

令和 6 年 6 月 21 日現在

機関番号：17104

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2019～2023

課題番号：19K12098

研究課題名(和文)幾何的特徴を持つグラフに対する高速生成アルゴリズム

研究課題名(英文)Efficient generation algorithms for geometric graph classes

研究代表者

齋藤 寿樹 (SAITOH, TOSHIKI)

九州工業大学・大学院情報工学研究院・准教授

研究者番号：00590390

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：幾何的特徴を持つ様々なグラフは地理情報やセンサーネットワークなどの幾何データをはじめ、様々な実問題のモデル化として現れるグラフである。本研究では、列挙索引化手法として有用であるデータ構造ゼロサプレスト型二分決定グラフ(ZDD)およびそれを効率的に構築するフロンティア法を用いた幾何的特徴を持つグラフを列挙する効率的なアルゴリズムの開発を行った。主な成果として、1. 入力グラフから幾何的な特徴を持つ部分グラフを抽出するアルゴリズムと 2. グラフ同型性を考慮したグラフの列挙アルゴリズムが得られている。

研究成果の学術的意義や社会的意義

フロンティア法は効率的な列挙技法として注目を集めつつも、これまでにはパスや木などの単純なグラフ構造を列挙するアルゴリズムとしてのみ研究が行われており、幾何的特徴を持つグラフを含む複雑な構造は扱われてこなかった。本研究はそのフロンティア法の拡張可能性を広げ、多くのグラフ構造を列挙することに成功した。特に、グラフ同型性を考慮した列挙アルゴリズムは苦手とされてきたが、幾何的な構造およびその対称性を考慮することにより、効率的なアルゴリズムを設計している。これにより、フロンティア法をより多くの実問題へと適用し、諸問題の解決に繋がることを期待できる。

研究成果の概要(英文)：Graphs with geometric characterizations are models for various real-world problems, including geometric data such as geographic and sensor networks. In this study, we developed efficient algorithms for enumerating graphs with geometric characterizations using the data structure Zero-Suppressed Binary Decision Diagrams (ZDD), which is useful for indexing and enumerating the structures and using the frontier-based search for efficiently constructing ZDDs. We obtain the following results. The first one is algorithms for extracting all subgraphs for intersection graphs from an input graph. The second one is algorithms for enumerating all graphs of some intersection graphs with string characterizations up to isomorphism.

研究分野：アルゴリズム

キーワード：グラフアルゴリズム 列挙アルゴリズム ZDD グラフクラス

1. 研究開始当初の背景

グラフは頂点と頂点同士のつながりを表す辺で構成される離散構造で、様々な現実問題をモデル化する優れたツールである。特に地理情報やセンサーネットワークなどの様々な幾何データを表現として持つ幾何的特徴を持つグラフは多くの応用に現れる重要なグラフである。幾何的特徴を持つグラフの1つである区間グラフは一直線上にある複数の線分による表現を持つグラフで、各線分はグラフの頂点と対応し、2つの線分に重なりがあるときに対応する頂点間を辺でつなぐ。一直線上の複数の線分として定式化できる問題は多数あり、例えば、DNAの断片からDNAシーケンスを復元するPhysical Mapping問題や時間の依存関係を考慮したスケジューリング問題や施設への割当問題など、多くの実問題を区間グラフでモデル化できる。

与えられたグラフからある性質を満たす部分グラフを抽出する問題、例えば、地図上の経路を求める最短経路問題や、SNSネットワークのコミュニティを検出するクリーク抽出問題等の問題を部分グラフ抽出問題と呼ぶ。近年、グラフ抽出問題に対する高速な手法として、フロンティア法が注目を集めている。フロンティア法は特定の性質を満たすすべての部分グラフをコンパクトに表現するZDD(ゼロサプレス型二分決定グラフ: Zero-suppressed Binary Decision Diagram)を効率的に構築する。ZDDは、グラフの集合をコンパクトに表現できるだけでなく、ZDDに備わる演算体系を用いることで、解となる部分グラフの絞り込みや数え上げ、ランダムサンプリング、最適解の抽出など様々な応用を可能にする。フロンティア法とZDDの機能を使うことで、リンクパズルの解や送電損失最小の配電網、最適な避難所割当などを求める高速なアルゴリズムが得られる。しかし、これまでのフロンティア法ではパスや木などの単純なグラフ構造のみをモデル化しており、幾何的特徴を持つグラフを含む複雑な構造は扱われてこなかった。

2. 研究の目的

本研究は(i)幾何的特徴を持つグラフに対する効率的なアルゴリズムを開発すること、(ii)フロンティア法が適用できるグラフクラスを解明することの2つの目的を持つ。本研究では、その2つの目的を組合せた幾何的特徴を持つグラフに対するフロンティア法を用いた効率的なアルゴリズムの開発を行う。

3. 研究の方法

弦グラフに対してフロンティア法を単純に適用すると、探索空間をほとんど削減できず、現実的な時間では計算できなくなる。弦グラフが長さ4以上の誘導サイクルを含まない、という誘導禁止グラフを特徴として持つ点に着目すると、この誘導禁止グラフは従来のフロンティア法による局所情報を用いて抽出することができる。その誘導禁止グラフを含むすべての部分グラフを表すZDDを構築し、そのZDDに演算を実行することで、目的とする弦部分グラフを抽出することができる。このアイデアを実現するため、申請者および共同研究者はフロンティア法を拡張した多色フロンティア法とZDDに対する新たな演算である脱色演算法を開発し、それらの手法を用いた弦部分グラフを抽出するアルゴリズムを開発した。

本研究ではフロンティア法およびその演算をベースとした幾何的特徴を持つグラフを生成する高速なアルゴリズムの開発を行う。単純な誘導禁止グラフを特徴づけとして持つグラフクラスに対しては、多色フロンティア法・脱色演算法を用いることで、効率的にフロンティア法を適用することができる。それに対し、誘導禁止グラフを特徴づけとして持たないグラフクラス、例えば単位円盤グラフに対してはその手法を適用することはできない。それに対し、平面上の単位円盤の集合は各円盤の中心座標から半順序集合を考えることができる。こうした幾何構造による性質をよく観察することで、帰着技法を考案し、フロンティア法を適用できるグラフクラスを拡張していく。

4. 研究成果

幾何的特徴を持つ様々なグラフは地理情報やセンサーネットワークなどの幾何データをはじめ、様々な実問題のモデル化として現れるグラフである。本研究では、列挙索引化手法として有用であるデータ構造ゼロサプレス型二分決定グラフ(ZDD)およびそれを効率的に構築するフロンティア法を用いた幾何的特徴を持つグラフを列挙する効率的なアルゴリズムの開発を行った。主な成果として、(1)入力グラフから幾何的な特徴を持つ部分グラフを

抽出するアルゴリズムと (2)グラフ同型性を考慮したグラフの列挙アルゴリズムがある。

(1) 入力グラフから幾何的な特徴を持つ部分グラフを抽出するアルゴリズム

フロンティア法を拡張した多色フロンティア法と脱色演算法を用いた幾何的特徴を持つグラフクラスの列挙アルゴリズムを提案した。グラフクラス C における提案アルゴリズムは、与えられたグラフの部分グラフでグラフクラス C に属すものを列挙する。これらの幾何的特徴を持つグラフは誘導部分グラフを禁止グラフとして特徴を持つ。アルゴリズムではそれらの誘導部分グラフを列挙し、それらの誘導部分グラフを含まないグラフを ZDD の演算を用いて抽出する。そしてアルゴリズムを実装し、これまで高速であるとされてきた列挙アルゴリズム技法である逆探索法では列挙できない大きなインスタンスに対して列挙索引化に成功している。

辺削除問題は与えられたグラフから辺をいくつか削除し、特定の性質を持つグラフになるべく少ない辺を削除して生成する問題である。この問題は特に区間グラフにおける辺削除問題は DNA の塩基配列の復元問題である Physical mapping への応用があるなど、様々な応用を持つ問題である。今回、幾何的特徴を持つグラフとして区間グラフ、円弧グラフ、真区間グラフ、自明理想グラフ、しきい値グラフ上でのこの問題に対するアルゴリズムの開発を行った。提案したアルゴリズムは木分解上での動的計画法で、フロンティア法を拡張した木幅パラメータとする FPT アルゴリズムである。

(2) グラフ同型性を考慮したグラフの列挙アルゴリズム

ZDD は部分グラフを列挙索引化する手法として優れているものの、グラフ同型性を扱うことは難しいとされてきた。本研究では幾何的特徴を持つグラフにおける幾何構造を活用することで、グラフ同型性を考慮した効率的なグラフ列挙アルゴリズムの開発を行った。具体的には真区間グラフ、二部置換グラフ、補鎖グラフ、鎖グラフに対して、ZDD を用いて多項式時間のアルゴリズムを開発し、膨大な数のグラフ構造を高圧縮で表現することができる。これらのグラフクラスのうち、真区間グラフと二部置換グラフは $2n$ ビットでの対応の取れた文字列として、また補鎖グラフと鎖グラフは n ビットの文字列で表現することができる。これらの文字列とグラフは 1 対 1 に対応せず、対称性を考慮する必要がある。対称性をうまく扱うことにより、頂点数 n に対して、 n の多項式時間で効率的に列挙可能であることを示している。また真区間グラフにおいて、逆探索をベースとする列挙アルゴリズムでは頂点数 24 程度までしか列挙できなかったのに対し、本アルゴリズムでは頂点数 4600 のグラフを列挙できるようになった。また、これらのアルゴリズムは拡張性が高く、クリークサイズや辺数などの制約を加えたグラフ構造を列挙することができることを示した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 11件／うち国際共著 3件／うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 Shiota Takumi, Saitoh Toshiki	4. 巻 13973
2. 論文標題 Overlapping Edge Unfoldings for Archimedean Solids and (Anti)prisms	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 36 ~ 48
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-27051-2_4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kawahara Jun, Saitoh Toshiki, Takeda Hirokazu, Yoshinaka Ryo, Yoshioka Yui	4. 巻 13973
2. 論文標題 Efficient Non-isomorphic Graph Enumeration Algorithms for Subclasses of Perfect Graphs	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 151 ~ 163
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-27051-2_14	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Takehiro Ito, Jun Kawahara, Shin-ichi Minato, Yota Otachi, Toshiki Saitoh, Akira Suzuki, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno, Katsuhisa Yamanaka and Ryo Yoshinaka	4. 巻 226
2. 論文標題 Sorting Balls and Water: Equivalence and Computational Complexity	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 LIPIcs	6. 最初と最後の頁 16:1-16:17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.FUN.2022.16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Kobayashi Kenya, Lin Guohui, Miyano Eiji, Saitoh Toshiki, Suzuki Akira, Utashima Tadatoshi, Yagita Tsuyoshi	4. 巻 13174
2. 論文標題 Path Cover Problems with Length Cost	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 396 ~ 408
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-96731-4_32	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Saitoh Toshiki, Yoshinaka Ryo, Bodlaender Hans L.	4. 巻 12635
2. 論文標題 Fixed-Treewidth-Efficient Algorithms for Edge-Deletion to Interval Graph Classes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 142 ~ 153
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-68211-8_12	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 MIYANO Eiji, SAITOH Toshiki, UEHARA Ryuhei, YAGITA Tsuyoshi, ZANDEN Tom C. van der	4. 巻 E103.A
2. 論文標題 Complexity of the Maximum k-Path Vertex Cover Problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences	6. 最初と最後の頁 1193 ~ 1201
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1587/transfun.2019DMP0014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Nakahata, Yu ; Nishino, Masaaki ; Kawahara, Jun ; Minato, Shin-ichi	4. 巻 160
2. 論文標題 Enumerating All Subgraphs Under Given Constraints Using Zero-Suppressed Sentential Decision Diagrams	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs)	6. 最初と最後の頁 9:1-9:14
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.SEA.2020.9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yamazaki Kazuaki, Saitoh Toshiki, Kiyomi Masashi, Uehara Ryuhei	4. 巻 806
2. 論文標題 Enumeration of nonisomorphic interval graphs and nonisomorphic permutation graphs	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Theoretical Computer Science	6. 最初と最後の頁 310 ~ 322
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.tcs.2019.04.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kawahara Jun, Saitoh Toshiki, Suzuki Hirofumi, Yoshinaka Ryo	4. 巻 11544
2. 論文標題 Colorful Frontier-Based Search: Implicit Enumeration of Chordal and Interval Subgraphs	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 125 ~ 141
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-34029-2_9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kawahara Jun, Saitoh Toshiki, Takeda Hirokazu, Yoshinaka Ryo, Yoshioka Yui	4. 巻 1003
2. 論文標題 Efficient non-isomorphic graph enumeration algorithms for several intersection graph classes	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Theoretical Computer Science	6. 最初と最後の頁 114591 ~ 114591
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.tcs.2024.114591	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shiota Takumi, Saitoh Toshiki	4. 巻 1002
2. 論文標題 Overlapping edge unfoldings for convex regular-faced polyhedra	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Theoretical Computer Science	6. 最初と最後の頁 114593 ~ 114593
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.tcs.2024.114593	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計25件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 7件)

1. 発表者名 Takumi Shiota and Toshiki Saitoh
2. 発表標題 Overlapping Edge Unfoldings for Archimedean Solids and (Anti)prisms
3. 学会等名 The 17th International Conference and Workshop on Algorithms and Computation (WALCOM 2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Jun Kawahara, Toshiki Saitoh, Hirokazu Takeda, Ryo Yoshinaka, and Yui Yoshioka
2. 発表標題 Efficient Non-isomorphic Graph Enumeration Algorithms for Subclasses of Perfect Graphs
3. 学会等名 The 17th International Conference and Workshop on Algorithms and Computation (WALCOM 2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Takehiro Ito, Jun Kawahara, Shin-ichi Minato, Yota Otachi, Toshiki Saitoh, Akira Suzuki, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno, Katsuhisa Yamanaka and Ryo Yoshinaka
2. 発表標題 Sorting Balls and Water: Equivalence and Computational Complexity
3. 学会等名 The 11th International Conference on Fun with Algorithms (FUN 2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Tomoya Doi and Toshiki Saitoh
2. 発表標題 Finding Path Decompositions for Efficient Dynamic Programming
3. 学会等名 Symposium on Applied Engineering and Sciences (SAES2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 武田 浩和, 芳岡 優衣, 斎藤 寿樹, 川原 純, 吉仲 亮
2. 発表標題 理想グラフの部分クラスに対する非同型グラフ列挙アルゴリズム
3. 学会等名 アルゴリズム研究会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 有吉 優聖, 塩田 拓海, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 タンパク質連接ネットワークの中心性とランダムコイル指標の関係
3. 学会等名 OR学会九州支部・若手OR研究交流会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 藤岡 祐太, 土井 朋哉, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 フロンティア法を用いたペントミノパズルの解の列挙
3. 学会等名 OR学会九州支部・若手OR研究交流会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 鹿屋 直大, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 難易度判定付き数独ソルバーについて
3. 学会等名 OR学会九州支部・若手OR研究交流会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 後藤 廣樹, 藤本 晶子, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 区間グラフを用いた時系列データ解析手法の提案
3. 学会等名 2022年度(第30回)電子情報通信学会九州支部 学生会講演会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 岩崎 巧実, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 複数車両の配送計画アルゴリズムとその応用
3. 学会等名 2022年度(第30回)電子情報通信学会九州支部 学生会講演会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 草野 敦也, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 株価騰落を用いた株価変動が類似する企業グループの抽出
3. 学会等名 2022年度(第30回)電子情報通信学会九州支部 学生会講演会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 塩田 拓海, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 アルキメデスの(反)角柱の重なりを持つ辺展開図
3. 学会等名 冬の LA シンポジウム
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 塩田 拓海, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 アルキメデスの角柱の重なりを持つ辺展開図
3. 学会等名 OR学会九州支部・若手OR研究交流会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 芳岡 優衣, 武田 浩和, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 連結二部置換グラフの高速な列挙アルゴリズム
3. 学会等名 OR学会九州支部・若手OR研究交流会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 税所 航平, 宮野 英次, 中村裕貴, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 k制約付き最小カット問題とk制約付き最小全域木問題
3. 学会等名 OR学会九州支部・若手OR研究交流会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 塩田 拓海, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 回転展開法を用いた自己重複を持つ部分的な辺展開図の数え上げ
3. 学会等名 2021年度(第74回)電気・情報関係学会九州支部連合大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 土井 朋哉, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 パス分解を用いた区間辺削除アルゴリズムの実装
3. 学会等名 2021年度(第74回)電気・情報関係学会九州支部連合大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 武田 浩和, 斎藤 寿樹
2. 発表標題 真区間グラフの高速な列挙アルゴリズムとその応用
3. 学会等名 アルゴリズム研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Toshiki Saitoh, Ryo Yoshinaka, and Hans L. Bodlaender
2. 発表標題 Fixed-Treewidth-Efficient Algorithms for Edge-Deletion to Intersection Graph Classes
3. 学会等名 アルゴリズム研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 塩田 拓海
2. 発表標題 フロンティア法によるアルキメデスの立体の辺展開図の列挙
3. 学会等名 令和2年度OR学会九州支部・若手OR交流会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 高瀬 敏行
2. 発表標題 Treewidth Problemに対する厳密解アルゴリズム
3. 学会等名 2020年度第28回電子情報通信学会九州支部学生会講演会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Tatsuki Shingai
2. 発表標題 An Efficient Algorithm for Slitherlink by ZDDs
3. 学会等名 Symposium on Applied Engineering and Sciences (SAES2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Toshiki Saitoh
2. 発表標題 Fixed-Treewidth-Efficient Algorithms for Edge-Deletion to Intersection Graph Classes
3. 学会等名 The 15th International Conference and Workshop on Algorithms and Computation (WALCOM 2021) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Toshiki Saitoh
2. 発表標題 Colorful Frontier-Based Search: Implicit Enumeration of Chordal and Interval Subgraphs
3. 学会等名 Special Event on Analysis of Experimental Algorithms (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 川原 純
2. 発表標題 二分決定図を用いた部分弦グラフと部分区間グラフの列挙
3. 学会等名 コンピューテーション研究会
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔出願〕 計1件

産業財産権の名称 スケジュール作成システム、スケジュール作成方法	発明者 斎藤 寿樹	権利者 国立大学法人 九州工業大学
産業財産権の種類、番号 特許、2022-169985	出願年 2022年	国内・外国の別 国内

〔取得〕 計0件

〔その他〕

Enumeration of permutation graphs https://github.com/toshikisaitoh/EnumPermGraphs Enumeration of interval graphs https://github.com/toshikisaitoh/EnumIntervalGraphs

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	川原 純 (Kawahara Jun) (20572473)	京都大学・情報学研究科・准教授 (14301)	
研究分担者	吉仲 亮 (Yoshinaka Ryo) (80466424)	東北大学・情報科学研究科・准教授 (11301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------