

自己評価報告書

平成23年 3月 31日現在

機関番号：32689

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2008～2012

課題番号：20340030

研究課題名 (和文) 対称構造のタイヒミュラー空間と擬等角写像類群の剛性および固定点問題

研究課題名 (英文) Teichmüller spaces of symmetric structures and the rigidity and fixed-point problems of quasiconformal mapping class groups

研究代表者

松崎 克彦 (MATSUZAKI KATSUHIKO)

早稲田大学・教育・総合科学学術院・教授

研究者番号：80222298

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：リーマン面, フックス群

1. 研究計画の概要

(1) Gardiner-Sullivan により導入された円周上の対称構造の研究はリーマン面の漸近的タイヒミュラー空間の理論へと一般化されたが、これと対比して、フックス群作用で不変な対称構造の変形空間の理論を構築し、この新しいタイヒミュラー空間の幾何学的構造を解明する。

(2) 群不変対称構造の剛性の問題を考察する。とくにフックス群の擬等角共役におけるメビウス剛性が、対称写像における剛性を導くことを証明する。

(3) 普遍タイヒミュラー空間の擬等角写像類群は円周の擬対称写像群と同一視できる。漸近的タイヒミュラー空間上のファイバーを不変にする部分群が対称写像群である。対称写像群の作用の固定点問題を考察することにより、円周の同相写像群がフックス群と共役になるための条件を与える問題を統一的に理解する。

2. 研究の進捗状況

(1) 群不変対称構造のタイヒミュラー空間は、剛性をもつフックス群の場合を除き、非自明な無限次元空間であることがわかった。また、この結果をリーマン面上の等角自己同型群で不変な対称構造についても拡張した。

(2) ニールセン実現問題の類似を漸近的タイヒミュラー空間において行い、漸近的タイヒミュラー空間の幾何学的な自己同型の有限部分群をリーマン面のロイデン境界の同相群の中に実現した。

(3) 擬等角写像類群の polycyclic な部分群はコンパクト開位相に関して離散的であり、あるコンパクト部分曲面を停留的に保つならば、タイヒミュラー空間に不連続に作用す

ることを証明した。

(4) 無限次元タイヒミュラー空間に作用する写像類群の部分群とその不変部分空間の研究を、円周の同相写像群がメビウス群と共役になるための条件を与える問題に応用した。有界軌道をもつ対称写像部分群は一般には固定点が存在しないことを示したが、対称写像を境界値としてもつ単位円板の擬等角写像の歪曲係数に可積分条件を与え、その条件をみたま部分群を考えれば、対応する不変部分空間に固定点が存在することがわかった。

3. 現在までの達成度

② おおむね順調に進展している。

(理由) 研究計画の (1) については、進捗状況の (1) に述べたように基礎的な部分ができあがり、あとは細部を精査すればよい状態になっている。進捗状況の (2) (3) にあるような当初予定しなかった成果も得られた。それに対して、研究計画の (2) についてはまだ解決への手がかりも得られていない。研究計画の (3) については進捗状況の (4) の方向で議論を進めることにより、今後大きな発展が期待できる。

4. 今後の研究の推進方策

現在までの3年間では、理論のおおまかな枠組みを与えることを中心に研究をしてきたため、成果を論文としてまとめる作業が若干遅れている。論文のための議論の精査の過程では、未解決課題へのヒントが得られることも期待でき、講演により成果を積極的に公表すれば、新しい視点が議論され、研究へのフィードバックもありえる。したがって、次年度はまず研究成果の整理、発表 (研究計画

の(1)(3))を中心におき、最終年度で難題である研究計画(2)への新たな取り組みを予定している。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① K. Matsuzaki, Polycyclic quasiconformal mapping class subgroups, *Pacific J. Math.* (2011). 掲載予定 (査読有)
- ② E. Fujikawa and K. Matsuzaki, Stable quasiconformal mapping class groups and asymptotic Teichmüller spaces, *Amer. J. Math.* 133 (2011). 掲載予定 (査読有)
- ③ K. Matsuzaki, Symmetric groups that are not the symmetric conjugates of Fuchsian groups, *Contemporary Math.* 510 (2010), 239-247. (査読有)
- ④ K. Matsuzaki, The action of elliptic modular transformations on asymptotic Teichmüller spaces, *Ramanujan Math. Soc. Lecture Notes Series* 10 (2010), 481-488 (査読有)
- ⑤ E. Fujikawa, K. Matsuzaki and M. Taniguchi, Dynamics on Teichmüller spaces and holomorphic self-covering of Riemann surfaces, *Math. Z.* 260 (2008), 865-888 (査読有)

[学会発表] (計5件)

- ① 松崎克彦, Conjugation of uniformly L_2 -symmetric homeomorphisms to Fuchsian groups, 日本数学会年会 (早稲田大学) 2011年3月22日 (アブストラクト提出による発表).
- ② E. Fujikawa and K. Matsuzaki, Asymptotic Nielsen realization problem and stable quasiconformal mapping class group, Teichmüller theory (Oberwolfach Institute), 2010/12/1.
- ③ E. Fujikawa, K. Matsuzaki and M. Taniguchi, Dynamics of holomorphic self-embeddings of Teichmüller spaces, Nevanlinna Colloquium (Kyoto University), 2009/9/10.
- ④ K. Matsuzaki, Symmetric groups that are not the symmetric conjugates of Fuchsian groups, Geometric Function Theory and Geometry, 2008 Fall Eastern Section Meeting (Wesleyan Univ.), 2008/10/11.
- ⑤ K. Matsuzaki, Asymptotically elliptic

modular transformations of Teichmüller space, Complex Analysis and Dynamics Seminar (City Univ. of New York), 2008/10/3.

[図書] (計1件)

- ① E. Fujikawa, Infinite dimensional Teichmüller spaces and moduli spaces, RIMS Kokyuroku Bessatsu B17, Kyoto Univ., 2010.

[その他]

ホームページ

<http://www.math.okayama-u.ac.jp/~matsuzak>