

令和 5 年 6 月 1 日現在

機関番号：17102
研究種目：基盤研究(B) (一般)
研究期間：2019～2022
課題番号：19H04175
研究課題名(和文) SATオラクルを用いた問題解法とその応用

研究課題名(英文) Problem Solving with SAT Oracles

研究代表者

越村 三幸 (Koshimura, Miyuki)

九州大学・システム情報科学研究所・助教

研究者番号：30274492

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 7,500,000円

研究成果の概要(和文)：SATソルバー呼び出しをNPオラクルのように用いるSATオラクル解法を利用し、次のような(1)から(4)の応用問題の解法の探求を行なった。(1)極小修正集合の列挙、(2)クリーク分割問題、(3)実時間スケジューリング、(4)自動倉庫の垂直搬送機のスケジューリング。
(1)では、単位ソフト節を多く含むような問題については従来手法より優れていることが確かめられた。(2)では、制約数を削減する手法を考案し、その正しさを証明するとともに、削減率についても理論的な見積もりを与えた。(3)では、従来の手法に比べ、処理時間を格段に短縮することに成功した。(4)では、実機の搬送能力の向上に寄与することができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

(1)から(4)のいずれも手法でも有効性が確認できた。これは、SATオラクル解法の能力の高さを示している。特に、(2)は推移律というかなり一般的な制約についてその数の削減手法を提案しており、その恩恵を享受できる適用分野は広く学術的意義は高い。
(4)で用いられているのは、SAT分野の基礎的な符号化技術ではあるが、物流分野の重要な技術的課題である自動倉庫の高速化と省スペース化に貢献する成果であり、社会的意義は大きい。

研究成果の概要(英文)：We have investigated the SAT oracle method, which uses the SAT solver call as NP oracle, by applying it to several applications including (1) enumerating minimal correction subsets (MCSes), (2) clique partitioning problems (3) optimal scheduling in overloaded real-time systems, and (4) optimal scheduling for vertical transport machine in automatic warehouse.
(1) shows that our proposed method is more efficient than state-of-the-art MCS enumerators on average to deal with partial MaxSAT instances. (2) introduces a series of concise Integer Linear Programming formulations that can reduce even more transitivity constraints, and theoretically evaluates the amount of reduction. (3) demonstrate that, compared with the existing satisfiability-based methods, the proposed method significantly improves the efficiency of identifying the optimal schedule. (4) shows that the proposed method can solve the practical problems in reasonable time, and succeeds to improve transport capacity.

研究分野：知能情報学

キーワード：組合せ最適化 極小修正集合 クリーク分割問題 実時間スケジューリング 自動倉庫のスケジューリング

1. 研究開始当初の背景

命題論理の充足可能性問題 (satisfiability problem, SAT) は、Cook によって NP 完全であることが初めて証明された問題として知られている。様々な組合せ問題が SAT 問題に還元 (SAT 符号化) されるので、計算機科学の多くの分野から参照される問題でもある。SAT 問題を高速に解く SAT ソルバーがあれば、これらの問題も高速に解けることになるので、高速 SAT ソルバーの開発は実用的にも、また理論的にも重要である。

ここ 20 年の SAT ソルバーの性能向上は著しく、システム検証やプランニング問題、スケジューリング問題、制約充足問題、定理証明等の様々な分野において SAT を利用した問題解決手法に大きな性能向上をもたらしている。このような SAT ソルバーの性能向上の恩恵を直接的に享受するための研究が多くなされている。それらは、SAT ソルバーの拡張に関するものと SAT 符号化に関するものに大別される。前者の研究としては、SAT を最適化問題に拡張する MaxSAT、問題の記述形式であるブール式 (命題論理式) を拡張する pseudo-Boolean (PB) などのソルバーを、最新の SAT ソルバーの拡張によって行うものがある。

2. 研究の目的

こうしたなか、本研究では、SAT ソルバー呼出しを NP オラクルのように用いる解法 (以後、SAT オラクル解法) に着目し、探求を進める。これは、SAT ソルバーの性能向上に伴って現実的なものになった解法で、現に 1 秒間に数千回もの SAT オラクルを行うような応用も存在する。SAT オラクル解法では、解きたい問題 P から SAT インスタンスの列 S_0, S_1, \dots を生成していく。通常、 S_{i+1} は S_i の SAT オラクルの結果を解析して作られる。この手続きは、 S_i がある条件 (終了条件) を満たすまで続けられる。SAT オラクル解法は、最適解の探索や解の列挙などに向いている。

例えば、最短のスケジュールを求める最適化問題を考えてみる。スケジューリング問題は、あるステップ数以下で目標が達成できるかどうかという判定問題であれば SAT 問題に符号化できる。ここで、 S_i を「 i ステップ以下で目標が達成できるかどうかの判定問題」の SAT 符号化だとする。 $i = 0$ から始めて、 $1, 2, \dots$ と増やしながらか、 S_i を SAT オラクルに問い続けていくと、ある k までは「達成できない」と回答があり、 $k + 1$ で「達成できる」と回答があるはずで、このとき、 S_{k+1} の SAT 解より最短スケジュールを抽出することができる。

本研究では SAT オラクル解法の性能向上を目指し、オラクル間の連携や探索ヒューリスティクスなどの技術課題を洗い出し、その解決を図る。また、いくつかの応用問題を通して、その効果を実証する。

3. 研究の方法

上記のような目的遂行のため、応用問題ごと次のような研究テーマを設定した。

- (1) **極小修正集合の列挙問題**：制約が多すぎて解がない問題を過剰制約と呼ぶ。そのような問題も制約を適切に取り除くことによって解があるようにできる。このとき、取り除く制約の集合を修正集合 (correction set) という。十分な数の制約を取り除けば、過剰制約な状況を解消できるのは自明であるが、修正集合のうち、できるだけ (集合の包含関係の点で) 小さなものを見つけることは興味深い問題である。それ以上小さくできない修正集合を **極小修正集合** (MCS: Minimal Correction Set) と呼ぶ。本研究では、極小修正集合の効率的な列挙法の開発を行なった。
- (2) **クリーク分割問題** (CPP: Clique Partitioning Problem): CPP は、辺に重みのついた無向グラフを部分グラフに分割する問題で、各部分グラフの辺の重みの和が最大となるように分割する。その一般性の高さから相関クラスタリング (correlation clustering)、グループテクノロジー (group technology)、コミュニティ検出 (community detection) など、様々な応用分野を持つ。
- (3) **実時間スケジューリング問題**：単一プロセッサの実時間スケジューリングについて、全てのジョブを期限までに終了するのが不可能な過負荷 (overloaded) な状況で、できるだけ多くのジョブを期限までに終了させるような最適スケジューリングに取り組んだ。
- (4) **自動倉庫の垂直搬送機のスケジューリング問題**：自動倉庫は、小スペース化のために多層階になっていることが多い。多層化の倉庫に荷物を自動搬入するためには、垂直搬送機構が必要になる。この垂直搬送機構が荷物を各階に搬送する速度は、物流倉庫全体の搬送能力を大きく左右する。そのために実用的な計算時間で最適スケジューリングを行う方式の開発を行なった。

4. 研究成果

(1) 極小修正集合 (MCS) の列挙問題

SAT オラクルを繰返して MCS を列挙するアルゴリズムを考案し、SAT ソルバー-Glucose を用いたシステムを構築した。493 問の plain MaxSAT インスタンスと 597 問の partial MaxSAT (PMS)

インスタンスを用いて、既存の最新ソルバーEnum-ELS-RMR-Cache と LBX-Cache との性能比較を行なった。図 1 は PMS インスタンスを用いた実験結果である。横軸が提案手法の計算時間、縦軸が比較対象ソルバーの計算時間を表す。図中の Δ が各インスタンスを表し、その横軸値が提案手法での計算時間、縦軸値が比較対象ソルバーの計算時間を表す。左下から右上に引いた対角線より下に Δ があれば、そのインスタンスについては、提案手法が短時間で計算できたことを示している。図 1 からは提案手法が優れていることが分かる。

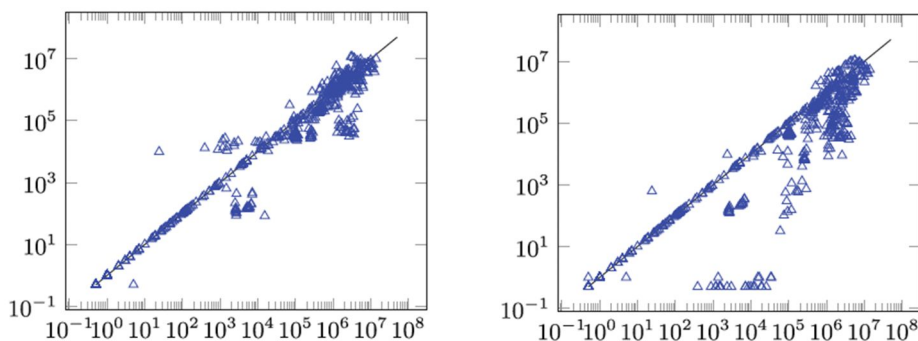


図 1：提案手法と Enum-ELS-RMR-Cache (左図) / LBX-Cache (右図) の比較

(2) クリーク分割問題 (CPP)

CPP を ILP (Integer Linear Programming) を用いて形式化すると、辺の重みを最大にすることを表す目的関数と推移律を表す制約の二つの部分に分かれる。この内、推移律を表す制約数はグラフの頂点数を n とすると $3 \binom{n}{3}$ 個となり、 n が 500 程度で現実的に解くのが困難になる。これを削減する手法が Miyachi [1] らによって提案されていたが、我々はこれより削減率が高い手法を考案した。そして、その削減率を理論的に示し、計算機実験によりその効果を確かめた。なお、この手法は ILP のみならず、SAT にも有効である。

(3) 実時間スケジューリング問題

Crawford らの手法に習い幾つかのブール変数を導入し、それらを用いて制約を表現し、MaxSAT ソルバーを用いて最適解を求めた。ここで、スケジューリングに要求される特徴はハード節、タスクの最終期限はソフト節を用いた。図 2 は SMT ソルバーを用いた場合との比較である。横軸はタスク総数、縦軸は 100 問解いた時の平均計算時間である。図より、MaxSAT ソルバーを用いた提案手法の方が優れていることが分かる。

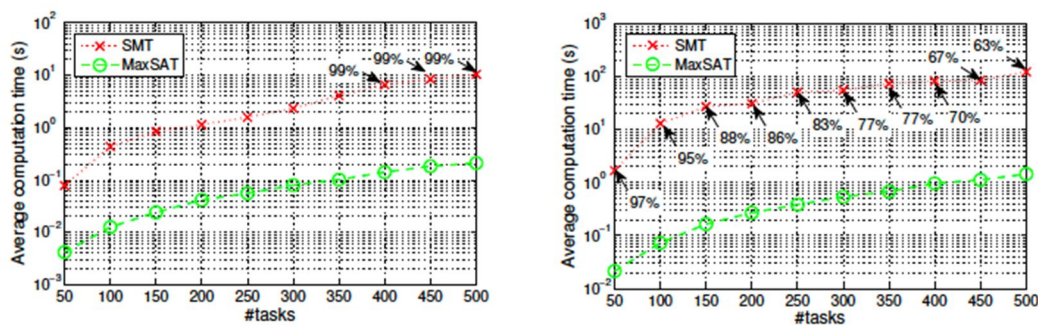


図 2：提案手法(MaxSAT)と SMT 手法との比較 (タスク到着頻度: 左は 10 unit time 右 15 unit time 毎)

(4) 自動倉庫の垂直搬送機のスケジューリング問題

高い搬送能力が見込まれる交互動作式の垂直搬送機の最適スケジューリング MaxSAT を用いて行なった。従来の A* アルゴリズムによるスケジューリングに比べ、搬送される荷物個数が 4 個の場合で 10 倍、5 個の場合で 450 倍の速度向上を達成した。また A* アルゴリズムでは現実的には求められなかった 6 個や 7 個の場合でも現実的な時間で最適解を求めることができ、その結果を用いることにより、実機の搬送能力の向上を図ることができた。

引用文献

- [1] A. Miyachi, T. Sonobe, N. Sukegawa, "Exact Clustering via Integer Programming and Maximum Satisfiability," Proc. of AAAI-18, pp.1387-1394, (2018)
- [2] J.M. Crawford, A.B. Baker, "Experimental results on the application of satisfiability algorithms to scheduling problems," Proc. of AAAI-94. pp.1092-1097 (1994)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 6件 / うち国際共著 3件 / うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 Aolong Zha、Miyuki Koshimura、Hiroshi Fujita	4. 巻 24
2. 論文標題 N-level Modulo-Based CNF encodings of Pseudo-Boolean constraints for MaxSAT	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Constraints	6. 最初と最後の頁 133 ~ 161
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10601-018-9299-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 查 澳龍、越村 三幸、櫻井 祐子、横尾 真	4. 巻 J102-D
2. 論文標題 分割決定木を用いた分割関数ゲームの提携構造形成アルゴリズム	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 電子情報通信学会論文誌D 情報・システム	6. 最初と最後の頁 313 ~ 323
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14923/transinfj.2018JDP7037	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Xiaojuan Liao、Miyuki Koshimura	4. 巻 29
2. 論文標題 A comparative analysis and improvement of MaxSAT encodings for coalition structure generation under MC-nets	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Logic and Computation	6. 最初と最後の頁 913 ~ 931
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/logcom/exz017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Koshimura Miyuki、Watanabe Emi、Sakurai Yuko、Yokoo Makoto	4. 巻 27
2. 論文標題 Concise integer linear programming formulation for clique partitioning problems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Constraints	6. 最初と最後の頁 99 ~ 115
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10601-022-09326-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Cho Sung-Ho, Koshimura Miyuki, Mandal Pinaki, Yahiro Kentaro, Yokoo Makoto	4. 巻 217
2. 論文標題 Impossibility of weakly stable and strategy-proof mechanism	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Economics Letters	6. 最初と最後の頁 110675 ~ 110675
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.econlet.2022.110675	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Liao Xiaojuan, Zhang Hui, Koshimura Miyuki, Huang Rong, Yu Wenxin, Li Fagen	4. 巻 2021
2. 論文標題 Modeling and Solving Scheduling in Overloaded Situations with Weighted Partial MaxSAT	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematical Problems in Engineering	6. 最初と最後の頁 1 ~ 17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1155/2021/9615463	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計11件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 5件)

1. 発表者名 Tomoya Sugahara, Kaito Yamashita, Nathanael Barrot, Miyuki Koshimura, Makoto Yokoo
2. 発表標題 Robust Weighted Partial Maximum Satisfiability Problem: Challenge to Sigma2P-Complete Problem
3. 学会等名 19th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence (PRICAI 2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 越村 三幸、野田 五十樹
2. 発表標題 垂直搬送機のMaxSATによる最適スケジューリング
3. 学会等名 スケジューリング・シンポジウム2022
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 越村 三幸、永野 崇
2. 発表標題 ラムゼーグラフの二つの遷移
3. 学会等名 2023年電子情報通信学会総合大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 菅原知地、越村 三幸、横尾 真
2. 発表標題 ADSAT : 敵対者が存在するMaxSAT
3. 学会等名 人工知能学会全国 大会 (第35回)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 山下魁人、菅原知地、越村 三幸、横尾真
2. 発表標題 敵対者が存在する重み付き MaxSAT の定式化と厳密アルゴリズムの提案
3. 学会等名 Symposium on Multi Agent Systems for Harmonization 2022 (SMASH22)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Aolong Zha, Rongxuan Gao, Qiong Chang, Miyuki Koshimura, Itsuki Noda
2. 発表標題 CNF Encodings for the Min-Max Multiple Traveling Salesmen Problem
3. 学会等名 2020 IEEE 32nd International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 越村 三幸, 廖 晓鵬, 渡部 恵海, 櫻井 祐子, 横尾 真
2. 発表標題 推移関係を表すSAT節の削減
3. 学会等名 2020年度人工知能学会全国大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 越村三幸、佐藤健
2. 発表標題 SATソルバーGlucoseを用いたMCS列挙
3. 学会等名 2019年度人工知能学会全国大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Xiaojuan Liao, Hui Zhang, Miyuki Koshimura, Rong Huang, Wenxin Yu
2. 発表標題 Maximum Satisfiability Formulation for Optimal Scheduling in Overloaded Real-Time Systems
3. 学会等名 PRICA1: 16th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Emi Watanabe, Miyuki Koshimura, Yuko Sakurai, Makoto Yokoo
2. 発表標題 Solving Coalition Structure Generation Problems over Weighted Graph
3. 学会等名 PRIMA 2019: 22nd International Conference on Principles and Practice of Multi-Agent Systems (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Miyuki Koshimura, Ken Satoh
2. 発表標題 A Simple yet Efficient MCSes Enumeration with SAT Oracles
3. 学会等名 12th Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems (国際学会)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔出願〕 計2件

産業財産権の名称 物流倉庫の制御装置、及び物流倉庫の制御方法	発明者 越村、岡本、野田、 小出	権利者 同左
産業財産権の種類、番号 特許、2022-101256	出願年 2022年	国内・外国の別 国内

産業財産権の名称 物流倉庫の制御装置、及び物流倉庫の制御方法	発明者 越村、野田、加藤	権利者 同左
産業財産権の種類、番号 特許、2021-143776	出願年 2021年	国内・外国の別 国内

〔取得〕 計0件

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	藤田 博 (Fujita Hiroshi) (70284552)	九州大学・システム情報科学研究所・准教授 (17102)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	廖 晓娟 (Liao Xiaojuan)	中国・電子科技大学・准教授	
研究協力者	佐藤 健 (Satoh Ken)	国立情報学研究所・教授 (62615)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------