
 研究課題名 (和文) 状態方程式上の周波数変換を用いた高精度アナログ・デジタルフィルタの実現理論
 研究課題名 (英文) Realization Theory of High-Accuracy Analog and Digital Filters Using State-Space-Based Frequency Transformations
 研究代表者
 越田 俊介 (KOSHITA SHUNSUKE)
 東北大学・大学院工学研究科・助教
 研究者番号：70431533

研究成果の概要：

本研究では、線形システムの状態方程式上の周波数変換を用いて、精度の高い構造をもつアナログ・デジタルフィルタを容易に設計・実現するための統一的手法を確立した。この手法は、ある1つの与えられたフィルタを別の特性のフィルタに変換するものであるが、変換前のフィルタが精度の高い有益な構造をもつとき、その構造を保持したまま特性を自由に変更することが可能であるという点で非常に有効である。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	700,000	0	700,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,400,000	210,000	1,610,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学，通信・ネットワーク工学

キーワード：線形システム理論，情報通信工学，制御工学，フィルタ，状態方程式，周波数変換

1. 研究開始当初の背景

アナログフィルタおよびデジタルフィルタは、工学の幅広い分野において必須となっている重要な技術である。これらのフィルタを簡易的に設計する手法として、周波数変換とよばれる手法がよく知られている。これは、数学的な手法によってあらかじめ求められたフィルタ（プロトタイプフィルタ）の伝達関数の式に変数変換を適用して、プロトタイプフィルタとは別の特性を有する新しいフィルタの伝達関数を生成する手法である。この手法は、アナログフィルタでは回路素子

の置換によって、またデジタルフィルタでは係数データの変更によって容易に実装できるため、帯域通過型アナログフィルタの設計や可変デジタルフィルタの実現などに対し非常に有効であることが知られている。

しかしながら、この周波数変換の理論はフィルタの伝達関数表現に基づいて記述されているため、フィルタの「内部構造」に関する問題は一切考慮されていない。したがって、プロトタイプフィルタが精度の高い構造を有していたとしても、その構造を周波数変換後のフィルタに引き継がせることは、従来の

理論では非常に困難である。このような理由から、プロトタイプフィルタが有する構造を保持したまま特性を変更することが可能となるような新しい周波数変換の手法を確立することが必要とされる。

2. 研究の目的

上述の通り、従来の周波数変換の理論では、精度の高い構造を有するフィルタを簡易的に実現することは困難である。そこで本研究課題では、周波数変換の理論に「内部構造」の問題を含ませて、「精度の高い構造を保持したまま、フィルタの特性を変化させる」ことを可能とする新しいフィルタ実現理論の確立を目指す。

フィルタの内部構造の問題を理論的に取り扱うために、本研究では、システムの状態方程式に基づくアプローチを用いる。よく知られている通り、状態方程式はシステムの入出力だけでなく内部状態をも記述する手法であり、状態方程式を用いて精度の高いアナログ・デジタルフィルタ構造を統一的に合成する手法がこれまでに数多く発表されている。本研究では、この状態方程式と前述の周波数変換の理論を組み合わせることにより、フィルタの内部構造の問題を含んだ新しい周波数変換の実現法を導出する。そして、この実現法を用いて、精度の高い構造を有するアナログ・デジタルフィルタの簡易的な設計・合成理論を確立する。

3. 研究の方法

本研究の目的を達成するために、本研究代表者がこれまでの研究において提案している「グラミアン保存周波数変換」を用いる。グラミアン保存周波数変換とは、状態方程式上で記述される周波数変換の一つであり、線形システムの周波数特性だけでなく内部状態の挙動をも制御することが可能であるという特長をもつ。本研究課題では、このグラミアン保存周波数変換をフィルタ設計および実現理論に応用することによって研究を進める。

本研究課題を遂行するにあたり、まず、フィルタの精度を測る理論的指標として用いられる量が周波数変換とどのような関係にあるかを解明する。次に、解明された性質を応用して、高精度アナログ・デジタルフィルタを簡易的に設計および実現するための新しい理論を確立する。具体的な研究内容は下記の通りである。

(1) フィルタの精度と周波数変換との関係の解明について

- ① アナログフィルタの精度の尺度として知られている素子感度・ダイナミックレンジ・エネルギー蓄積容量の大きさが、周波数変換とどのよう

な関係にあるかを解明する。

- ② デジタルフィルタの性能評価の尺度として知られているL2係数感度およびリミットサイクルと、周波数変換との関係を解明する。なお、これらの要素に関する理論では非線形問題を扱う必要があるため、数学的な解析が困難であると予想される。このため、理論的な解析が難しい場合には、数値計算による実験を行い、その結果のデータを用いてこれらの要素と周波数変換との関係を類推する。
- ③ 従来の周波数変換の理論では、変換に用いる関数は無損失関数に通常限定される。これに対し本研究課題では、変換関数が損失性を有する一般的な場合を対象として、前述の①および②と同様の解析を行う。
- ④ 上述の項目①の課題に関連して、フィルタの精度を測る指標が、位相特性とどのような関係にあるかを明らかにする。

(2) 高精度アナログ・デジタルフィルタの簡易的設計・実現法について

- ① アナログフィルタにおいて知られている周波数変換の記述法を改良して、精度の高いフィルタ構造を保持したまま周波数特性を変更することを可能とする周波数変換の記述法を導出する。また、得られた記述法を回路上で実装するための統一的手法を確立する。
- ② 上記の項目①と同様の研究をデジタルフィルタに対して行う。すなわち、精度の高いデジタルフィルタの構造を保持したまま周波数特性を変更することを可能とする周波数変換の記述法を導出し、その手法を実装するための統一的なアルゴリズムを導出する。
- ③ 上記の項目①および②で得られた成果を用いて、高精度アナログ・デジタルフィルタの簡易設計および実装を行う。また、得られたフィルタの精度について、ダイナミックレンジ・係数感度・リミットサイクルの観点から評価を行う。

上に述べた研究の遂行において必要とされるシステム解析および数値計算を行うため、信号処理・回路解析用ソフトウェアを利用する。

4. 研究成果

本研究課題の成果は下記の通りである。

(1) フィルタの精度と周波数変換との関係の
解明についての成果

- ① アナログフィルタの素子感度・ダイナミックレンジ・エネルギー蓄積容量の最適な値は、「2次モード」とよばれる量によって数学的に記述される。本研究では、この2次モードが、アナログフィルタの周波数変換に対して不変であるという性質を解明し、その数学的な証明を与えた。この成果により、素子感度・ダイナミックレンジ・エネルギー蓄積容量の観点から最適な構造を有するアナログフィルタの精度は、フィルタ特性に依存せず一定であるという性質が明らかになった。
- ② デジタルフィルタの性能評価において重要なL2係数感度と周波数変換との関係について解明した。L2係数感度の最小値は、前述の2次モードとは異なり従来の周波数変換に対しては不変とはならないが、「特定のクラスのデジタルフィルタを対象とし、かつ本研究代表者が提案するグラミアン保存周波数変換を用いた場合には、L2係数感度の最小値は2次モードと同様に周波数変換の前後で不変となる」という性質を明らかにし、その理論的な証明を与えた。
- ③ 上記のL2係数感度に対する解析と同様にして、デジタルフィルタのリミットサイクルと周波数変換との関係について明らかにした。デジタルフィルタを実装する場合には、リミットサイクルを発生しない構造を合成することが望ましいが、この構造は、従来の周波数変換を適用すると失われてしまう。これに対し、「本研究代表者が提案するグラミアン保存周波数変換を用いた場合には、リミットサイクルを発生しない構造が変換の前後で保存される」という性質を明らかにし、その理論的な証明を与えた。なお、この性質はL2係数感度の場合とは異なり、任意のデジタルフィルタに対して成立する。
- ④ アナログフィルタおよびデジタルフィルタにおいて、周波数変換だけでなく損失性を有する一般的な変換を用いた場合の2次モードの挙動を解析した。その結果、一般的な変換を用いた場合は、2次モードの値は減少するという性質を明らかにし、その理論的な証明を与えた。
- ⑤ 線形システムの周波数変換に対す

る2次モードの性質に関連して、2次モードの値がシステムの位相特性とどのような関係にあるかを解析した。その結果、システムの振幅特性が同一であり位相特性のみが異なるシステムの集合においては、最小位相特性をもつシステムが最も小さい値の2次モードを有するという性質を明らかにし、その証明を与えた。また、この集合において最も大きい値の2次モードを有するシステムは、最大位相特性をもつシステムであるということを証明した。

(2) 高精度アナログ・デジタルフィルタの
簡易的設計・実現法についての成果

- ① アナログフィルタにおいて、精度の高い構造を保持したままフィルタ特性を変更することを可能とする周波数変換の理論を確立した。まず、本研究代表者が提案するグラミアン保存周波数変換を用いることにより、最適構造を保持したままフィルタ特性を変更することが可能であるということを理論的に示した。しかしながら、従来のグラミアン保存周波数変換は行列の相似変換に基づいて記述されているため、この記述法をそのまま回路上に実装すると多くの回路素子を必要としてしまうため、実用的とはいえない。そこで、本研究ではグラミアン保存周波数変換を回路上で容易に実現するための手法として、スケーリングされたリアクタンス関数に基づく回路合成法を導出した。この成果により、高精度アナログフィルタの簡易的な設計・実現法が確立された。
- ② デジタルフィルタに対して、上記の項目①と同様の成果を得た。すなわち、高精度デジタルフィルタの簡易的な設計・実現法を確立した。アナログフィルタの場合と同様に、デジタルフィルタにおいても、本研究代表者が提案するグラミアン保存周波数変換を用いることによって、高精度フィルタ構造を保持したまま特性を変更させることができる。しかしながら、数学的な手法に基づく記述では実装には不向きであるため、本研究では、グラミアン保存周波数変換をデジタル回路上で容易に実現するための手法として、全域通過関数の正規化ラティス構造を用いるという手法を導出した。この手法は、デジタルフ

フィルタにおけるグラミアン保存周波数変換の実現を単純化するとともに、変換後のフィルタを少ない数の乗算器・加算器で実現できるという利点がある。

- ③ 上記の項目①および②で得られた成果を用いて設計・実現されたアナログフィルタおよびデジタルフィルタが、最適な構造を保持したまま特性を自由に変更することが可能であるということを示し、回路シミュレーションによって実証した。

以上に述べた研究成果により、周波数選択性アナログ・デジタルフィルタを低コストかつ高い精度のもとで容易に設計・実現することが可能となった。さらに、本研究の成果は単に技術面の発展をもたらすだけでなく、周波数変換に関する新しい理論体系を構築するものでもあり、線形システム理論の分野に重要なブレークスルーを与えると期待される。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① Shunsuke Koshita, Masahide Abe, Masayuki Kawamata and Athanasios C. Antoulas, "On Hankel Singular Values and Reflected Zeros of Linear Dynamical Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, 査読有, vol. 54, no. 3, pp. 641-646, March 2009.
- ② Shunsuke Koshita, Satoru Tanaka, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, "Gramian-Preserving Frequency Transformation for Linear Discrete-Time State-Space Systems," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, vol. E91-A, no. 10, pp. 3014-3021, October 2008.
- ③ Shunsuke Koshita, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, "Analysis of Second-Order Modes of Linear Continuous-Time Systems under Positive-Real Transformations," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, vol. E91-A, no. 2, pp. 575-583, February 2008.

- ④ Shunsuke Koshita, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, "Analysis of Second-Order Modes of Linear Discrete-Time Systems under Bounded-Real Transformations," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, vol. E90-A, no. 11, pp. 2510-2515, November 2007.

- ⑤ Shunsuke Koshita, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, "State-Space Analysis of Power Complementary Filters," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 査読有, vol. E90-A, no. 10, pp. 2265-2271, October 2007.

[学会発表] (計 3 件)

- ① Shunsuke Koshita, Satoru Tanaka, Masahide Abe and Masayuki Kawamata, "Gramian-Preserving Frequency Transformation for Linear Discrete-Time Systems Using Normalized Lattice Structure," 2008 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2008年5月19日, シアトル (アメリカ合衆国)
- ② 越田俊介, 田中暁, 阿部正英, 川又政征, "正規化ラティス構造を用いた状態空間デジタルフィルタのグラミアン保存周波数変換," 第22回信号処理シンポジウム, 2007年11月7日, 仙台
- ③ 越田俊介, 田中暁, 阿部正英, 川又政征, "正規化ラティス構造を用いた線形離散時間システムのグラミアン保存周波数変換," 電子情報通信学会技術研究報告, 2007年9月28日, 名古屋

6. 研究組織

(1) 研究代表者

越田 俊介 (KOSHITA SHUNSUKE)
東北大学・大学院工学研究科・助教
研究者番号: 70431533

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者