

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2007～2008

課題番号：19760288

研究課題名（和文） 同次固有値を用いた同次システムの安定性判別法の開発

研究課題名（英文） Stability Analysis of Homogeneous Systems via Homogeneous Eigenvalues

研究代表者

中村 文一 (Hisakazu Nakamura)

奈良先端科学技術大学院大学・情報科学研究科・助教

研究者番号：70362837

## 研究成果の概要：

本研究では、ベクトル場が同次かつ勾配である勾配同次システムが漸近安定となるための必要十分条件は同次固有値がすべて負であることを明らかにした。また、複素同次システムを定義することに成功し、(1,0)および(1,1)という2つの同次化手法を提案した。

さらに、得られた知見を用いて、同次制御 Lyapunov 関数を用いた同次制御系に対する同次安定化制御則と同次制御 Lyapunov 陰関数の設計法を開発し、異空間解釈に基づく制御法として最小射影法の開発に成功した。

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,300,000	0	1,300,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,200,000	270,000	2,470,000

研究分野：非線形制御理論

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：同次システム、安定性、固有値、複素システム、非線形制御理論

## 1. 研究開始当初の背景

拡大付き同次システムと呼ばれる非線形ベクトル場は非線形システム理論、非線形制御理論、力学系理論など横断する研究テーマであり、理論・応用の両方で重要な役割を担っている。しかしながら、これまでに安定性の判別法や同次制御則の設計法は確立していない。

一方、線形システムに対する安定性の判別や制御則設計において固有値は非常に強力なツールである。同次システムは線形システムの純粋な拡張であるから、同次システムに

おいても固有値に対応するものが存在するのではないかと考え、同次固有値を着想するに至った。しかし、どのような同次システムに対して同次固有値を用いて安定性の判別ができるのか、また同次システムの複素化に関して未解決であった。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、拡大付き同次性を利用した制御理論を確立するために、同次固有値を用いた同次システムの安定性判別手法を開発することであった。

そのために、勾配同次系の漸近安定性と同次固有値がすべて負であることが等価であることを示すこと、実同次システムの複素化、複素同次固有値の定義と基本的な性質の解明、および同次システムの解の重ね合わせの可能性の解明を目指した。

### 3. 研究の方法

同次固有値を用いたシステムの解析において最も重要なことは空間の分解と統合である。もっとも空間を分解しやすい同次システムが勾配同次系である。また複素同次固有値を定義するためには実同次システムの複素化を行わなくてはならず、これは空間の統合にあたる。

空間の分解に関して、退化特異点の分析理論におけるブローアップ理論を利用した空間分解を試みた。また、空間の統合に関しては圏論および層の理論の適用を試み、空間の統合条件を明らかにした。

### 4. 研究成果

本研究では、ユークリッド空間を Euler 球面と同次放射(図 1)に分解することにより、同次かつ勾配である勾配同次システムが漸近安定となるための必要十分条件は同次固有値がすべて負であることを明らかにし、国際会議で発表を行った。

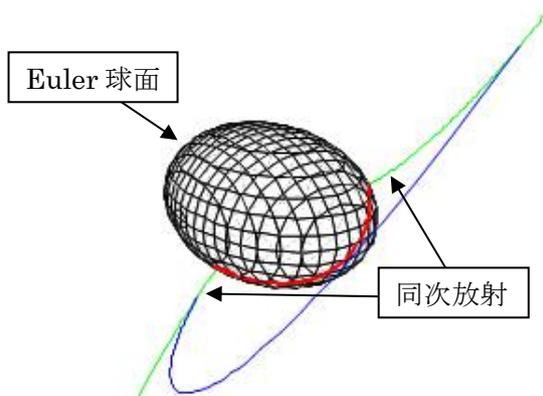


図 1. Euler 球面と同次放射

また、提案法と退化特異点におけるベクトル場のブローアップ理論の比較に関して発表を行った。

線形システム理論においては、複素固有値を導出するためにシステムの複素化を暗黙的に行ってきた。しかし、これまで複素同次システムは定義されておらず、その性質もわかっていなかった。そこで、実同次システムにおいて重要な役割を果たす Euler の公式が成立するように複素同次システムの定義を

行うことに成功した。また、複素同次システムに対しても実同次システムと同様に同次固有値を定義し、同次固有値の実部が負であることは複素同次システムが漸近安定になるための必要条件であることを明らかにした。

さらに、実同次システムの複素化は重要な問題である。圏論および層の理論の適用を通じ (1,0)と(1,1)という二種類の複素化法を開発し、国際会議で発表を行った。

(1,1)型の複素化は実解析的な実同次システムを解析的な複素同次システムに変換する唯一の変換であることを明らかにした。しかし、実解析的な同次システムが漸近安定であっても、解析的な複素化システムが不安定になる場合が存在し、(1,1)型の複素化では同次固有値によって振動解が表現できないという問題があることも明らかにできた。

また、学会発表等の公開はできていないが、楕円関数などで重ね合わせが可能な同次システムは線形系にはめ込みできることを明らかにできた。

本研究では研究手法を通じて得られた副産物としての研究成果が多く得られた。

同次固有値と漸近安定性を関連づけるために、Euler 球面と呼ばれる多様体と同次放射の関係性を利用した。球面をもう少しホモトピー変形することにより、制御 Lyapunov 関数の設計法として利用可能なことに気づいた。そして、空間を一般化球面と同次放射に分解し、一般化球面のみを設計することで同次制御 Lyapunov 関数が設計できる、同次制御 Lyapunov 陰関数を用いた制御系の設計法を提案し、国際会議で発表を行った。この結果により同次制御 Lyapunov 関数の設計は難しくないとすることを明らかにできた。

そこで、同次制御 Lyapunov 関数を用いた同次制御系設計に関する研究に取り組んだ。その結果、多入力系に対する逆最適制御則を開発するに至り、国際学術論文誌に掲載が決定した。

さらに、空間の結合をさらに進めることにより、同次制御系に限定せず一般的な非線形制御システムに対する局所同次、大域的に逆最適制御則の開発を行い、国内・国際会議で発表を行い大きな反響があった。

空間の結合に関しては複素同次システムの定義において圏論と層の理論の2つの数学利用を利用した。この中で特に層の理論には大きな可能性があることがわかった。層の中で最もシンプルな空間は被覆空間である。そこで、異空間である被覆空間上の制御系の構造と多様体の制御系構造の比較を利用したシステムの解析法を提案し、最小射影法と名付けた制御 Lyapunov 関数の手法を提案した(図 2)。さらに、被覆空間の条件を緩和した全射エタール空間に対しても最小射

影法は成立することを明らかにした。また、最小射影法によって設計した半凹制御 Lyapunov 関数を用いた制御系設計法を提案し、国内学会で発表し大きな反響があった。また、国際会議での発表が決定している。この最小射影法により設計した制御 Lyapunov 関数を用いた制御系設計法は、移動ロボットを用いた実機実験により有効性を確認した。

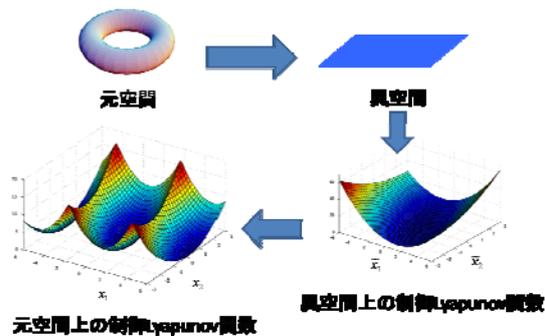


図 2. 最小射影法

実同次固有値を用いたシステム解析においては Euler 球面上の大域的ベクトル場構造が重要な役割を果たす。実同次固有値のみを考えることは、線形システムにおいては特異値を考えていることに他ならない。そこで、線形システムにおける特異ベクトルが Euler 球面上のベクトル場の特異点となることを利用した高速な得意ベクトル場の計算法である同時修正法を提案し、特異値計算法である mdLVs と組み合わせて高精度かつ高速に得意値分解を行うアルゴリズムを開発し、非線形 Receding Horizon 制御に用いて有効性を確認することに成功した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

1. Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura, Yuh Yamashita, Hirokazu Nishitani: Homogeneous stabilization for input affine homogeneous systems, IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 掲載決定, 査読有.
2. 中村文一: ブローアップを用いた同次ベクトル場の解析, システム/制御/情報, Vol. 52, No. 3, 90-95, 2008, 査読有.

[学会発表] (計 19 件)

1. Hisakazu Nakamura, Yuh Yamashita, Hirokazu Nishitani : Asymptotic stabilization of nonlinear systems on general manifolds via minimum projection method, European Control Conference 2009

(ECC '09), Budapest (2009) 掲載決定, 査読有.

2. Hisakazu Nakamura, Yasuyuki Satoh, Nami Nakamura, Hitoshi Katayama, Hirokazu Nishitani: Universal control formula for feedback linearizable systems with local LQ performance, European Control Conference 2009 (ECC '09), Budapest (2009) 掲載決定, 査読有.

3. Shunsuke Matoba, Hisakazu Nakamura, Hirokazu Nishitani: Comparison of mdLVs based methods for Nonlinear Receding Horizon Control, ICCAS-SICE 2009, Fukuoka (2009) 掲載決定, 査読有.

4. 中村奈美, 中村文一: 入力アファインな非線形システムに対する収束速度保証付き大域的逆最適制御則, 第 9 回 計測自動制御学会 制御部門大会, 東広島, WA1-4 (2009), 査読無.

5. 中村文一, 山下裕: 被覆空間における最適性を利用した非可縮多様体上の最適制御, 第 9 回 計測自動制御学会 制御部門大会, 東広島, WA1-5 (2009), 査読無.

6. 福井善朗, 中村文一, 西谷紘一: 最小射影法を使った二輪車両の障害物回避, 第 9 回 計測自動制御学会 制御部門大会, 東広島, WA5-2 (2009), 査読無.

7. 中村文一, 山下裕: 最小射影法を用いた非可縮多様体上の制御 Lyapunov 関数設計, 第 9 回 計測自動制御学会 制御部門大会, 東広島, WB1-1, (2009), 査読無.

8. 的場俊亮, 中村文一, 西谷紘一: 特異値・特異ベクトルの修正型計算法を用いた特異値分解による非線形 Receding Horizon 制御, 第 9 回 計測自動制御学会 制御部門大会, 東広島, WB1-5 (2009), 査読無.

9. Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura: Global inverse optimal controller with guaranteed convergence rate for input-affine nonlinear systems, 47th IEEE Conference on Decision and Control (CDC 2008), Cancun, 2505-2511 (2008), 査読有.

10. 的場俊亮, 中村文一, 西谷紘一: mdLVs アルゴリズムによる特異値分解を用いた RH 制御, 第 37 回制御理論シンポジウム, 霧島, 51-56 (2008), 査読無.

11. 中村文一, 佐藤康之, 中村奈美: フィードバック線形化可能な非線形システムに対する局所 LQ 性を有する大域的逆最適制御, 第 37 回制御理論シンポジウム, 霧島, 387-392 (2008), 査読無.

12. Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura, Hirokazu Nishitani: Transformation from real homogeneous systems of degree 1 to complex homogeneous systems of degree  $(1, 0)$ , 17th IFAC World Congress, Seoul, 503-507 (2008), 査読有.

研究者番号：70362837

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

13. 中村文一, 山下裕：被覆理論を用いた非線形システムの連続状態フィードバック安定化, 第8回 計測自動制御学会 制御部門大会, 京都 (2008), 査読無.

14. Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura, Yuh Yamashita, Hirokazu Nishitani: Homogeneous stabilization for input-affine homogeneous systems, 46th IEEE Conference on Decision and Control (CDC '07), New Orleans, 80--85 (2007), 査読有.

15. 中村文一, 中村奈美, 西田豪, 山下裕：被覆写像を用いた非線形システムの連続安定化, 第36回制御理論シンポジウム, 札幌, 61--66 (2007), 査読無.

16. Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura: Homogeneous eigenvalue analysis for complex homogeneous systems, 7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2007), Pretoria, 415--420 (2007), 査読有.

17. Hisakazu Nakamura, Nami Nakamura, Hirokazu Nishitani: Stabilization of homogeneous systems using implicit control Lyapunov functions, 7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems (NOLCOS 2007), Pretoria, 561--566 (2007), 査読有.

18. Nami Nakamura, Hisakazu Nakamura, Yuh Yamashita, Hirokazu Nishitani: Homogeneous eigenvalue analysis for complex homogeneous systems of degree (1,1), SICE Annual Conference 2007, Takamatsu, 1242--1256 (2007), 査読有.

19. Hisakazu Nakamura, Gou Nishida, Hirokazu Nishitani: Asymptotic stability of gradient homogeneous systems, European Control Conference 2007 (ECC '07), Kos, 3657--3663 (2007), 査読有.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

○取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等:

<http://sclab.naist.jp/Research/Control/robotcontrol.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

中村 文一 (Hisakazu Nakamura)

奈良先端科学技術大学院大学・情報科学研究科・助教