

令和 6 年 6 月 20 日現在

機関番号：32644

研究種目：若手研究

研究期間：2019～2023

課題番号：19K14575

研究課題名（和文）ランダム力学系におけるホモクリニック接触の幾何と統計

研究課題名（英文）Geometry and statistics of homoclinic tangency in random dynamical systems

研究代表者

中野 雄史（Nakano, Yushi）

東海大学・理学部・准教授

研究者番号：50778313

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,100,000 円

研究成果の概要（和文）：非双曲力学系の研究において中心的役割を果たしているホモクリニック接触を持つ力学系の諸性質について、そのランダム力学系における対応物を研究し、研究開始当初は予想していなかった進展があった。特に、絶対連続ノイズ下では物理測度の存在と有限性、関連する極限定理の成立など、ノイズがない場合と大きく異なる統計が現れることが判明した。また、創発現象やLyapunov指数の非存在など、ホモクリニック接触に関する新しい現象を発見することもできた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

ホモクリニック接触を持つ力学系およびそのランダム摂動に関して、研究期間内に多くの興味深い成果が得られた点で学術的意義は高い。一方で、当初の予想に反する結果が得られたことで大きく方針転換せざるを得なくなったため、元の方向性に近い「準安定的Newhouse現象（摂動強度と吸引周期点の個数の関係）」については今後の課題となった。他方で、その中で様々な視点・手法が必要となったため、数多くの研究分野の研究者と共同研究が行われた点では、社会的な意義も十分にあったと思われる。

研究成果の概要（英文）：Various properties of dynamical systems with homoclinic tangency, which play a central role in the study of nonhyperbolic dynamical systems, were studied in their counterparts in random dynamical systems, and progress was made that was not expected at the beginning of the study. In particular, it was found that under absolute continuous noise, statistics that differ significantly from those in the noiseless case appear, such as the existence and finiteness of physical measures and the establishment of related limit theorems. We were also able to discover new phenomena related to homoclinic tangency, such as emergent phenomena and the non-existence of Lyapunov exponents.

研究分野：力学系・エルゴード理論

キーワード：ホモクリニック接触 ランダム力学系 非双曲力学系 転送作用素

1. 研究開始当初の背景

力学系理論は 20 世紀初頭から 1 世紀以上に渡り絶えず発展を続け、「典型的な力学系は、双曲性と呼ばれるある種の秩序立った幾何構造を持つか、無限個の吸引または反発周期点を持つという非常に複雑な振る舞いを持つかのどちらかである」という分類定理にまで至った。Newhouse による歴史的発見以来、後者の非双曲力学系の研究の中心には常にホモクリニック接触の幾何があった。その一方でランダム力学系理論では、ランダム特有の幾何的な難しさから、現在でもホモクリニック接触の研究が存在せず、非双曲力学系の研究は非常に遅れている。他方で、ランダム力学系理論では quenched 型理論と呼ばれる新展開 (e.g. ランダム周期点とその不変多様体の概念の導入など) があり、これを背景にして従来のもより幾何的なランダム力学系理論を展開することが可能となってきた。

2. 研究の目的

本研究課題の目的は、quenched 型理論と呼ばれる近年のランダム力学系の新展開を背景にして、従来のもより幾何的なランダム力学系理論を展開し、ランダムなホモクリニック接触と無限個の吸引周期点の研究を行い、これを端緒としてランダム非双曲力学系理論という自然な研究領域を開拓することである。

3. 研究の方法

Newhouse によるホモクリニック接触を用いた無限個の吸引周期点を力学系の豊富な構成は、大きく分けて (1) 頑強なホモクリニック接触の構成と、(2) ホモクリニック分岐による吸引周期点の構成の 2 段階からなる。前者についてはさらに、(1-a) 馬蹄 (Cantor 型の双曲集合) の thickness と呼ばれる量が力学系の摂動に対して連続的に変化することの証明、(1-b) thickness が 1 より大きい場合にホモクリニック接触が存在することの証明、(1-c) thickness が 1 より大きい力学系の構成からなり、後者についてはさらに、(2-a) ホモクリニック接触に対応する双曲周期点周りで線形化座標に関する 2 次近似、(2-b) 2 次写像族の周期倍分岐理論からなる。これらのランダム版を順に検討することが (研究開始当初の) 研究の方法・方針となる。

4. 研究成果

A. 絶対連続ノイズ下での無限個の吸引領域の非存在

驚くべきことに、当初の予想 (無限個のランダム吸引周期点の存在) は無条件では成立しないことが判明した。この背景には Araujo (2000 年) の結果 (絶対連続ノイズ下での Palis 予想への肯定的解答) があり、この結果のほぼ自明な帰結として当初の予想が無条件には成り立たないことがわかる。そのため、一旦大きく方針を転換し、この結果を深く理解し、無限個のランダム吸引周期点を持つための条件を模索することとなった。

この方針は次の意味で大きな成功を収めた。つまり、Araujo の証明は古典的な力学系理論の手法によるものであったが、報告者は Markov 作用素という全く別の視点から物理ノイズについて考察し、Araujo の結果を大きく一般化することに成功した: Araujo の結果における物理ノイズは 2 つの条件を満たすノイズと定義されるが、うち 1 つが実は不要であり、もう 1 つの仮定も「一様収縮性」と呼ばれる Markov 作用素論における既知の概念の十分条件になっていることを示した。これにより、無限個のランダム周期点が存在しないだけでなく、種々の極限定理が成立することまで判明した。また、この新しい見方の背景には報告者が以前から中村文彦氏・豊川永喜氏 (北見工大) と研究を行っていた「収縮性」という概念とその性質の研究が背景にあるが、我々はさらに「漸近収縮性」、「平均収縮性」の概念を導入し、後者が Araujo の結果における結論と同値になる事を示した。また、乗法ノイズなどを通じてこれらの階層の間には豊富な例が存在することを示した。(中村氏、豊川氏、P. Barrientos 氏 (フルミネンセ連邦大) との共同研究)

B. Newhouse の証明の再検討

以上の結果は非常に完成度の高い満足のいくものであったが、幾何的な視点を一旦放棄したも

のであったため、「無限個のランダム吸引周期点を持つための条件の模索」という方向については貢献度が十分でなかった。そのため再度 Newhouse の証明に立ち返り、このランダム版を逐次検討することになった。結果として、(上記「3. 研究の方法」における)(1-a)、(1-b)、(1-c)、(2-a)はランダム版でも成立することがわかった。つまり、A で発見されたランダム特有の現象は、(2-b)の「2次写像族の分岐」についてランダム特有の現象が発生していることに端を発することが判明した。

C. 準安定カオスの研究の進展と準安定型 Newhouse 現象の模索

A によって Newhouse 現象(無限個の吸引周期点の存在)がノイズによって崩壊することがわかったが、ノイズによってその統計が大きく変わるという力学系は他にも存在する。言い換えると摂動強度をパラメータとする力学系のパラメータ族について統計的な分岐点があるわけであるが、他方でこの分岐点直後のパラメータについては、有限時間では分岐前の統計と類似の統計が観測されるという現象が古くから(数学以外の自然科学を含む)多くの領域で(実験レベルでだが)知られており、この現象は準安定性と呼ばれている。対応する力学系が勾配流の場合はその準安定性の厳密解析が(確率過程論の中で)大きく成功しており、またその(特にスペクトル論的)発想を流用することで対応する力学系がカオス的な場合も準安定性解析について近年大きな進展がある。この発想のノイズ下での Newhouse 現象への流用を意識して、準安定カオスの研究を行い、準安定極限定理という新規の結果を含む得た。(J. Atnip 氏・C. Gonzalez-Tokman 氏(クーンズランド大) G. Froyland 氏(ニューサウスウェールズ大) S. Vaienti 氏(マルセイユ大)との共同研究)

この成功を下敷きに、準安定型 Newhouse 現象を定式化し、上記(2-b)のレベルでの証明が可能であろうことを確認しているが、(まだこの方向での研究を開始して間もないため)完全な完成には至っておらず、今後の重要課題である。

D. 副次的研究成果

以上の研究では紆余曲折があり、また様々な研究手法を用いたものであったため、本研究課題の遂行の中で以下のような副次的な研究成果が生まれた。

- Markov 作用素コサイクルの収縮性の研究(中村氏・豊川氏との共同研究)
- ホモクリニック接触を持つ力学系の微小摂動による創発現象に関する Berger 予想の部分的解決(桐木紳氏(東海大)・相馬輝彦氏(早稲田大)との共同研究) およびその熱力学形式的な対応物の研究(A. Zelerowicz 氏(メリーランド大)との共同研究、P. Barrientos 氏、A. Raibekas 氏(フルミネンセ連邦大) M. Roldan 氏(サンタカタリーナ連邦大)との共同研究)
- ホモクリニック接触を持つ力学系の微小摂動による Lyapunov 指数の非存在(桐木氏、李曉龍氏(華中科技大) 相馬氏との共同研究) およびその拡大写像族への拡張(相馬氏・山本航大氏(九州大)との共同研究) およびノイズ下での Lyapunov 指数の存在と有限性(中村氏、豊川氏との共同研究)
- ホモクリニック接触を持つ力学系の「万能性」に関する研究(桐木氏、李曉龍氏、相馬氏、E. Vargas 氏(サンパウロ大)との共同研究)
- 転送作用素のスペクトル解析を用いた quenched 型極限定理(鄭容武氏(広島大) J. Wittsten 氏(ルンド大)との共同研究) quenched 型線形応答定理(H. Crimmins 氏(ニューサウスウェールズ大)との共同研究)の証明
- 転送作用素のスペクトル解析を用いた Poisson 過程のようなランダム時間に対するカオス力学系の極限定理の証明(J. Leppanen 氏・平野純氏(東海大)との共同研究)

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計14件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Chung Yong Mooo, Nakano Yushi, Wittsten Jens	4. 巻 43
2. 論文標題 Quenched limit theorems for random $U(1)$ extensions of expanding maps	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 338 ~ 377
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2022151	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Nakamura Fumihiko, Nakano Yushi, Toyokawa Hisayoshi, Yano Kouji	4. 巻 36
2. 論文標題 Arcsine law for random dynamics with a core	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 1491 ~ 1509
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/acb398	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Nakano Yushi, Teruhiko Soma, Kodai Yamamoto	4. 巻 43
2. 論文標題 Observable Lyapunov irregular sets for planar piecewise expanding maps	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Discrete and Continuous Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 2737 ~ 2755
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2023027	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 中野雄史	4. 巻 2217
2. 論文標題 (ランダム)力学系におけるLyapunov 非正則集合の観測可能性	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 (ランダム力学系および多価写像力学系理論の総合的研究) 数理解析研究所講究録	6. 最初と最後の頁 144--152
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Nakano Yushi, Zelerowicz Agnieszka	4. 巻 34
2. 論文標題 Highly irregular orbits for subshifts of finite type: large intersections and emergence	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 7609 ~ 7632
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac24e1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nakamura Fumihiko, Nakano Yushi, Toyokawa Hisayoshi	4. 巻 35
2. 論文標題 Mixing and observation for Markov operator cocycles*	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 66 ~ 83
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/ac355f	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kiriki Shin, Li Xiaolong, Nakano Yushi, Soma Teruhiko	4. 巻 391
2. 論文標題 Abundance of Observable Lyapunov Irregular Sets	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1241 ~ 1269
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-022-04337-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Barrientos Pablo G., Nakano Yushi, Raibekas Artem, Roldan Mario	4. 巻 38
2. 論文標題 Topological entropy and Hausdorff dimension of irregular sets for non-hyperbolic dynamical systems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Dynamical Systems	6. 最初と最後の頁 1 ~ 30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/14689367.2022.2031890	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kiriki Shin, Nakano Yushi, Soma Teruhiko	4. 巻 400
2. 論文標題 Emergence via non-existence of averages	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 1 ~ 30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2022.108254	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakamura Fumihiko, Nakano Yushi, Toyokawa Hisayoshi	4. 巻 28
2. 論文標題 Lyapunov exponents for random maps	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - B	6. 最初と最後の頁 1 ~ 13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdsb.2022058	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 NAKANO Yushi, YAMAMOTO Kenichiro	4. 巻 44
2. 論文標題 Irregular Sets for Piecewise Monotonic Maps	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Tokyo Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 495 ~ 506
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3836/tjm/1502179349	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakano Yushi, Sakamoto Shota	4. 巻 39
2. 論文標題 Spectra of expanding maps on Besov spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Discrete & Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 1779 ~ 1797
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2019077	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nakano Yushi, Yokoyama Tomoo	4. 巻 372
2. 論文標題 Existence and Non-existence of Length Averages for Foliations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 367 ~ 383
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-019-03490-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Barrientos Pablo G., Kiriki Shin, Nakano Yushi, Raibekas Artem, Soma Teruhiko	4. 巻 148
2. 論文標題 Historic behavior in nonhyperbolic homoclinic classes	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 1195 ~ 1206
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/14809	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計23件 (うち招待講演 11件 / うち国際学会 10件)

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 Lyapunov指数の基礎 (1) : Oseledetsエルゴード定理
3. 学会等名 ミニワークショップ「複素力学系入門」(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 Lyapunov指数の基礎 (2) : 不変原理
3. 学会等名 ミニワークショップ「複素力学系入門」(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 Lyapunov指数の基礎 (3) : Zorich-Kontsevich予想
3. 学会等名 ミニワークショップ「複素力学系入門」(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 A review on intermittency for Pomeau-Manneville maps and random dynamical systems
3. 学会等名 RIMS 共同研究会「ランダム力学系・非自励力学系研究の展望：理論と応用」(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Finitude of physical measures for random maps
3. 学会等名 Thermodynamic Formalism for Random Dynamical Systems, MATRIX (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Existence and non-existence of Lyapunov exponents for (random) non-hyperbolic dynamical systems
3. 学会等名 Ergodic Theory, Dynamical Systems, and Climate Sciences (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 Masur-Veech測度に関するKontsevich-Zorichコサイクルのエルゴード理論
3. 学会等名 研究集会「タイヒミュラー空間の力学系入門」
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 平行移動流と区間交換変換のエルゴード理論
3. 学会等名 研究集会「タイヒミュラー空間の力学系入門」
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 (ランダム)力学系におけるLyapunov非正則集合の観測可能性
3. 学会等名 ランダム力学系および多価写像力学系理論の総合的研究(招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 Finitude of random physical measures via Markov operators
3. 学会等名 エルゴード理論とその周辺
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 A survey on noncommutative entropy of Exel-Laca algebras
3. 学会等名 作用素環と力学系
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 ランダムな物理測度の有限性とMarkov作用素
3. 学会等名 冬の力学系研究集会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Irregular sets with high emergence
3. 学会等名 1st workshop on wild dynamical systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Large intersection classes for pointwise emergence
3. 学会等名 RIMS 研究集会「数理学の諸問題と力学系理論の新展開」
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Large intersection classes for pointwise emergence
3. 学会等名 Zoominar in Dynamical Systems at CMUP (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Quenched exponential mixing for random expanding semiflows
3. 学会等名 Research on the Theory of Random Dynamical Systems and Fractal Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Emergence via non-existence of averages
3. 学会等名 Seminar in dynamical systems (Lund University) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Quenched exponential mixing for random expanding semiflows
3. 学会等名 華中科技大学 學術講演 (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Quenched limit theorems for random $U(1)$ extensions of expanding maps
3. 学会等名 Keio Dynamics Day - spectral approaches in dynamics - (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Emergence via non-existence of averages
3. 学会等名 Chubu Workshop on Dynamical Systems and Chaos (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 時間平均の非存在による創発現象
3. 学会等名 エルゴード理論とその周辺
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yushi Nakano
2. 発表標題 Emergence via non-existence of averages
3. 学会等名 Thermodynamic Formalism: Dynamical Systems, Statistical Properties and their Applications (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 中野雄史
2. 発表標題 Quenched metastability for random expanding maps
3. 学会等名 2019年度 冬の力学系研究集会
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	華中科技大学	Xi'an Jiaotong-Liverpool University		
スウェーデン	Lund University			
ブラジル	Fluminense Federal University	PUC-Rio	University of Sao Paulo	
オーストラリア	University of New South Wales	University of Queensland		
ポルトガル	University of Porto			
米国	University of Maryland			