

機関番号：13801
 研究種目：基盤研究（B）
 研究期間：2008～2010
 課題番号：20300262
 研究課題名（和文） 数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究
 研究課題名（英文） Comprehensive Study on Literacy in Mathematics Education through Systemic Approach
 研究代表者
 長崎 栄三（NAGASAKI EIZO）
 静岡大学・大学院教育学研究科・教授
 研究者番号：50141982

研究成果の概要（和文）：数学的リテラシーについて、その研究の動向と特質、理論的な位置付け、構成要素、個人の様相、カリキュラム、教師のあり方、社会での保持・発展について論じた。そこでは、数学的リテラシーの特性として、人間の生涯を視野におくこと、現在における自己実現と未来のための準備、多様な文化を総合すること、という3つの重要な視点を示した。そして、数学的リテラシーは、特に我が国の高等学校の数学教育を再考する上で鍵となることを指摘した。

研究成果の概要（英文）：This paper discusses mathematical literacy, namely, its research trends and characteristics, theoretical positioning, structural elements, individual's aspects, curriculum, teacher, and retention and development in society. In the discussion, three important viewpoints: 1) thinking about learning as a lifelong activity, 2) preparation for future endeavors and enjoyment of learning, and 3) integration of academic cultures. were shown. And mathematical literacy would be key for reconsideration of secondary high school in Japan was pointed out.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	5,000,000	629,568	5,629,568
2009年度	3,600,000	1,080,000	4,680,000
2010年度	5,600,000	1,680,000	7,280,000
年度			
年度			
総計	14,200,000	3,389,568	17,589,568

研究代表者の専門分野：数学教育学

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学・科学教育

キーワード：自然科学教育、科学リテラシー、数学的リテラシー

1. 研究開始当初の背景

現在の日本の数学教育にとって、児童・生徒・学生のみならず成人の数学離れは緊急の課題である。しかしながら、この課題は数学教育に留まらず、より大きな課題に結びついている。地球は現在、その持続可能性が問わ

れており、さらに、そのもとで、民主的な社会を形成することが求められている。このような持続可能な民主的社会的形成にとって科学技術の果たす役割は大きい。その科学技術において、数学は、科学技術の言葉として、また、問題解決の道具として、必要不可欠な

地位を占めている。つまり、将来の成人にとって、数学の知識や考え方などは、個人の自己実現とともに、豊かな社会の形成にとっても必要不可欠なのである。このような「すべての人が持って欲しい数学の知識、能力、考え方など」を「数学教育におけるリテラシー」または数学的リテラシーと呼ぶことにする。

他方、現在においては、教育はその構成要素が独自の機能を持ちつつ互いに影響し合っていることを理解することが重要な視点となっている。学校教育は、社会教育、家庭教育と互に影響し合っている。また、国際的には、学校教育は、意図・実施・達成の3層のカリキュラムによって考察されることも多くなってきている。さらに、教育におけるカリキュラム自身が、教育目的、教育目標、教育内容、教育方法、教育評価という互いに独自の役割を持つが密接に関連した構成要素から成っていることは知られている。つまり、システミックにアプローチすることが、教育の課題を考える上では重要である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、数学教育におけるリテラシーについてシステミックに考察することにある。具体的には、次の通りである。

- (1) 数学教育学の中に数学的リテラシー論を理論的に位置付けること。
 - (2) 数学教育学の立場から数学的リテラシーの構成要素を明らかにすること。
 - (3) 個人の生涯における数学的リテラシーの様相のモデルを考案すること。
 - (4) 学校において数学的リテラシーを育成するためのカリキュラムの枠組みを構成すること。
 - (5) 学校において数学的リテラシーを育成する教師のあり方を明らかにすること。
 - (6) 社会で一般人が数学的リテラシーを保持・発展させる枠組みを構成すること。
- これらの研究成果をもとに、日本における数学的リテラシーの育成のあり方について総合的に提言を行なう。

3. 研究の方法

研究計画・方法については、3年間の研究期間を念頭において、研究代表者・分担者に、研究協力者として小中高校等の数学教育関係者を加え、約30名の研究組織とする。

各年度の研究計画・方法を次の通りとする。

(1) 第1年次

数学的リテラシーの数学教育学の立場に立った概念化と構成要素を検討する。また、個人の様相のモデルを検討する。さらに、社会における数学の位置付けや社会における数学的リテラシーの保持・発展の方法を検討するために、科学技術リテラシー等の専門家・実践家を招待して討議を行なう。

(2) 第2年次

数学的リテラシーの概念化、構成要素、個人モデルを継続的に検討するとともに、学校教育での数学的リテラシー育成のためのカリキュラムを分析し、実験授業を検討するとともに、数学的リテラシー育成のための方策に関する調査（教師、科学館、メディア）の計画を立てる。また、科学技術リテラシー等の専門家・実践家を招待して討議を行なう。

(3) 第3年次

数学的リテラシーの概念化を継続的に検討しそれをもとに全体像の体系化を図るとともに、実験授業を実施・分析し、数学的リテラシー育成のための方策に関する調査を実施・分析する。また、科学技術リテラシー等の専門家・実践家を招待して討議を行なう。これらを合わせて、数学的リテラシーについてまとめる。

4. 研究成果

2008年度からの3年間、数学的リテラシーに関して、哲学的研究、歴史的研究、比較的研究など多方面から検討を行った。その間、数学的リテラシー育成のための方策に関して、高校教師、科学系博物館を対象に調査を行うとともに、学校において授業研究を行い、そして、メディア関係者に意見を求めた。

また、数学的リテラシーをより広い文脈で考察するために、数学教育の外側の多様な方々、すなわち、科学博物館やバイオカフェに携わる科学教育研究者、人間科学研究者、科学哲学研究者、数学研究者、技術科教育研究者と討議をした。さらに、本研究の代表者・分担者は、日本数学教育学会、日本科学教育学会等において報告・討議を行った。

これらの研究をもとに報告書をまとめた。ここでは、この報告書の内容をもとに、研究成果をまとめる。研究成果は、おおむね次の7点にまとめられる。数学的リテラシーに関する、研究の動向と特質、理論的な位置付け、構成要素、個人の様相モデル、カリキュラム、教師のあり方、社会での枠組み。各項目毎の研究成果は、次の通りである。

(1) 数学的リテラシーの研究の動向と特質

①我が国の数学的リテラシー研究の動向

我が国の数学的リテラシーの研究は、1970年以降、個人的色彩が強く抽象的であり、2000年以降はOECD/PISAの影響を強く受けていた。その後、2005年以降、数学的リテラシーは新たな研究的視座をもって様々な取り組みがなされてきている。そこでは、数学的リテラシーが数学教育研究の新たな研究領域として確立し、数学的リテラシーという視座から数学教育学の構築を目指し、包括的な議論がなされるようになってきている。

②数学的リテラシー研究の特質

諸外国の動向をも踏まえて、数学的リテラシー研究の特質として、学際性、独自性、理論と実践の接続、の3点が挙げられた。

(2) 数学教育学における数学的リテラシー論の理論的な位置付け

① 数学的リテラシーの意義

1) 数学的リテラシーの概念

リテラシーは、教育目標として、歴史的に、教養としてのリテラシー、識字としてのリテラシー、そして、現代の、リテラシーとしての智、として概観することができる。

数学的リテラシーは、アメリカで1944年に中等数学教育の目標として使われた。我が国では、数学的教養が1955年に高校数学の目標として掲げられ、その後、高校の大衆化が進む中で、1983年に数学者が大多数の生徒のための数学的リテラシーを主唱した。

現在の数学的リテラシーの概念には多義性があるものの、現在の教育状況を変える新たな視点として、次のことが込められていると考えられる。a. すべての人が身に付けるものである。b. 知識と能力の両面からなり、態度や価値観も含まれる。c. 社会に出て使えるようになっているものである。

2) 現代人の要請としての数学的リテラシー

現代人に数学的リテラシーが要請される要因として、我が国の状況から、学校で学んだことが社会に出ると身に付いていない、社会に出ると学校で学んだことでは十分ではないことが挙げられた。そして、数学教育学の研究からは、知識基盤社会における数学化された社会に生きる脱数学化された個人、という視点が提起された。

3) 社会の要請としての数学的リテラシー

現代社会の要請としての数学的リテラシーについて、現代社会からの要請：高度情報技術社会・生涯学習社会、将来からの要請：持続可能で民主的な社会、我が国の数学教育の現状からの要請：学ぶ意味を共有した社会、という3つの視点が示された。

また、社会において生きて働く知識としての数学的リテラシーを考えるために、安全で安心して生活を送る、職業人として生活していく、家族と地域社会において生活していく、という3つの視点も示された。

4) 誰のための数学的リテラシー

数学的リテラシーの考察においては、「すべての人のため」ということの検討が必要であることが提起されるとともに、異なる立場からは、例えば、構成者、操作者、消費者という3者に求められる数学的リテラシーがそれぞれ考えられるということも示された。

② 数学的リテラシーの基盤

1) 数学教育学の立場

数学教育学の立場からは、数学的リテラシーの基盤として、教育の自由、中等数学教育

を支える健全な思想的基盤、多領域にわたる学問としての数学教育学などが示された。

2) 人間科学の立場

人間科学からの立場からは、ヒトとチンパンジーなどとの対比から、ヒトは共同行為とそれを支える認知メカニズムとしての同情や共感が特徴であることなどが示された。

3) 科学哲学の立場

科学哲学の立場からは、科学のディマーケーション問題に対する歴史的な展開をもとに、科学は可謬的であり、歴史的な産物であることなどが示された。

4) 数学の立場

数学の立場からは、数学がその歴史的発展と応用の両面から概観されたあとで、数学は他の科学分野に比べて非常にタイムスケールが長いことなどが示された。

③ 数学的リテラシーの特性

1) 数学的リテラシーの一般的な特性

数学的リテラシーには、数学教育において、人間の生涯を視野におくこと、現在における自己実現と未来のための準備、多様な文化を総合すること、という3つの一般的な特性があることが示された。

2) 数学的リテラシーの実際的な特性

数学的リテラシーには、数学教育において、子どもが数学的活動によって具体的事象と相互作用をすること、すべての子どもが算数・数学に協働で取り組むこと、算数・数学は諸教科と協働で取り組むこと、という3つの実際的な特性があることが示された。

(3) 数学教育学の立場から捉えた数学的リテラシーの構成要素

① 数学的リテラシーの構成要素を明らかにする枠組

1) 人間・社会と数学的リテラシー

数学的リテラシーの構成要素を明らかにする枠組として、数学と社会との文化的融和や、社会からの要請（現代社会からの要請、将来からの要請、我が国の数学教育の現状からの要請）が示された。

2) 数学の方法・概念

数学的リテラシーの構成要素を明らかにする枠組として、数学の方法と概念が示された。また、それらは数学教育の人間形成的・実用的・文化的目的からも見ることができた。また、数学の方法としては、「算数・数学の力」が注目された。なお、数学の概念については、現在の中学校から高校の数学内容にわたるものとして検討された。

② 各学校段階における数学的リテラシー

数学的リテラシーの構成要素について、小学校算数、中学校数学、高校数学のそれぞれの立場から考察され、特に数学の方法に関わる面が強調された。

③ 方法への着目

1) 総論

数学的リテラシーの構成要素を数学の方法から考える視点として、考える過程で使われている数学の方法が強調され、そのような具体例として、算数・数学の力(生み出す力、使う力、表す力、考え合う力)が示された。

2) 方法の具体論

方法の具体論として、批判的思考、数学的モデル化、統計的思考、メタ認知・自己評価、価値観に基づく意思決定などが示され、特に、批判的思考は、数学教育の必要不可欠な方法として小中高校での育成が強調された。

(4) 個人の生涯における数学的リテラシーの様相のモデル

①生涯の各段階に応じる数学的リテラシー

生涯の各段階に応じる数学的リテラシーとして、国立科学博物館の科学リテラシーを参考に、ひとづくり(青少年期)、親づくり(社会人基礎:20才)、家庭人づくり(社会人実践)、顔づくり(社会人成熟:40才)、喜びづくり(人間人:60才)、という数学的リテラシーの観点に沿ったモデル案が示された。

②個人が生涯の様々な場面で用いる算数・数学の方法

個人の生涯における数学的リテラシーの様相について、成人が読む書物の事例的な分析結果などから、そこで使われる数学の概念よりも方法に着目した。その上で各世代が読む書物等を分析することで、個人が生涯の様々な場面で用いる算数・数学の方法について考察した。その結果、多くの場面で、前提をもとに確かめる、関係づけて考える、現実の問題を数学の問題に直す、感覚的・概括的に判断する、式・表・グラフ・図などをよむなどの方法が必要とされることが示された。

(5) 学校において数学的リテラシーを育成するためのカリキュラム

①カリキュラムの構成

1)カリキュラム構成の原理

学校において数学的リテラシーを育成するための算数・数学のカリキュラムの構成原理として、人間・社会・文化における課題による構成、数学的能力の可視化、全体的な関連付けと俯瞰、諸教科教育の協働の4点が示された。また、その学習指導時期は、基本的には義務教育であるとしつつも高校における教育の重要性も指摘され、小中高を見通したカリキュラムの必要性が指摘された。

2)中等数学教育のカリキュラムあり方

中等数学教育のカリキュラムについては、オランダの中等数学教育との比較分析から、日常生活や実社会における事象において初等的な数学を洗練した仕方を使うという視点や、思慮深い市民の育成に配慮した学校数学の教育課程の必要性が示された。

3)長期にわたる努力を

学校においては、アメリカのプロジェクト2061を例にとり、長期にわたる多様な努力が必要なことが指摘された。

②単元構成のあり方

数学的リテラシーを育成するための単元構成のあり方として、複合ユニットを中心とした単元構成と既習事項・教科横断的扱いを取り入れた単元構成が示された。いずれも、実世界の題材に関連した単元となっている。

③学習課題のあり方

数学的リテラシーを育成するための学習課題のあり方として、身近だと思ふこと・興味を持てること、日常生活の活用、多様な考えが出る教材などが示された。

④学習指導過程のあり方

数学的リテラシーを育成するための学習指導過程のあり方として、考える過程を大切にすること、数学的活動を重視すること、数学的モデリングの過程を取り入れることなどが示された。

⑤学習指導の手だてのあり方

数学的リテラシーを育成するための学習指導の手だてのあり方として、「予想」や「比較」を取り入れること、発表・話し合いを取り入れること、疑問を追究させる場を取り入れることなどが示された。

⑥評価

数学的リテラシーを育成するための評価のあり方として、学習活動と自己評価の一体化、自己評価を重視することなどが示された。

(6) 学校において数学的リテラシーを育成する教師のあり方

①自らが算数・数学を好きになる

学校において数学的リテラシーを育成するには、教師が、自ら算数・数学を好きになることが必要であることが確認された。

②子どもたちの何のために学ぶのかという問いかけに答えられる

教師は、学校において数学的リテラシーを育成するためには、子どもに算数・数学の面白さや算数・数学の意味についての説明をすること、算数・数学の間接的な利点を社会生活と結びつけて意識させること、子どもに算数・数学はあとになって効いてくることを伝えることなど、子どもたちの算数・数学を何のために学ぶのかという問いかけに答えることの重要性が指摘された。

③算数・数学の深い理解

教師は、学校において数学的リテラシーを育成するためには、算数・数学の深い理解が求められるが、特に現教育課程との関係で、統計の理解を深める必要性が強調された。

④学習指導の課題への向き合い方

教師は、学校において数学的リテラシーを育成するためには、学習指導の課題にきちんと

と向かい合うことが強調された。

(7) 社会で一般人が数学的リテラシーを保持・発展させる枠組み

社会で一般人が数学的リテラシーを保持・発展させる枠組みは、現在の数学教育にはほとんどなく、科学教育から学ぶところが多い。ここでは、バイオカフェの経験に基づいたサイエンスコミュニケーションと、学校と科学系博物館との連携などをまとめた。

①サイエンスコミュニケーションのあり方

サイエンスコミュニケーションのあり方として、サイエンスコミュニケーションの必要性、リテラシーとコミュニケーションの相互関係、市民が求めるコミュニケーション、コミュニケーションにおける研究者と市民の協働などが指摘された。

②サイエンスコミュニケーションの方法

コミュニケーションにおいては、参加者の声を傾聴することの重要性、ファシリテーターの重要性、そして、ファシリテーターによるコミュニケーションにおける言葉の重要性などが示された。

③学校と科学系博物館の連携

学校と科学系博物館との直接的な連携（展示案内、体験活動、移動博物館、アフタースクール活動、ミュージアムスクールなど）と間接的な連携（教員研修後に教員が引率など）、学校が科学系博物館を利用する学習のあり方、学校と科学系博物館をつなぐ人のあり方などが示された。

④科学系博物館のライフスパンを考えた科学リテラシー

国立科学博物館が作成したライフスパンを考えた科学リテラシーでは、小学校、幼児から低学年、それから小学校の高学年から中学校、高校、高等教育機関、子育て、壮年期、熟年、高齢期にわたる科学リテラシーのモデルが示された。

⑤「市民の数学」モデルの提示

「市民の数学」モデルの観点として、人生を豊かにする数学、公開講座などでの教材の観点、楽しさ、が示された。

(8) 我が国においては、数学的リテラシーに関する総合的な研究は、これまでに「科学技術の智」プロジェクトによって主として数学者の立場から行われており、2008年3月にその報告書が公表されている。そこでは、数学の世界として数学の概念と方法が示され、さらに言語としての数学が強調されている。本研究は、それに対して、数学教育学者の立場から行われており、数学的リテラシー研究を数学教育学の中の目標論に位置づけ、数学的リテラシーとしては数学の概念の習得だけではなく数学の方法・能力の習得にも妥当な位置を与え、とりわけ批判的思考や数学的モデ

ル化に着目している。さらに、学校教育における算数・数学の学習指導との関係や、学校外のコミュニケーション活動や学校と科学系博物館との連携も視野に入れている。また、数学的リテラシーの国際的な研究であるOECD/PISAの実用的な数学的リテラシーを視野に入れつつも、より大きな人間的・文化的な側面をも視野に入れている。

数学教育学の中で数学的リテラシーを考慮することは、数学的リテラシーの一般的な特性として挙げた、数学教育において、人間の生涯を視野におくこと、現在における自己実現と未来のための準備、多様な文化を総合すること、という3つの視点から、これまでの数学教育を見直し再構成することを求めることになる。このような視点は、特に我が国の高校の数学教育を再考する上で鍵となることが、カリキュラム論などで中等数学教育への具体的な言及で明らかにされた。

今後は、本研究で示された数学的リテラシーの継続的な修正と具体化のために、数学的リテラシーの考えについて多くの関係者と対話をしたり、学校における算数・数学の学習指導との関連を密にした実践研究を行ったり、さらに、個人の数学的リテラシーの様相モデルや学校外における数学的リテラシーの保持・発展のあり方をより実証的に追究をすることが必要である。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計14件）

①長崎栄三, 科学技術リテラシーの発展に向けた数学教育・理科教育・技術教育の協働, 査読なし, 日本科学教育学会年会論文集, 34, 2010, 73~74

②長崎栄三, 数学教育学研究への問いかけ—数学的リテラシー論に内在するもの—, 査読なし, 日本数学教育学会論文発表会発表集録, 43, 2010, 1~6

③岩崎秀樹・服部裕一郎, 数学的リテラシーの提起する課題と展望—中等数学教育における一つの試み—, 査読なし, 日本数学教育学会論文発表会発表集録, 43, 2010, 7~12

④清水美憲, 数学的リテラシー論の立場からの学校数学の目標の再考—初等教育における数学的リテラシーの「原型」の検討—, 査読なし, 日本数学教育学会論文発表会発表集録, 43, 2010, 13~18

⑤長崎栄三, 人間・社会にとっての算数・数学：何のための数学的リテラシー論か, 査読なし, 日本科学教育学会年会論文集, 33, 2009, 115~118

⑥長崎栄三, 人間の生涯を視野においた算数・数学教育：数学的リテラシー論の展望,

査読なし，日本数学教育学会論文発表会発表集録，42，2009，20～25

⑦岩崎秀樹，リテラシーから見える数学教育学の課題：中等教育段階における背景的理念，査読なし，日本数学教育学会論文発表会発表集録，42，2009，32～37

⑧清水美憲，今日的数学的リテラシー論の特質と学校数学の課題，査読なし，日本数学教育学会論文発表会発表集録，42，2009，26～31

⑨長尾篤志，高等学校の新しい学習指導要領数学編と数学的リテラシー，査読あり，日本科学教育学会誌，32，4，2008，274～281

⑩清水美憲，今日的数学的リテラシー論からみた学校数学の現状と課題，査読あり，日本科学教育学会誌，32，4，2008，321～329

⑪長崎栄三・斉藤萌木・阿部好貴，科学的リテラシーに関する年表，査読あり，日本科学教育学会誌，32，4，2008，340～348

⑫瀬沼花子，PISAにおける数学的リテラシーについて，査読あり，日本科学教育学会誌，32，4，2008，358～365

⑬岩崎秀樹・阿部好貴・山口武志，知識基盤社会における数学的リテラシーの課題と展望，査読あり，日本科学教育学会誌，32，4，2008，366～377

⑭阿部好貴，数学的リテラシー育成の方向性に関する一考察，査読あり，日本科学教育学会誌，32，4，2008，406～413
〔学会発表〕（計1件）

①Nagasaki Eizo, Mathematical Literacy to Live with Affluent Mind in 21st Century With Project “Science for all”, The 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education, 2010. 8. 20, オリンピック記念青少年総合センター（東京）
〔図書〕（計1件）

①長崎栄三編，数学教育におけるリテラシーについてのシステミック・アプローチによる総合的研究《人間の生涯を視野においた算数・数学教育》，静岡大学科研報告書，2011，320頁

6. 研究組織

(1) 研究代表者

長崎 栄三 (NAGASAKI EIZO)
静岡大学・大学院教育学研究科・教授
研究者番号：50141982

(2) 研究分担者

瀬沼 花子 (SENUMA HANAKO)
玉川大学・教育学部・教授
研究者番号：30165732
長尾 篤志 (NAGAO ATSUSHI)
国立教育政策研究所・教育課程研究センター研究開発部・教育課程調査官

研究者番号：00353392

岩崎 秀樹 (IWASAKI HIDEKI)
広島大学・大学院教育学研究科・教授・
研究者番号：50116539

太田 伸也 (OHTA SHINYA)
東京学芸大学・自然科学系・教授
研究者番号：50322920

大谷 実 (OHTANI MINORU)
金沢大学・人間社会研究域・学校教育系・
教授

研究者番号：50241758
國宗 進 (KUNIMUNE SUSUMU)
静岡大学・教育学部・教授

研究者番号：50214979
國本 景亀 (KUNIMOTO KEIYUU)
高知大学・教育研究部・人文社会科学系・
教授

研究者番号：10144792
重松 敬一 (SHIGEMATSU KEIICHI)
奈良教育大学・教育学部・教授

研究者番号：40116281
清水 美憲 (SHIMIZU YOSHINORI)
筑波大学・大学院人間総合科学研究科・教
授

研究者番号：90226259
相馬 一彦 (SOUMA KAZUHIKO)
北海道教育大学・旭川校・教授

研究者番号：40261367
二宮 裕之 (NINOMIYA HIROYUKI)
埼玉大学・教育学部・准教授

研究者番号：40335881
日野 圭子 (HINO KEIKO)
宇都宮大学・教育学部・准教授

研究者番号：70272143
山口 武志 (YAMAGUCHI TAKESHI)
鹿児島大学教育学部・准教授

研究者番号：60239895

(3) 研究協力者

久保 良宏：北海道教育大学・旭川校

熊倉 啓之：静岡大学教育学部

近藤 裕：奈良教育大学・教育学部

滝井 章：國學院大學・人間開発学部

西村 圭一：国立教育政策研究所

松元 新一郎：静岡大学・教育学部

阿部 好貴：広島大学附属中・高等学校

牛場 正則：足立区立栗島中学校

上田 雅也：甲府市立里垣小学校

小田 友美：杉並区立杉並第七小学校

島崎 晃：所沢市立小手指小学校

島田 功：成城学園初等学校

清水 壽典：平塚市立大野小学校

藤森 章弘：浜松日体中・高等学校

望月 美樹：甲府市立北中学校

松島 充：浜松市立北小学校

日下 勝豊：世田谷区立花見堂小学校

佐藤 裕二：横浜市立豊岡小学校

鶴岡 武臣：世田谷区立給田小学校