

令和 4 年 6 月 6 日現在

機関番号：11301

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2019～2021

課題番号：19K23216

研究課題名（和文）時空間ボラティリティモデルの拡張とボラティリティの時空間波及効果の検証

研究課題名（英文）Extensions of spatio-temporal volatility models and examinations of spatio-temporal spillover effects of volatility

研究代表者

佐藤 宇樹 (Sato, Takaki)

東北大学・ヨッタインフォマティクス研究センター・特任助教

研究者番号：80848078

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では空間統計学モデルとファイナンス統計学モデルの一つであるボラティリティモデルを融合させた時空間ボラティリティモデルの開発を行った。そして、モデル内のパラメーターを推定するための擬似最尤推定量を導出し、その推定量の漸近的性質を数学的に証明した。その後、提案したモデルをシミュレーションデータに応用し、推定量の小標本特性を調べた。最後に実データである株式に開発モデル応用し、金融商品内のショックの波及効果を調べ、時空間相関の存在を明らかにした。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究はファイナンス統計学と空間統計学の2つの分野に関連する研究であり、各分野において次の重要な意義をもつ。ファイナンス統計学の分野では、高次元の多変量ボラティリティモデルが持つ問題である次元の呪いに対する一つの解決法を示す。空間重み行列を用いて時空間ボラティリティモデルを開発することで推定するパラメーターの数を減らし、次元の呪いを解決する。空間統計学の分野では、新しい視点として、これまで重点がおかれていたデータの平均構造のモデル化に加えて、分散構造のモデル化の重要性を示す。

研究成果の概要（英文）：In this study, we developed a spatio-temporal volatility model that combines a spatial statistics model with a volatility model, which is one of the finance statistics models. We then derived a pseudo-maximum likelihood estimator for estimating parameters in the model and proved the asymptotic properties of the estimator. The proposed model was then applied to simulated data to investigate the small-sample properties of the estimator, and to real data on stocks to investigate the spillover effects of shocks within financial instruments.

研究分野：計量経済学

キーワード：時空間統計モデル ボラティリティ

### 1. 研究開始当初の背景

金融商品間のショックが相互にどのように波及していくのかを、データ分析から明らかにする必要性が高まってきている。近年、金融の自由化や情報技術の進化により、多くの金融商品が開発され、金融取引はますます短時間にかつ大量に行われるようになってきた。これに伴い、消費者や金融機関が自らの金融に関する意思決定を、より幅広い選択から迅速に選ぶことが可能になった。その一方で、一つの金融商品の暴落のショックがより広範に素早く、同国だけでなく他の国の企業の株式などの金融商品にも影響するようになった。株式市場や不動産市場の暴落により、リーマンショックやユーロ危機が起こり、その影響が世界中に及んだことは記憶に新しい。このことは、金融商品間のショックが相互にどのように波及していくのかを分析し、金融商品に付随するリスクをより適切に管理する必要性が生じていることを意味している。

申請者は金融商品のショックを表す指標であるボラティリティが相互にどのように波及していくのかを明らかにすることを目的として研究を行ってきた。ボラティリティとは統計モデル内の条件付き分散のことであり、金融商品の分析においてはリターンと同様に重要な研究テーマの一つである。なぜならば、このボラティリティを用いることで、オプションと呼ばれる金融商品の価格付けやバリューアットリスクと呼ばれる株式の組み合わせの予想される損失を示す指標の計算が可能になり、リスクをコントロールすることが可能になるからである。つまり、金融商品のショックであるボラティリティを適切に推定することが、金融商品の適切なリスクコントロールにつながるのである。

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、金融商品間に距離を定めることで空間統計学モデルのツールを応用し、時空間ボラティリティモデルの開発を行い、開発したモデルを金融商品データの分析に応用することでボラティリティの金融商品間での波及効果を推定することである。上で述べたように、近年、金融商品間のショックの影響がより密接になりつつあることから、多くの金融商品間のショックの波及効果を考慮に入れた、高次元の多変量ボラティリティモデルの開発が望まれている。しかし、多変量ボラティリティモデルには次元の呪いという問題が発生するため、高次元での分析が困難になることがわかっている。次元の呪いとは観測されるデータの数よりも推定しなくてはならないパラメーターが爆発的に多くなり、推定が不可能になってしまうという問題のことである。この次元の呪いに対処するために、いくつかの方法が提案されてきたが、まだ完全な解決は実現されていない。そこで申請者は、次元の呪いを解決する方法として、金融商品間の距離を定義することで空間統計学のツールを応用可能にし、そのツールを用いた時空間ボラティリティモデルの開発を行う。

### 3. 研究の方法

本研究では株式データのような地理空間情報を持たない金融商品データに対して、距離を定義することで、空間統計学のツールである空間重み行列を用いることを可能にし、次元の呪いに対処するための新たな方法を提案した。株式データなど多くの金融商品は位置情報を持たないため、金融商品間の距離を直接計算することはできない。そこで、各企業の財務諸表データやリターンに関するファイナンスモデルである Fama-French 3 ファクターモデルの推定結果を用いて、金融商品間の距離を計算する方法を提案した。その距離を用いることで、金融商

品間の相関関係を表す空間重み行列の作成が可能になり、その空間重み行列を用いることで、次元の呪いの問題を解決した時空間ボラティリティモデルの開発が可能になった

#### 4．研究成果

本研究では空間統計学モデルとファイナンス統計学モデルの一つであるボラティリティモデルを融合させた時空間ボラティリティモデルの開発を行った。そして、モデル内のパラメータを推定するための擬似最尤推定量を導出し、その推定量の漸近的性質を数学的に証明した。その後、提案したモデルをシミュレーションデータに応用し、推定量の小標本特性を調べた。最後に実データである株式に開発モデル応用し、金融商品内のショックの波及効果を調べ、金融商品のボラティリティ内の時空間相関の存在を明らかにした。

まず、時空間ボラティリティモデルの開発を行った。高次元の多変量ボラティリティモデルには次元の呪いという問題が存在した。そこで金融商品間の相関を特定するために、空間統計学のツールである空間重み行列を用いることで推定すべきパラメータの数を減らし、次元の呪いを解決した。

次に、モデルのパラメータの推定量として擬似最尤推定量を導出し、その推定量の漸近的性質を証明した。提案したモデルに関する擬似最尤尤度を導出し、その擬似最尤尤度から、推定量の導出を行った。そして、その推定量の漸近的性質として一致性と漸近正規性の証明を行った。

その後、モンテカルロシミュレーションを行い推定量の小標本特性を明らかにした。開発したモデルをコンピューター上で乱数から作成したシミュレーションデータに応用することで、観測されるデータが少ない時に、推定量にはどのくらいの誤差が生じるのかを確かめた。推定量はデータが少ない場合でも比較的少ない誤差で推定可能であることが示された。

最後に開発したモデルを実データの株式に応用し、株式のボラティリティに時空間相関が存在することを明らかにした。提案したモデルを TOPIX core 30 に含まれる企業の株式データに応用した。モデルを実データに応用する際は、どのようにデータ間の距離を測定し空間重み行列の作成を行うかが重要になる。位置情報を持つ地価データとは異なり、株式データは位置情報を持たない。そこで、各企業の財務諸表データや別のファイナンスモデルの推定結果を用いて、各企業間の距離を計算し、その距離に基づいて空間重み行列を作成した。その後、作成した空間重み行列を用いて、時空間ボラティリティモデルを用いた分析を行った。分析結果は、ボラティリティには空間相関、時空間相関が存在することを示しており、ショックの波及効果は空間的にも時間的にも大きいことが明らかになった。

本研究の特色として、ファイナンス統計学の分野において新しいモデルを提案したこと、空間統計学の分野では新しい研究の視点を与えたことがあげられる。

ファイナンス統計学の分野では、高次元の多変量ボラティリティモデルが持つ問題である次元の呪いを解決した時空間ボラティリティモデルを提案した。提案したモデルを用いた実証分析の結果から金融商品間のショックには時空間波及効果が存在することが明らかになった。提案したモデルは金融商品のより適切なりスクコントロールの実現に貢献すると考えられる。

空間統計学の分野においては、新しい視点として、これまで重点がおかれていたデータの平均構造のモデル化だけでなく、分散構造のモデル化の重要性を示した。空間統計学の分野ではデータ分析のために、いくつもの空間統計モデルが提案されてきた。しかし、それらはデータの平均構造をモデル化したものであった。本研究ではデータの分散構造にも空間相関や時空間相関が存在することを明らかにすることで、データのより精緻な分析のためには分散構造の

モデル化も重要であることを示し、空間統計分析に新たな視点を与えた。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Takaki Sato & Yasumasa Matsuda	4. 巻 120
2. 論文標題 Spatial Extension of Mixed Analysis of Variance Models	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Data Science and Service Research Discussion paper	6. 最初と最後の頁 1-13
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takaki Sato, Yasumasa Matsuda	4. 巻 15
2. 論文標題 Spatial extension of generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Spatial Economic Analysis	6. 最初と最後の頁 1~13
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/17421772.2020.1742929	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takaki Sato	4. 巻 104
2. 論文標題 Estimation of Partially Linear Spatial Autoregressive Models with Autoregressive Disturbances	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Data science and service research discussion paper	6. 最初と最後の頁 1~24
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件/うち国際学会 3件）

1. 発表者名 佐藤宇樹
2. 発表標題 多変量空間MAモデル
3. 学会等名 2020年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takaki Sato, Yasumasa Matsuda
2. 発表標題 Spatial Extension of GARCH Models for High-dimensional Financial Time Series
3. 学会等名 The 62nd ISI World Statistics Congress (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takaki Sato, Yasumasa Matsuda
2. 発表標題 SAR(p)-GARCH(k, l) Models for High-Dimensional Financial Time Series
3. 学会等名 2019 KSS Fall Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takaki Sato, Yasumasa Matsuda
2. 発表標題 SAR(p)-GARCH(k, l) Models for High-Dimensional Financial Time Series
3. 学会等名 12th World Conference of the spatial econometrics association (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐藤宇樹, 松田安昌
2. 発表標題 SAR(p)-GARCH(k, l) Models for High-Dimensional Financial Time Series
3. 学会等名 2019年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takaki Sato
2. 発表標題 Estimation of Partially Linear Spatial Autoregressive Models with Autoregressive Disturbances
3. 学会等名 International Workshop on Marketing and Data Science
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関