

令和 5 年 6 月 19 日現在

機関番号：32660

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2019～2022

課題番号：19K23407

研究課題名（和文）完全交叉特異点のDurfee型不等式に関する研究

研究課題名（英文）Study on Durfee-type inequalities of complete intersection singularities

研究代表者

榎園 誠 (Enokizono, Makoto)

東京理科大学・理工学部数学科・助教

研究者番号：30843461

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、孤立完全交叉特異点に対し、そのミルナー数、幾何種数、埋込次元や標準サイクルの自己交点数などの不変量の間の不等式・関係式の導出を目指した。特異点解消空間をある種のファイバー多様体に埋め込むことにより、ファイバー多様体の数値的不変量に関する不等式の問題に帰着した。この問題をまずはファイバーが2次元の場合に考察し、また曲面上の因子の分解についての問題や正標数曲面のコホモロジー消滅定理の導出に取り組み、いくつかの結果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は特異点の問題とファイバー多様体の問題を結びつけるものである。本研究の意義の一つは、代数多様体やファイバー多様体の数値的不変量の地誌学的研究を特異点の研究に応用できることである。また、本研究で行った代数曲面の因子の分解やコホモロジーの消滅定理に関する研究は、平面曲線の有理点の特徴付けなど整数論的な応用もあり、応用数学など他の分野への意外な応用なども将来的に期待される。

研究成果の概要（英文）：In this study, we aimed to derive inequalities and equations between the Milnor number, the geometric genus, the embedding dimension, and the self-intersection numbers of canonical cycles for isolated complete intersection singularities. By embedding the resolution space of the singularities into certain types of fibered varieties, we reduced the problem to numerical invariants of fibered varieties. We first examined this problem in the case where the fiber is two dimensional, and also addressed the problem of factorization of divisors on surfaces and derived the cohomology vanishing theorem for surfaces in positive characteristic.

研究分野：代数幾何学

キーワード：特異点 ファイバー多様体 代数曲面 消滅定理

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

特異点論は代数幾何学，整数論，可換環論，多変数複素函数論やトポロジー等，様々な分野と関係している．特に完全交叉特異点に関しては，J. Milnor によるミルナーファイバーやリンクの構造に関する研究によりトポロジーと結びつき，現在まで様々な研究が発展している．

完全交叉な n 次元孤立特異点に対し，位相幾何学的に定義される不変量であるミルナー数や符号数があり，一方，代数幾何学的に定義される不変量として幾何種数があり，これは特異点解消を用いて定義される．

2次元の場合に関して，1978年に A. H. Durfee はこれらの不変量に関する2つの予想（強予想と弱予想と呼ばれている）を提出した．

強予想に関しては，D. Kerner と A. Nemethi により，超曲面特異点でない場合に反例が見つめられた．さらに彼らは一般次元の場合に，2次元超曲面特異点の場合の強予想を含む形で次の予想を立てた（Kerner-Nemethi 予想）．

超曲面特異点に関する Durfee の強予想や，それを含む Kerner-Nemethi 予想は，様々な研究者が取り組んでいるが，2次元2重点や擬斉次特異点の場合など，現在まで特別な場合でしか分かっていない．

特に次元が3以上の場合は，先行研究がほとんどないのが現状である．

2. 研究の目的

本研究の目的は，孤立完全交叉特異点に対し，Kerner-Nemethi 予想を明らかにすることである．そのために，本研究ではファイバー多様体論による手法を用いる．

ファイバー多様体とは，正規射影多様体間の全射正則写像で連結ファイバーを持つものである．本研究では，特異点論への応用のため，底空間は1次元とし，全空間 Y は高々末端特異点のみを持つ代数多様体とする．ファイバー多様体の重要な数値的不変量として，相対標準束の自己交点数及びその順像層の次数がある．

M. A. Barja と L. Stoppino は，この2つの不変量の間のある不等式を予想した（Barja-Stoppino 予想）．この予想は，G. Xiao によるファイバー曲面のスロープ不等式の一般次元化であり，反例はあるもののいくつかの例では正しいことが知られている．本研究では，Barja-Stoppino 予想を，一般ファイバーが射影空間の中で完全交叉であるようなファイバー多様体について考え，それを Kerner-Nemethi 予想へ応用する．

3. 研究の方法

孤立完全交叉特異点に対し，それを上手く射影空間の直積の中で閉包を取り，その極小末端化を取ることで，一般ファイバーが完全交叉なファイバー多様体を得ることが出来る．これにより，特異点の不変量の問題をファイバー多様体の不変量の問題に帰着させることが出来る．このファイバー多様体に対し，特異ファイバーの解析を通して，Barja-Stoppino 予想の形の不等式を導出する．この不等式から Kerner-Nemethi 予想の形の不等式に書き直し，Kerner-Nemethi 予想の解決を目指す．

4. 研究成果

本研究では、孤立完全交叉特異点に対し、そのミルナー数、幾何種数、埋込次元や標準サイクルの自己交点数などの不変量の間不等式・関係式の導出を目指した。特異点解消空間をある種のファイバー多様体に埋め込むことにより、ファイバー多様体の数値的不変量に関する不等式の問題に帰着した。この問題をまずはファイバーが2次元の場合に考察し、また曲面上の因子の分解についての問題や正標数曲面のコホモロジー消滅定理の導出に取り組み、いくつかの結果を得た。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Makoto Enokizono	4. 巻 -
2. 論文標題 Vanishing theorems and adjoint linear systems on normal surfaces in positive characteristic	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Enokizono	4. 巻 -
2. 論文標題 An integral version of Zariski decompositions on normal surfaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Enokizono	4. 巻 170
2. 論文標題 Durfee-type inequality for complete intersection surface singularities	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Duke Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 1-21
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 榎園 誠	4. 巻 1
2. 論文標題 On local invariants for fibered surfaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 代数曲線論2019報告集	6. 最初と最後の頁 13-25
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Enokizono, Tatsuya Horiguchi, Takahiro Nagaoka, Akiyoshi Tsuchiya	4. 巻 -
2. 論文標題 Uniform Bases for ideal arrangements	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 1-56
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Makoto Enokizono, Tatsuya Horiguchi, Takahiro Nagaoka, Akiyoshi Tsuchiya	4. 巻 -
2. 論文標題 An additive basis for the cohomology rings of regular nilpotent Hessenberg varieties	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 1-41
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計15件 (うち招待講演 13件 / うち国際学会 4件)

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Vanishing theorem on normal surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 阪大オンライン代数幾何学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Vanishing theorems and adjoint linear systems on normal surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 特異点論セミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Adjoint linear systems on normal surfaces
3. 学会等名 野田代数幾何学ワークショップ
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 On vanishing theorems for normal surfaces in positive characteristic
3. 学会等名 東大京大代数幾何学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 An integral version of Zariski decompositions on normal surfaces
3. 学会等名 第22回代数曲面ワークショップZoom (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Integral Zariski decomposition on normal surfaces and its applications
3. 学会等名 Kinosaki algebraic geometry symposium 2020 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Extension theorem of morphisms from divisors on normal surfaces
3. 学会等名 Degenerations and models of algebraic varieties and related topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 On local signatures for holomorphic fibrations
3. 学会等名 Lefschetz Pencils and Low dimensional Topology (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Durfee-type inequality for complete intersection surface singularities
3. 学会等名 東大代数幾何学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Slope inequality for fibered surfaces and Durfee's conjecture for surface singularities
3. 学会等名 第20回代数曲面ワークショップ at 秋葉原 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Durfee-type inequality for complete intersection surface singularities
3. 学会等名 Younger generations in Algebraic and Complex geometry VI (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Durfee-type inequality for complete intersection surface singularities
3. 学会等名 代数曲面論とその周辺 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Uniform bases for ideal arrangements
3. 学会等名 Hessenberg集会2019 in Osaka (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 On local invariants for fibered surfaces
3. 学会等名 第17回代数曲線論シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 榎園 誠
2. 発表標題 Durfee-type inequality for complete intersection surface singularities
3. 学会等名 特異点論月曜セミナー
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------