

自己評価報告書

平成23年 5月11日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2008～2012

課題番号：20340003

研究課題名(和文)

多重ゼータ関数の解析的構造と数論的性質

研究課題名(英文)

Analytic structures and arithmetic properties of multiple zeta-functions

研究代表者

松本 耕二 (KOHJI MATSUMOTO)

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：60192754

研究分野：整数論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：多重ゼータ関数、多重L関数

1. 研究計画の概要

近年急速に進展しつつある多重ゼータ関数の理論に対して、解析的な手法やルート系の理論などの幅広い方法論を援用し、多重ゼータ関数の族が持つ基本的な構造を解明すると共に、整数論的な問題への応用をはかる。

2. 研究の進捗状況

本研究計画において主軸的な役割を果たす概念はルート系のゼータ関数である。特にその理論に関して、大きな進歩がなされつつある。そしてその研究は、より基本的な対象である Euler-Zagier 型の多重ゼータ関数の研究にも重要なフィードバックをもたらし始めている。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由)

現在までの主要な成果はもっぱら、ルート系のゼータ関数の理論の基礎工事とも言える内容であって、その解析接続と特異点の位置の研究、Mellin-Barnes 積分表示に基づく帰納的構造の発見、Dynkin 図形による帰納構造の解釈、いくつかの具体例における関数関係式の証明、Weyl 群の対称性に起因する特殊値の関係式や明示公式、さらには付随するルート系の Bernoulli 数、Bernoulli 多項式の導入とその基本的な性質の解明、などの成果が得られた。また特に二重ゼータ関数の場合には、関数等式の理論が Eisenstein 型の級数や指標付きの場合へと一般化され、またある種の超平面上では美しい対称的な形の関数等式になることも発見できた。

4. 今後の研究の推進方策

上述したような基礎的な成果を土台として、その更なる発展と応用を目指す、ということになるが、既にいくつかの有望な方向性が見えており、部分的には成果も出始めているので、こうした研究方向を推進していくことになろう。具体的に述べると、Euler-Zagier 型の多重ゼータ関数をルート系のゼータ関数の特殊な場合と見なすことによって、Euler-Zagier 多重ゼータ関数の理論への新知見をもたらすことが期待できる。この方向ではシャッフル積の理論への寄与や、新しいタイプの関数関係式の発見などの成果が既に得られつつある。またルート系のゼータ関数自体を、一般の(単連結とは限らない)コンパクト Lie 群に付随する格子のゼータ関数に拡張することで、合同条件付きのゼータ関数など、より広範囲の多重級数を研究対象として理論を展開することができるようになることが期待される。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計7件)

① Y. Komori, K. Matsumoto and H. Tsumura, On Witten multiple zeta-functions associated with semisimple Lie algebras II, J. Math. Soc. Japan 62 (2010), 355-394. 査読あり② Y. Komori, K. Matsumoto and H. Tsumura, On multiple Bernoulli polynomials and multiple L-functions of root systems, Proc. London Math. Soc. 100 (2010), 303-347. 査読あり③ Y. Komori, K. Matsumoto and H. Tsumura,

Functional equations and functional relations for the Euler double zeta-function and its generalization of Eisenstein type, Publ. Math. Debrecen 77 (2010), 15-31. 査読あり

〔学会発表〕（計 4 件）

① K. Matsumoto, Barnes multiple zeta-functions, Ramanujan's formula, and relevant series involving hyperbolic functions, POSTECH BSRI-PMI Special Year Program: Special Lectures on Number Theory (June 8, 2010), POSTECH, Pohang, Korea

〔図書〕（計 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕