

自己評価報告書

平成23年5月1日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2008～2012

課題番号：20340031

研究課題名 (和文) 拡散と領域の幾何

研究課題名 (英文) Diffusion and Geometry of Domain

研究代表者

坂口 茂 (SAKAGUCHI SHIGERU)

広島大学・大学院工学研究院・教授

研究者番号：50215620

研究分野：偏微分方程式論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：拡散, 非線形拡散, 領域の幾何, 放物型方程式, 楕円型方程式, 解の挙動, 不変な等位面, 距離関数

1. 研究計画の概要

主な研究目的は拡散現象を記述する偏微分方程式の解の挙動と領域の幾何の関係を明らかにすることであり, 次の課題について研究する。

- (1) 拡散方程式の解の初期挙動と領域の幾何 (境界の曲率や境界からの距離関数) の関係を明らかにする。
- (2) 拡散方程式の解の不変な空間臨界点及び不変な等位面の研究を発展させる。
- (3) 広く拡散現象を考慮した偏微分方程式 (楕円型および放物型方程式等) の解の挙動と領域の幾何の関係を調べる。
- (4) 解や領域の形状を決定する逆問題を発掘・設定し, 研究する。

2. 研究の進捗状況

これまでの3年間の研究により得られた主な研究成果は次のようである。

- (1) 有界とは限らない境界をもつ領域において, 初期値を零, 境界値を正定数とする非線形拡散方程式の初期境界値問題および領域の補集合の特性関数を初期値とする初期値問題を考える。このとき, 解からできるある関数と時刻との積が境界からの距離関数の自乗に初期時刻で収束することを粘性解の理論と比較定理を活用して示した。さらに, 境界に1点で接する領域内の球上の解の空間積分の初期時刻での漸近公式に接点での境界の主曲率が現れる事を示し, 領域の境界の近傍での解の初期挙動と領域の幾何の関係を明らかにした。また, 初期境界値問題については, 境界値を2つの正定数の間の値を取る関数に代えても初期時刻での距離関数の自乗への収束が成り立つことを示した。
- (2) $N-1$ 次元ユークリッド空間全体上のリプ

シッツ連続関数のグラフを境界にもつ N 次元空間の領域において, 初期値を零, 境界値を正定数とする熱方程式の初期境界値問題を考えるとき, 不変な等温面が存在すれば境界は超平面に限ることを示した。また, 非線形拡散方程式についても, 同様な不変な等位面による超平面の特徴付けの定理を与えた。さらに, 線形および非線形拡散方程式の解の不変な等位面による球面の特徴付けの定理を境界が有界であるが滑らかとは限らない一般の領域に対して示した。(以前は領域に外部球面条件を仮定していた。)

(3) 超平面の不変な等温面による特徴付けの研究を発展させて, 粘性解の理論を活用して, ある重要なクラスのワインガルテン超曲面を記述する完全非線形楕円型偏微分方程式の粘性解に対するリュール型定理を与えた。つまり, N 次元ユークリッド空間全体上のリプシッツ連続関数のグラフの表す超曲面がある重要なクラスのワインガルテン超曲面ならばそれは超平面に限ることを示した。

(4) 半線形放物型方程式の初期値問題の解が時刻について拡大する相似な等位面の列をもつとき, 解は対称性をもつかという逆問題を設定した。特に解の回転対称性について, アレクサンドロフの反射原理を利用して, 発端となる結果を得て現在論文を準備中である。これは研究課題 (3) にも関係している。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

(理由) この3年間で各研究課題について, それぞれ相応の進展があり, 特に研究課題 (2) における不変な等位面による球面の特徴付けの研究については一般の領域に対するほぼ最良な結果が得られている。

4. 今後の研究の推進方策

残りの2年間で、研究課題(3)(4)に重点を置き、この研究をより広い偏微分方程式の解の挙動と領域の幾何の関係の研究に発展させる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

1. Shigeru Sakaguchi, A Liouville-type theorem for some Weingarten hypersurfaces, Discrete and Continuous Dynamical Systems –Series S, 4, 査読あり, 2011, pp. 887 - 895
2. Rolando Magnanini and Shigeru Sakaguchi, Nonlinear diffusion with a bounded stationary level surface, Annales de l'Inst. Henri Poincaré (C) Analyse Non Linéaire, 27, 査読あり, 2010, pp. 937 - 952
3. Rolando Magnanini and Shigeru Sakaguchi, Stationary isothermic surfaces and some characterizations of the hyperplane in the N-dimensional Euclidean space, J. Differential Equations, 248, 査読あり, 2010, pp. 1112 - 1119

[学会発表] (計 19 件)

1. 坂口 茂, 非線形拡散と領域の幾何, 日本数学会秋季総合分科会, 2010年9月23日, 名古屋大学
2. Shigeru Sakaguchi, Nonlinear diffusion and geometry of domain, The 8th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, 2010年5月27日, ドイツ・ドレスデン工科大学
3. Shigeru Sakaguchi, Nonlinear diffusion and geometry of domain, RIMS 研究集会「現象解析と関数方程式の新展望」, 2009年11月19日, 京都大学
4. Shigeru Sakaguchi, A Liouville-type theorem for some Weingarten hypersurfaces, 1st Italian-Japanese workshop on geometric properties for parabolic and elliptic PDE's, 2009年6月17日, 東北大学
5. Shigeru Sakaguchi, Diffusion and stationary level surfaces, 第5回世界非線形解析学会議(WCNA 2008), 2008年7月5日, 米国・オーランド
6. Shigeru Sakaguchi, Stationary isothermic surfaces and some characterizations of the hyperplane, RIMS 研究集会「微分方程式の粘性解とその周辺」, 2008年6月25日, 京都大学

[その他] 無し