

機関番号：32689

研究種目：新学術領域研究（研究課題提案型）

研究期間：2008～2010

課題番号：20200044

研究課題名（和文）デジタル解析学の構築

研究課題名（英文）Construction of Theory of Digital Analysis

研究代表者

山田 義雄（YAMADA YOSHIO）

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：20111825

研究成果の概要（和文）：本研究グループは離散数学、非線形微分方程式、情報理論、数値計算を専門とするメンバーから成り立っている。デジタル数学に関する基本理論・アイデアの共有と共通の問題意識を養うために「デジタル解析学セミナー」を組織した。このセミナーに離散数学、数理モデリング、情報理論、数値計算などの分野の最前線において活躍中の16名の研究者を講師として招いた。活発な研球討論を行うなかでデジタル解析に対し共通の理解を得るという目的を達成することができた。

研究成果の概要（英文）：Our research group is composed of scholars working in the areas of discrete mathematics, nonlinear differential equations, information theory and numerical computation. We have organized “Seminar on Digital Analysis” so that members can hold common understanding and insight on the fundamental theories and ideas of digital mathematics. As speakers of this seminar, we have invited 16 researchers who are highly active in the areas of discrete mathematics, mathematical modeling, information theory and numerical computation. We have succeeded in getting common understanding on digital analysis through exciting discussions in each lecture of the seminar.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	7,600,000	2,280,000	9,880,000
2009年度	7,100,000	2,130,000	9,230,000
2010年度	7,100,000	2,130,000	9,230,000
年度			
年度			
総計	21,800,000	6,540,000	28,340,000

研究分野：数物系科学および工学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学および応用物理学・工学基礎・工学基礎

キーワード：非線形現象、計算力学、デジタル系、情報理論、数値計算法、超離散化

1. 研究開始当初の背景

解析学は極限、連続性、微分可能性を前提とするマイクロ過程に基づく現象の解析には有効である。しかし、離散的なマクロ過程を想定する現象に対しては解析学の限界が現れることも多くなっている。その代りに、コ

ンピュータの発達に伴う離散的な数学モデルや理論の発展も著しい。例えば、微分方程式の数値計算法として差分法、有限要素法などの近似手法があり、数値解析学分野において厳密な近似理論が研究されてきた。ライフゲームに代表されるセルオートマトンは

すべての変数が離散的な完全デジタル系であり、生命系のシミュレーションなどマクロ過程を単純化するモデルとして利用されている。また、可積分系では超離散化手法と呼ばれる手法が提案され、可積分性を保ったままソリトン方程式を完全デジタル化することが可能となっている。

上述のような諸分野における離散系の研究はコンピュータの著しい発達とともに盛んになってきた。しかしながら、離散系数学の研究においては、従来の連続解析学の成果と相似な数学的構造などが見え隠れしているものの、まだ各論的な色彩が強く、まとまった形の学問分野として確立していないのが現状である。

そこで解析学の発展の歴史を踏まえつつ、従来の知識・成果を土台に、離散系のための解析学すなわちデジタル解析学をその基礎理論から統一的に構築するとともに、この新しい理論に基づく現象モデルを提案・検証する重要性が大きくなっている。

2. 研究の目的

当研究においては従来の解析学の成果をふまえた上で解析学のデジタル化およびその応用を目指す。主要テーマは以下のように大別される。

(i) 解析学のデジタル理論の構成

従来の無限小解析学は連続性の概念に基づいた枠組みで展開されていた。これを拡張し、離散系にも通用するような理論の再構築を行い、デジタル解析学の基礎を確立する。

(ii) デジタルモデルの構築と応用

(i) で得られた理論や手法をもとに物理・化学・生命・情報などの分野に現れる諸現象に対する新しいデジタル数理モデルの提案を行う。また提案されたモデルの有効性をコンピュータ実験等によって検証する。

(iii) デジタル証明手法の開発

連続系および離散系におけるデジタル証明理論、すなわちコンピュータ援用による厳密な数学的証明のための理論を開発する。精度保証付き数値計算等の従来の理論をさらに進化発展させ、汎用の証明ツールを開発する。

本研究では上に述べたように、数学的基盤が堅実で、かつ新規性に富んだデジタルモデルの提案を目指す。さらに、実用面からはデジタルモデルの工学的応用も考える必要がある。このため、数学系の解析学・応用数学の専門家、工学・情報系の専門家が集結連携し、分野横断的な研究を図った。

3. 研究の方法

デジタル解析学という新しい学問分野は確立されているわけではない。しかし、関連する離散数学、計画数学、情報理論、数理モ

デリングなど個々の研究分野において活躍している研究者は多い。これらの研究者を招き、ともに研究討論する場を設けるために「デジタル解析学セミナー」を2009年度から開始した。セミナーにおける講演者、講演タイトルなどは以下の通りである。

第1回 2009年7月22日(水)

野邊厚(大阪大学基礎工学研究科)

「超離散可積分系とトロピカル楕円曲線」

荻田武史(東京女子大学現代教養学部)

「線形問題の精度保証付き高精度数値計算法」

第2回 2009年9月11日(金)

小林学(湘南工科大学工学部)

「代数的誤り訂正符号とその復号」

矢崎成俊氏(宮崎大学工学部)

「移動境界問題とその数値計算について」

第3回 2009年10月19日(月)

山本野人(電気通信大学電気通信学部)

「精度保証付き数値計算と多倍長演算」

宇治野秀晃(群馬工業高等専門学校)

「可積分系の離散化とその『嗜好』」

第4回 2009年12月7日(月)

赤木剛朗(芝浦工業大学システム理工学部)

「3DCGのメッシュ簡略化アルゴリズムについて」

有村光晴(湘南工科大学工学部)

「デジタル情報の圧縮(ユニバーサル情報源符号化)について」

第5回 2010年1月27日(水)

増田哲(青山学院大学理工学部)

「パウルヴェ系の対称性と特殊解」

宮島信也(岐阜大学工学部)

「Numerical Inclusion for All Eigenvalues in Generalized Eigenvalue Problems」

第6回 2010年4月21日(水)

友枝明保(明治大学先端数理科学インスティテュート)

「車の渋滞現象とセルオートマトンモデル」

新家稔央(東京都市大学知識工学部)

「通信路符号化—Gallagerの誤り指数とその改善のためのいくつかの方法—」

第7回 2010年7月5日(月)

若狭徹(明治大学先端数理科学インスティテュート)

「接触抑制効果を考慮した腫瘍の数理モデル」

第8回 2010年9月17日(金)

遠藤靖典(筑波大学システム情報工学研究科)

「クラスタリングに関する研究の最近の動向」

第9回 2010年11月8日(月)

小川朋宏(電気通信大学情報システム学研究科)

「量子誤り訂正符号と量子秘密分散」

第 10 回 2011 年 1 月 21 日
笈三郎 (立教大学理学部)

「再帰方程式の逆超離散化の試み」

これまでのデジタル解析学セミナーでは企業の現場で活躍する研究者を講演者として招致することはまだ実現できていない。しかし、本セミナーは 2011 年度以降も継続する予定であり、その実現を図りたい。また、デジタル数学に関連する研究集会を計画していたが、実現できなかった点は残念である。

4. 研究成果

(1) 本研究において、離散数学、数理モデリング、情報理論、数値計算などの分野の研究最前線において活躍している研究者を「デジタル解析学セミナー」に招き、各研究テーマについて専門外の聴衆にもわかりやすい形での講演をお願いした。その結果、同一のテーマに対して、離散数学の立場、連続数学の立場あるいは数値計算の立場など多角的な側面からの研究討論・アプローチが可能となった。「デジタル解析学の構築」という共通の目標に対して、離散数学、数理モデリング、情報理論、数値計算分野の研究者が集まり、共同研究を行う上で、必要となる基本理論・情報の共有化は達成することができた。ただし、個別のテーマの中から新しいデジタル数学の理論を創り出すことの難しさも明らかになってきた。本研究での 3 年間の経験では、デジタル解析学を創造する上でふさわしい個別モデル・テーマがあり、そのテーマに対して新しい視点で取り組むことが、成功のカギになるのではないかと思われる。例えば、超離散化手法による連続方程式のデジタル化などがその 1 つと思われる。以下では、数理モデリング、離散数学、情報理論、数値計算の各分野における、当研究との関わりを中心に研究成果を述べる。

(2) 研究代表者の山田義雄は数理生態学、化学反応の数理モデル化とそこに現れる反応拡散方程式の解構造の研究を行った。とくに、生態学モデルにおいては、個体数密度に依存するような拡散効果を考えるのがより現実的である。この考えに基づいて提起された方程式系が cross-diffusion と呼ばれる非線形拡散を伴う反応拡散方程式系である。このシステムに対して、正值定常解が作る解集合の構造を調べるのが重要である。しかし、解析の手がかりを見出すのが難しいため、cross-diffusion 係数を無限大とすることにより、極限問題を導出し、この極限問題から情報を引き出すのがアイデアの 1 つである。今回、正值解の極限関数がみたす極限系を導くことに成功し、極限系の解析から手がかりを得るヒントが得られた。さらに、生物の侵入をモデルとする自由境界問題を定式化し、その解析を始めるとともに重要な数理科学的結

果を得ることができるようになった。この問題は、今後数値シミュレーションも援用しながら研究を続行しようと考えているが、離散数学の問題にも大きな関連があると思われる。

(3) 研究分担者の高橋大輔は超離散化手法にもとづく連続方程式のデジタル化手法、および max-plus 表現を利用したデジタル方程式の解析手法の構築を行った。まず、ソリトン方程式のロンスキー行列式による解の表現の超離散化を行い、それらがパーマネントの超離散化によって得られる超離散パーマネントの形式で表されることを導いた。さらに、その解の証明において必要となる超離散ブリュッカー関係式の導出を行い、部分的に成功した。次に、1+1 次元の 2 進多近傍セルオートマトンについて、マックスプラス表現によって方程式を表すことにより、非常に広いクラスで初期値問題を解くことが可能であることを解明した。これにより従来はパターン解析等のアドホックな方法で解析を行っていたセルオートマトンに対して、微積分学的手法のデジタル化とでも呼ぶべき手法の導入に成功した。

(4) 研究分担者の松嶋敏泰は情報分野において幾つかの数理モデルを構築し、そのモデルの有効性を検証した。具体的には、複数の送信者・受信者が存在する多端子情報理論の数理モデル、盗聴者が存在する通信路モデルにおいて安全性を考慮した通信理論の数理モデルに対して幾つかの拡張を行った。また、各通信モデルに対して、通信の効率や安全性に関する理論的な限界を幾つか導出するとともに、その具体的な限界値をコンピュータによる数値計算により求めるためのアルゴリズムを開発し、評価を行った。また、具体的にその限界を達成する、もしくは限界に近い性能を有する通信方式の設計を行った。

(5) 分担者の柏木雅英は、精度保証付き数値計算法に関して、コンピュータへの実装を考慮した新たな数値計算手法の開発を行ってきた。研究対象とした手法は、二重指数公式や複素解析を用いた高速精度保証付き自動積分法、種々の arithmetic を用いた連立常微分方程式に対する初期値問題の解法などである。

(6) 以上の (2)-(5) の研究によりデジタル解析学の個々の側面を支える重要な成果が得られた。しかし、個々の成果を総括してデジタル数理モデルに関する新数学理論を構築するには、まだまだ多くの課題が残されていることも事実である。これら将来の課題を解決すべく今後も研究活動を継続する必要がある。そのために、本研究課題のもと起ち上げた「デジタル解析学セミナー」は今後も続ける予定である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 22 件)

- (1) D. Takahashi, J. Matsukidaira, H. Hara and B. Feng: Max-plus analysis on some binary particle systems, Journal of Physics A, Vol. 44 (2011), 135102(21pp), 査読有
- (2) H. Nagai and D. Takahashi: Ultra-discrete Plücker relation specialized for soliton solutions, Journal of Physics A, Vol. 44 (2011), 095202(18pp), 査読有
- (3) 柏木 啓一郎、柏木 雅英: 平均値形式とアフィン演算を用いた常微分方程式の精度保証法、日本応用数理学会論文誌、21 巻、2011 年、pp. 37-58、査読有
- (4) 吉田隆弘、松嶋敏泰、今井秀樹: 複数の鍵配送センターを用いたランプ型鍵事前配布方式、電子情報通信学会論文誌 A、93 巻、2010 年、pp. 277-288、査読有
- (5) 長井秀友、高橋大輔: 超離散 Plücker 関係式を用いたソリトン解の証明について、京大数理解析研究所講究録、1700 巻、2010 年、pp. 132-145、査読有
- (6) 野村亮、吉田隆弘、松嶋敏泰: KL 情報量を制約とした Resolvability 問題における達成可能条件の評価、電子情報通信学会論文誌 A、93 巻、2010 年、pp. 216-221、査読有
- (7) Y. Ukita, T. Matsushima and S. Hirasawa: Estimation of the effects in the experimental design using Fourier transforms, IEICE Transactions, Fundamentals, Vol. 93-A (2010), pp. 2077-2082, 査読有
- (8) S. Horii, T. Matsushima and S. Hirasawa: A note on the branch-and-cut approach to decoding linear block codes, IEICE Transactions, Fundamentals, Vol. 93-A (2010), pp. 1912-1917, 査読有
- (9) Y. Ukita, T. Saito, T. Matsushima and S. Hirasawa: A note on a sampling theorem for functions over $GF(q)^n$ domain, IEICE Transactions, Fundamentals, Vol. 93-A (2010), pp. 1024-1031, 査読有
- (10) H. Nagai and D. Takahashi: Bilinear equations and Bäcklund transformation for generalized ultradiscrete soliton solution, Journal of Physics A, Vol. 43 (2010), 375202 (13pp), 査読有
- (11) K. Kuto and Y. Yamada: Positive solutions for Lotka-Volterra competition systems with large cross-diffusion, Applicable Analysis, Vol. 89 (2010), pp. 1037-1066, 査読有
- (12) 野村亮、松嶋敏泰: 多端子情報理論に基づくセンサネットワークのモデル化と信頼度評価、情報処理学会論文誌: 数理モデル

化と応用、3 巻、2010 年、pp.13-24、査読有
(13) K. Kuto and Y. Yamada: Coexistence problem for a prey-predator model with density-dependent diffusion, Nonlinear Analysis, TMA, Vol. 71 (2009), pp. e2223-e2232, 査読有

(14) R. Nomura, T. Matsushima and S. Hirasawa: On the condition of ϵ -transmissible joint source-channel coding for general sources and general channels, IEICE Transactions, Fundamentals, Vol. 92-A (2009), pp. 2936-2940, 査読有

(15) Y. Yamada: Global solutions for the Shigesada-Kawasaki-Teramoto model with cross-diffusion, Recent Progress on Reaction-Diffusion Systems and Viscosity Solutions, 2009, pp. 282-299, 査読無

(16) K. Kuto and Y. Yamada: Limiting characterization of stationary solutions for a prey-predator model with nonlinear diffusion of fractional type, Differential and Integral Equations, Vol. 22 (2009), pp. 725-752, 査読有

(17) R. Nomura and T. Matsushima: On precise achievable conditions in resolvability problem based on the asymptotic normality, Far East Journal of Electronics and Communications, Vol. 3 (2009), pp. 85-99, 査読有

(18) D. Takahashi and J. Matsukidaira: On a discrete optimal velocity model and its continuous and ultradiscrete relatives, JSIAM Letters, Vol. 1 (2009), pp.1-4, 査読有

(19) 安井謙介、須子統太、松嶋敏泰: 拡張された有本-Blahut アルゴリズムの大域的収束性について、電子情報通信学会論文誌 A、91 巻、2008 年、pp. 846-860、査読有

(20) 須子統太、松嶋敏泰、平澤茂一: 外れ値データの発生を含む回帰モデルに対するベイズ予測アルゴリズム、情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用、1 巻、2008 年、pp. 17-26、査読有

(21) 柏木 啓一郎、宮島 信也、柏木 雅英: GPU を利用した非線形方程式の並列全解探索法、日本応用数理学会論文誌、18 巻、2008 年、pp. 347-362、査読有

(22) Y. Yamada: Positive solutions for Lotka-Volterra Systems with cross-diffusion, Handbook of Differential Equations, Stationary Partial Differential Equations, Vol. 6 (2008), pp. 411-501, 査読有

[学会発表] (計 33 件)

(1) 高橋大輔: 0 と 1 をつなぐ数学、第 9 回現象数理若手シンポジウム、2011 年 2 月 22 日、明治大学

- (2) Yoshio Yamada: On limit systems for some population models with cross-diffusion, Workshop on PDE Models of Biological Processes, 2010年12月17日、国立理論科学センター、新竹、台湾
- (3) Daisuke Takahashi: Max-plus analysis of digital particle system, The 7th International Conference on Differential Equations and Dynamical Systems, 2010年12月16日、南フロリダ大学、アメリカ
- (4) 松嶋敏泰: Universal coding under unknown alphabet, 第33回情報理論とその応用シンポジウム、2010年12月3日、信州松代ロイヤルホテル、長野県
- (5) Daisuke Takahashi: Observing digital and analogue, dream it, Nonlinear Analysis and Integrable Systems, 2010年11月19日、龍谷大学セミナーハウス、京都
- (6) 高橋大輔: デジタル粒子モデルの漸近展開について、研究集会「非線形波動研究の新たな展開—現象とモデル化—」、2010年10月30日、九州大学応用力学研究所
- (7) Y. Ukita and T. Matsushima: A note on estimation of the effects in the experimental design using Fourier transforms, 電子情報通信学会ソサイエティ大会、2010年9月14日、大阪府立大学
- (8) R. Nakamura and T. Matsushima: On the overflow probability of lossless codes with side information, 2010 IEEE International Symposium on Information Theory, 2010年6月15日、テキサス州、アメリカ
- (9) Daisuke Takahashi: On some ultra-discrete system, Symmetry Plus Integrability 2010, 2010年6月14日、テキサス州、アメリカ
- (10) Yoshio Yamada: Lotka-Volterra competition systems with cross-diffusion and related problems, Nonlinear Evolutionary PDEs and Their Equilibrium States, 2010年6月12日、早稲田大学
- (11) Daisuke Takahashi: On some particle systems and ultradiscretization, The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2010年5月28日、ドレスデン工科大学、ドイツ
- (12) R. Nomura and T. Matsushima: On the overflow probability of fixed-to-variable length codes with side information, Data Compression Conference, 2010年3月25日、Snowbird, Utah, アメリカ
- (13) Yoshio Yamada: Mathematical analysis of SKT model in population biology, The 2nd Nagoya Workshop on Differential Equations, 2010年3月15日、名古屋大学
- (14) S. Horii, T. Matsushima and S. Hirasawa: A note on the branch-and-cut approach to decoding linear block codes, International Workshop on Nonlinear Circuits Communication and Signal Processing, 2010年3月4日、Waikiki, Hawaii, アメリカ
- (15) Daisuke Takahashi: Traffic congestion models and ultradiscretization, 日中可積分系国際会議(CJJWIS), 2010年1月7日、紹興、中国
- (16) T. Saito, Y. Ukita, T. Matsushima and S. Hirasawa: A linear programming bound for unequal error protection codes, 第32回情報理論とその応用シンポジウム、2009年12月3日、山口
- (17) 堀井俊佑、松嶋敏泰、平澤茂一: 分枝カット法に基づいた線形符号の復号法に関する一考察、第32回情報理論とその応用シンポジウム、2009年12月3日、山口
- (18) D. Koizumi, T. Matsushima and S. Hirasawa: On the hyper-parameter estimation of time varying Poisson model for Bayesian WWW traffic forecasting, 2nd International Workshop of the European Research Consortium on Infomatics and Mathematics, Working Group on Computing & Statistics, 2009年10月29日、Limassol, キプロス
- (19) Y. Ukita, T. Saito, T. Matsushima and S. Hirasawa: A note on the relation between a sampling theorem for functions over a $GF(q)^n$ domain and linear codes, 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 2009年10月11日、San Antonio, Texas, アメリカ
- (20) 長井秀友、高橋大輔: 超離散ソリトン解から導かれる関係式について、日本応用数学会年會、2009年9月28日、大阪大学豊中キャンパス
- (21) 中村伸也、高橋大輔: 超離散 hungry Lotka-Volterra 方程式の周期位相ソリトン解について、日本応用数学会年會、2009年9月28日、大阪大学豊中キャンパス
- (22) Yoshio Yamada: Limiting behavior of positive steady state solutions for the Lotka-Volterra competition with large cross-diffusion, JSPS-DFG Seminar, 2009年9月7日、ミュンヘン工科大学、ドイツ
- (23) Y. Maeda, H. Yoshida and T. Matsushima: A note on theoretical limit of type-I hybrid selective-repeat ARQ with finite receiver buffer, 10th International Symposium on Communication Theory and Applications, 2009年7月13日、Ambleside, Lake District, イギリス
- (24) 高橋大輔: 超離散化で理解するデジタル系、芝浦工業大学談話会、2009年7月3日、

芝浦工業大学大宮校舎

(25) Yoshio Yamada: On a certain class of population models with nonlinear diffusion, 6th European Conference on Elliptic and Parabolic Problems, 2009年5月25日、ガエタ、イタリア

(26) 高橋大輔: 超離散化で見える構造、第4回 離散幾何解析セミナー、2009年5月14日、京都大学

(27) Masahide Kashiwagi: Accurate IVP solver using Affine arithmetic and power series arithmetic, International Workshop on Numerical Verification and its Applications 2009, 2009年3月22日、宮古、沖縄

(28) T. Saito, T. Matsushima and S. Hirasawa: A Note on automatic construction algorithms for orthogonal designs of experiments using error-correcting codes, Pre-ICM International Convention on Mathematical Sciences, 2008年12月19日、デリー、インド

(29) R. Nomura, T. Matsushima and S. Hirasawa: On the condition of ϵ -transmissibility in the joint source-channel coding for mixed sources and mixed channels, 2008 International Symposium on Information Theory and Its Applications, 2008年12月10日、オークランド、ニュージーランド

(30) 高橋大輔: 微分-差分-超離散 0V モデルについて、研究集会「非線形波動の数理と物理」、2008年11月8日、九州大学応用力学研究所

(31) N. Yamanaka, T. Ogita, M. Kashiwagi, N. Yamamoto and S. Oishi: Fast verified automatic integration over finite interval, The NIMS 2008 Conference & The 4th East Asia SIAM Conference, 2008年10月10日、デジョン、韓国

(32) 浮田善文、松嶋敏泰、平澤茂一: 実験計画法における効果の推定の計算量削減に関する一考察、第31回情報理論とその応用シンポジウム、2008年10月8日、栃木

(33) 高橋大輔: 離散と連続は合わせ鏡、日本数学会秋季総合分科会、2008年9月26日、東京工業大学

[その他]

ホームページ等

<http://digitalanalysis.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山田 義雄 (YAMADA YOSHIO)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 20111825

(2) 研究分担者

高橋 大輔 (TAKAHASHI DAISUKE)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 50188025

松嶋 敏泰 (MATSUSHIMA TOSHIYASU)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 30219430

柏木 雅英 (KASHIWAGI MASAHIDE)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 00257247

(3) 連携研究者

西田 孝明 (NISHIDA TAKAAKI)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 70026110

大石 進一 (Oishi Shin'ichi)

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号: 20139512