

自己評価報告書

平成 23 年 3 月 31 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2008～2012

課題番号：20340034

研究課題名（和文） 平均場方程式で記述される非線形臨界現象の解析的研究

研究課題名（英文） Analysis for nonlinear critical phenomena described by mean field equations

研究代表者

鈴木 貴（SUZUKI TAKASHI）

大阪大学・基礎工学研究科・教授

研究者番号：40114516

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：非線形現象, 変分構造, 自己組織化, 解の爆発, 特異性

1. 研究計画の概要

乱流, 記憶形状, 自己相互作用流体, 腫瘍形成など, 臨界状態で現れる界面の出現, 解の爆発のような本質的に非線形な現象を記述する数理モデルを研究対象とし, 熱力学における変分構造, 統計力学における階層といったいくつかの数学的・物理的原理を有機的に結びつけて新しい解析方法を開拓する。

(1) 点渦乱流平均場方程式 複数列の渦度強度が仮定される場合, 渦糸となっている場合等の新しい平均場方程式の導出も含めて, 実解析と変分構造から解の性質を明らかにする。自己双対ゲージ理論で現れる数理モデルも含め, 特に領域の位相と解集合の関係を解明して, 爆発機構の量子化, ハミルトニアンによる循環的階層支配の原理を確立する。

(2) 走化性方程式 腫瘍形成数理モデルと関連付けて, 定常状態の量子化から爆発機構の量子化が導出される非線形スペクトル力学の原理を明らかにする。特に多成分系に関する同時爆発と質量分離を解明する。

(3) 自己重力流体方程式 スケーリングと変分構造から臨界指数を検出し, 定常・非定常両面から高次元質量量子化を自由境界と絡めて解明する。また圧縮性流体方程式のハミルトン形式を明らかにし, 渦度と爆発機構の関係を明確にする。

(4) 自己組織化方程式 形態形成・生態個体数を記述する反応拡散モデルにおいて, ハミルトン構造が内在することを明らかにし, その遷移力学系を shadow system を用いて分析する。

(5) 熱力学的現象論方程式 相分離・相転移・記憶形状等の連続体力学と熱力学の原理によって記述される数理モデルにおいて, 場と粒子の双対性を解明し, semi-minimality

unfoldingから導出される半安定性を用いて遷移的動態を解明する。

2. 研究の進捗状況

統計力学・場の理論・非平衡熱力学・生命現象トップダウンモデリングなど, 臨界現象を非線形偏微分方程式によって記述する原理と, 多粒子系平均場運動に現れる爆発・パターン形成・自己組織化など, 方程式の解が現出する特異な現象の関係を数学的に分析して, 多くの成果を得るとともに, 新しい指導原理・解析方法を開拓した。

(1) 非平衡熱力学では特に粘性弾性, 記憶形状, 連続体熱力学の原理を組み込んだ数理モデルを構築し, その変分構造を用いて定常解の各種の安定性の関係を明確にした。

(2) 定常点渦乱流平均場については, 各種の平均場方程式を導出するとともに, 最も単純な Gelfand 方程式を題材として, 解の漸近非退化性に関するハミルトニアンの制御を示して, 循環的階層の確立を進展させ, 特に無限次元空間での平均場方程式の解構造が領域の位相と関係していることを明らかにした。

(3) 天体統計物理学で現れる空間次元 3 以上の粒子平均場運動方程式では制約条件と臨界指数の関係, 定常状態の量子化とその非定常状態への影響を明らかにした。

(4) 圧縮性流体方程式では, 粘性と渦度がない場合に古典解が時間大域的に存在し得ないことを, エネルギー汎関数を用いたハミルトン形式を導入することで証明した。

(5) 多成分の走化性方程式については腫瘍微小環境のトップダウンモデルとしての位置付けを明確にし, 同時爆発と質量分離を取り上げた。特に爆発点の有限性・コラプスの生

成・全質量の量子化を証明する一方、これまでの文献の誤引用を改めて、矛盾のない体系を構築するとともに、形式計算のみであった質量分離が実際に正しく証明できるであろうことを、その証明方法とともに提示した。
(6)生物モデルでは、Lotka-Volterra 方程式、Gierer-Meinhard 方程式のマクロ部分でハミルトン形式が成り立っていることを明らかにし、特に前者において遷移的動態と究極的動態の位相のずれをはじめて厳密に証明した。

3. 現在までの達成度

当初の計画以上に進展している。

(理由)

スケーリングと変分構造による統一的な研究方法が、これまで適用されてこなかった生物モデル、天体物理学モデル、非平衡熱力学モデル、流体モデル等の様々な問題に適用できることが明確になる一方、量子化する爆発機構、循環的階層、場と粒子の双対性、非線形スペクトル力学といった主導原理が精密な解析で順調に確立されている。さらにこれまで視野に入っていなかった新しい原理である「ハミルトン形式と遷移的動態」が発見され、成果を挙げつつある。

4. 今後の研究の推進方策

腫瘍形成研究、天体統計物理学、乱流平均場理論、非平衡熱力学など、国内・国外の研究者と共同研究によって研究対象を広げるとともに、スケーリングや変分構造を主導とした解析方法を深める。マリーキュリーアクションプロジェクトによる、ギリシャ・イタリアとの共同研究、CREST 研究による分子細胞生物学との連携を核として、諸外国との研究協力や新しい数理科学分野との連携を推進していきたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 81 件)

①M. Grossi, H. Ohtsuka, and T. Suzuki, Asymptotic non-degeneracy of the multiple blow-up solutions to the Gel'fand problem in two space dimensions, *Adv. Differential Equations*, 16, 145-164, (2011), 査読有

②N. Kavallaris and T. Suzuki, An analytic approach to the normalized Ricci flow-like equation, *Nonlinear Analysis*, 72, 2300-2317, (2010), 査読有

③M. Grossi and F. Takahashi, Nonexistence of multi-bubble solutions to some elliptic equations

on convex domains, *J. Func. Anal.*, 259, 904-917, (2010), 査読有

[学会発表](計 97 件)

①H. Nawa, Nonlinear Schrödinger equations and geometry of corresponding Nelson diffusions, Workshop on Singularities Arising in Nonlinear Problems, 2010.11.30, 関西セミナーハウス

②鈴木貴, 腫瘍形成に関わる細胞分子と数理～トップダウンモデリングとキーパスサーチ, 2010.9.6, 日本応用数理学会年会総合講演, 明治大学駿河台キャンパス

③鈴木貴, 循環するハミルトニアン, 非線型コリキウム, 2010.7.2, 早稲田大学理工学院

[図書](計 7 件)

①山岸弘幸・鈴木貴, 原理と現象-数理モデリングの初歩, 培風館, 2010. 1-32, 36-49, 61-82, 85-103, 117-144, 147-159, 165-172

②D. Furihata and T. Matsuo, *Discrete Variational Derivative Method: A Structure-Preserving Numerical Method for Partial Differential Equations*, Chapman and Hall/CRC, 2010, 1-378

③鈴木貴, 楕円型方程式, 応用解析ハンドブック(増田久弥編), 東京スプリングー, 2010, 419-469

[産業財産権]

○出願状況(計 2 件)

①名称:画像解析装置、画像解析方法、画像解析プログラムおよび記録媒体

発明者:鈴木貴他

権利者:大阪大学

種類:PCT 出願

番号:PCT/JP2010/000135

出願年月日:平成 23 年 1 月 13 日

国内外の別:国外

②名称:磁場源推定装置

発明者:鈴木貴他

権利者:大阪大学

種類:特許

番号:特願 2009-283426

出願年月日:平成 21 年 12 月 14 日

国内外の別:国内

[その他]

ホームページ

<http://www.sigmath.es.osaka-u.ac.jp/suzuki/index.html>