

令和 4 年 5 月 8 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2019～2021

課題番号：19H02049

研究課題名（和文）偏微分方程式による一元的幾何学的特徴評価を基軸とした一気通貫型最適設計製造法

研究課題名（英文）Consistent method for optimal design and manufacturing based on the unified geometrical feature evaluation by the partial differential equation

研究代表者

山田 崇恭（Yamada, Takayuki）

東京大学・大学院工学系研究科・准教授

研究者番号：30598222

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 13,100,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、ものづくりにおける生産工程から要求される幾何学的な制約条件を、仮想的な物理モデルとして表現される場の偏微分方程式により定式化した。具体的には、定常の拡散系の偏微分方程式を新たに導入し、その場の分布により製造性の表現を可能にした。また、トポロジー最適化法と統合し、設計生産統合型の最適構造創成設計生産法を構築した。さらには、組立性を考慮することで、複数部品から構成される機械構造物の創成設計をも可能にした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究により、生産工程を考慮したトポロジー最適化が可能になった。すなわち、理論的に最適な構造を設計するだけでなく、その製造工程を考慮した上で力学的に最適な構造を創成設計することを可能にした。これにより、多くは学術研究で留まっているトポロジー最適化の研究成果を、広く、ものづくり産業に普及させるための基盤技術を構築することができた。

研究成果の概要（英文）：In this study, the geometric constraints required from the manufacturing process are formulated by using partial differential equations. These partial differential equations are called fictitious physical model because it is a fictitious field introduced to represent manufacturability. We also integrated it with the topology optimization method to create a new design method that integrates design and production. Furthermore, by considering assemblability, we proposed a method that also allows topology optimization of mechanical structures composed of multiple parts.

研究分野：最適設計

キーワード：トポロジー最適化 偏微分方程式 幾何学的特徴量 感度解析 設計工学 デジタルエンジニアリング  
仮想的な物理モデル 計算力学

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

構造最適化は、力学的観点と、数学的観点に基づいて構造物の最適な形状を数値解析により求める方法である。中でもトポロジー最適化は、構造の形状だけではなく、孔の数などの形状形態をも変更可能とする最も設計自由度の高い構造最適化手法であり、現在、3Dプリンター等の積層造形技術の普及により、工業製品の新しい設計基盤技術としても注目を集めている。現在までに、構造力学分野を中心に、熱流体、電磁気学やそれらが複雑に連成するマルチフィジクス現象を扱うデバイスの設計問題への展開が数多く報告されており、デバイスの高性能化、多機能化を可能とする方法論としても高く注目を集めている。しかしながら、トポロジー最適化は、幾何学的に複雑な構造を最適設計解として許容しているため、通常の機械加工による製造や、製品の組立が困難であるため、実際の工業製品へのトポロジー最適化法の実用展開は極めて困難である。すなわち、トポロジー最適化により得られる最適設計解は、物理的根拠に立脚した設計解ではあるものの、実際のデバイスの製造工程や組立工程等を考慮した場合、適切な設計解ではなく、工学的観点からは、最適設計解とは言えない。従って、トポロジー最適化の実用展開は、積層造形技術との連携を前提とした場合が多く、積層造形等による製造が可能な設計解が得られた場合にのみ適用可能であり、その実製品展開の範囲は極めて限定的である。

このような課題を解決する方法として、積層造形における最大積層角度を制約する方法や、部分構造の最小寸法を制約する方法等、トポロジー最適化における幾何学的制約法が検討されており、世界トップレベルの研究グループを中心に報告例が増加傾向にある。すなわち、種々の製造要件を満たすための条件の多くは幾何学的な制約であり、如何にして各製造工程から要求される幾何学的制約を考慮するかが最重要課題になりつつある。しかしながら、製造工程を考慮したトポロジー最適化の関連研究は、新しい研究トレンドであるものの、いずれの方法も、設計空間に制限を与える方法であるため、トポロジー最適化の最大の特長である、設計自由度が高い点を失ってしまう欠点を持つ。さらには、個々の制約毎に、煩雑な最適化アルゴリズムを構築する必要があり、複数の製造要件等の考慮を必要とする実製品の設計問題への展開は、実質的には不可能に近い。このような動向の中、今後のトポロジー最適化に関する研究の重要課題は、高い設計自由度を維持したまま、様々な製造工程や組立工程を同時に考慮した設計解を創成可能な方法論の構築である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、第一に、幾何学的特徴量を評価可能な数理モデルを確立し、製造工程及び組立工程から要求される様々な幾何学的条件を具体的に定式化することである。第二に、その定式化とトポロジー最適化法に基づき、製造工程及び組立工程を考慮した最適形状創成設計製造法の構築を目的とする。

3. 研究の方法

3.1 幾何学的特徴量の定式化について

最初に、図1に示す特定の設定下における偏微分方程式の解析解の導出と、その幾何学的関係性について整理を行った。具体的には、1次元問題に帰着可能な円環及び球殻形状モデルにおいて、変形ベッセル関数を用いた解析解を導出した。また、いくつかの基本図形に対する数値解を有限要素法により求めた。それらの比較検討に基づいて定性的な定式化の検討を行った。

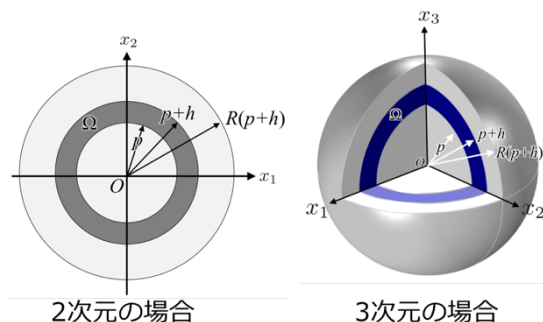


図1 解析解の導出モデル

3.2 幾何学的特徴量の定式化に基づいた幾何学的制約条件の定式化

3.1節で述べた理論的検討と平行して、工学的応用について検討を行う。つまり、理論的な証明が完了していない場合であっても、数値的には、妥当であることが確認できれば、工学的利用が

一定の制限下では利用可能であると推測できる。従って、数学チームによる証明とは独立して、幾何学的制約条件の定式化の検討を行った。具体的には、法線ベクトルの抽出に関しては、数学チームとの議論を通して、直感的にも正当性を証明できる見込みがあったため、法線ベクトルに基づいた幾何学的制約条件の定式化を行った。

### 3.3 トポロジー最適化の数値解析アルゴリズムの開発

トポロジー最適化法との統合化を可能とするために、レベルセット関数と呼ばれるスカラー関数の等位面により、対象とする形状の外形状を表現する方法を用いた。レベルセット関数場及び最適化対象とする物理場の数値解析においては、有限要素法の適用した。事前検討において、幾何学的特徴量評価のための仮想的な物理場の解析には、アダプティブ有限要素法の適用の必要性があったため、適宜、有限要素の再生成アルゴリズムの適用検討を行った。また、そのツールとして、MMG-Toolsを用いた。

### 3.4 トポロジー導関数の導出と随伴方程式系の定式化

トポロジー最適化の構築に必要なトポロジー導関数の導出を、随伴変数法に基づいて行った。通常、トポロジー導関数の導出において、特定の特徴形状に対する解析解の漸近的振る舞いを評価する必要があるが、検討の結果、幾何学的特徴量に対する数値モデルにおいては、解析解の評価なしに導出が可能であることを確認した。

## 4. 研究成果

本研究で主な対象としている方程式

$$-\operatorname{div}(a\nabla s_i - e_i\chi) + (1 - \chi)s_i = 0 \quad (1)$$

について、数学的な議論を実施した。ここで、 $a$ は拡散係数、 $s_i$ は状態変数、 $e_i$ は標準基底、 $\chi$ は対象とする形状を表現する特性関数である。数学チームを中心に議論を進め、熱方程式との類似性に着目し、スカラー場の場合の勾配ベクトルに関して法線ベクトルへの収束について証明を行った。その後、本方程式の解の向きについても法線ベクトルへの収束について証明を行った。この成果は、日本応用数学会論文誌 (Vol. 30 No. 3, (2020), pp. 249-258.) に掲載された。

法線ベクトルによる型成形製造制約の定式化に成功し、具体的なトポロジー最適化アルゴリズムを構築できた。この成果は、計算工学会論文集 (Vol. 2021, (2021), p. 2021018.) に掲載された。さらには、この考え方を拡張し、組立性を考慮したトポロジー最適化法を構築した。

積層造形における粉抜き穴を有する幾何学的制約条件を考慮したトポロジー最適化を構築した。幾何学的制約条件には、ポテンシャル場による偏微分方程式系を新規に定式化した。この成果は、*Additive Manufacturing* (Vol.52, (2022), p.102630)に掲載された。

以上の研究成果から、偏微分方程式により製造性を考慮したトポロジー最適化法が構築できることを示した。また、個々の設計課題毎に方法論を構築し、論文掲載に至った。これらの研究成果を通して、仮想的な物理場として導入された偏微分方程式のパラメータ同定法の基本的な考え方を構築することもできた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 5件）

1. 著者名 酒井 虹太、野口 悠暉、山田 崇恭	4. 巻 2021
2. 論文標題 幾何学的特徴量に対する偏微分方程式を用いた型成形製造制約の数理モデルとトポロジー最適化への展開	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本計算工学会論文集	6. 最初と最後の頁 20210018
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.11421/jsces.2021.20210018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Miki Takao, Yamada Takayuki	4. 巻 193
2. 論文標題 Topology optimization considering the distortion in additive manufacturing	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Finite Elements in Analysis and Design	6. 最初と最後の頁 103558 ~ 103558
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.finel.2021.103558	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yamada T., Noguchi Y.	4. 巻 52
2. 論文標題 Topology optimization with a closed cavity exclusion constraint for additive manufacturing based on the fictitious physical model approach	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Additive Manufacturing	6. 最初と最後の頁 102630 ~ 102630
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.addma.2022.102630	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Yamada Takayuki, Noguchi Yuki	4. 巻 2021
2. 論文標題 Topology Optimization Taking Into Account Geometrical Constraint of No-Closed Hole for Additive Manufacturing Based on Fictitious Physical Model Concept	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of ASME 2021 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE 2021)	6. 最初と最後の頁 DETC2021-66717
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1115/DETC2021-66717	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 長谷部 高広、黒田 紘敏、寺本 央、正宗 淳、山田 崇恭	4. 巻 30
2. 論文標題 偏微分方程式による法線ベクトル場の構成	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 日本応用数学会論文誌	6. 最初と最後の頁 249 ~ 258
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11540/jsiamt.30.3_249	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 YAMADA Takayuki、MASAMUNE Jun、TERAMOTO Hiroshi、HASEBE Takahiro、KURODA Hirotooshi	4. 巻 85
2. 論文標題 Topology optimization with geometrical feature constraints based on the partial differential equation system for geometrical features (Overhang constraints considering geometrical singularities in additive manufacturing)	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Transactions of the JSME (in Japanese)	6. 最初と最後の頁 p.19-00129
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1299/transjsme.19-00129	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 2件)

1. 発表者名 山田崇恭
2. 発表標題 A PDE based manufacturing constraint formulation using a fictitious physical model for additive manufacturing and its application in topology optimization
3. 学会等名 the Asian Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization 2020 (ASCSMO2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山田崇恭
2. 発表標題 Topology optimization considering manufacturability using the fictitious physical models
3. 学会等名 第6回理論応用力学シンポジウム (日本学術会議総合工学委員会機械工学委員会合同力学基盤工学分科会主催) (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山田崇恭
2. 発表標題 製造に関する数理モデルの開発と積層造形における製造性を考慮したトポロジー最適化への展開
3. 学会等名 日本機械学会2020年度年次大会, 先端技術フォーラム「バーチャルエンジニアリングにおける形状設計・計算・加工技術の現状と未来」 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 酒井虹太, 野口悠暉, 山田崇恭
2. 発表標題 分割面を設計可能とする型成形を前提としたトポロジー最適化
3. 学会等名 第30回設計工学・システム部門講演会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山田崇恭
2. 発表標題 数理と力学を基軸としたものづくりー幾何学的特徴に対する数理モデルの開発とその展開を中心としてー
3. 学会等名 第6回 伊都CREST ED3GEセミナー, 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yamada, Takayuki
2. 発表標題 Geometrical constraint in topology optimization for additive manufacturing based on the fictitious physical model for local geometric feature
3. 学会等名 the Asian Pacific Congress on Computational Mechanics (APCOM) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	正宗 淳 (Masamune Jun)  (50706538)	北海道大学・理学研究院・教授  (10101)	
研究分担者	黒田 紘敏 (Kuroda Hirotoshi)  (80635657)	北海道大学・理学研究院・准教授  (10101)	
研究分担者	三木 隆生 (Miki Takao)  (80806753)	地方独立行政法人大阪産業技術研究所・和泉センター・研究員  (84431)	
研究分担者	寺本 央 (Teramoto Hiroshi)  (90463728)	関西大学・システム理工学部・准教授  (34416)	
研究分担者	木谷 亮太 (Kitani Ryosuke)  (90761619)	地方独立行政法人大阪産業技術研究所・和泉センター・研究員  (84431)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------