

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 6 月 8 日現在

機関番号：16301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20500757

研究課題名（和文） 幾何教材としての折り紙作図の研究

研究課題名（英文） Research of Origami Constructions as Geometric Teaching Materials

研究代表者

平田 浩一（HIRATA KOICHI）

愛媛大学・教育学部・教授

研究者番号：80173235

研究成果の概要（和文）：学校教育における図形・幾何教育の観点から、最近の折り紙研究の成果の紹介しつつ、折り紙を科学的・数学的にとらえる視点に立った折り紙教材の開発を行った。具体的には、(1)計算幾何学分野での折り紙研究の成果を紹介する教材の製作、(2)折り紙作図を紹介する教材の製作、(3)折り紙作図の特徴を活かした作図問題の収集、(4)折り紙作図シミュレーションソフトウェアの開発、及び(5)折り紙を利用した数学教育の実践、を行った。

研究成果の概要（英文）：From a viewpoint of the geometric education in school, we developed the origami teaching materials, which introduce the results of the latest origami research and teach origami scientifically and mathematically. Teaching materials we developed are as follows：(1) teaching materials which introduce the recent results of origami in computational geometry, (2) teaching materials which introduce origami constructions, (3) collection of geometric construction problems which make good use of the feature of origami constructions, (4) the simulation software for origami constructions, and finally, (5) several classes were practiced using our origami teaching materials.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学、科学教育

キーワード：科学教育・幾何学・作図・折り紙

1. 研究開始当初の背景

折り紙は我が国の伝統文化の一つであり、子供の頃に誰でも折り紙に触れているはずである。その折り紙の科学的な研究が現在、世界中で活発に行われている。本研究では、学校教育における図形・幾何教育の観点から、

最近の折り紙研究の成果を紹介しつつ、折り紙を科学的・数学的にとらえる視点に立った折り紙教材の開発を行うものである。

この研究は以下のようなことを広く小学生・中学生・高校生、さらには大学生へと広めるための教材開発を目的としている。

- ・折り紙が現在の科学技術の中でどのように活用されているのか。
- ・折り紙作図とは何か。折り紙作図は定規とコンパスによる作図とどこが違うのか。
- ・折り紙作図でどんな図形が作図できるのか。
- ・折り紙作図のシミュレーションソフトウェアの開発。

2. 研究の目的

日本の伝統文化の一つである折り紙は、工学的な観点からは世界的に注目されている技術である。我が国の七夕飾りをもとにして発明されたといわれているハニカムコアは数兆円規模の巨大産業までに発展しているし、三浦折りに代表されるように宇宙工学の分野では衛星打ち上げ後に機器を宇宙空間で展開するための折畳み収納技術として応用されているなど、折り紙を応用する技術研究が多数なされており、2003年の日本応用数理学会ではオーガナイザーセッションとして「折り紙の数理と工学」が開催されている。

しかしながら、工学的な応用技術として折り紙が注目されている割には、我が国の学校教育の中では折り紙を科学的に取り上げられることはあまり多くなかった。教育的な観点からは芳賀和夫氏のオリガミクスの研究と教育実践が注目に値する。その研究は折り紙を科学的にとりあげることにより、様々な図形を折りあげる作図する道具として折り紙を数学的にとらえ教育の場に持ち込もうとしたものである。

また、作図という観点からは、古典的な定規とコンパスによる作図の限界として古代ギリシアの三大作図不能問題がよく知られているが、最近になって Geretschlagler 氏らの研究により、3次方程式や4次方程式に帰着する作図問題も折り紙作図では作図可能であることが知られており、角の三等分線の作図(上図参照)、正 n 角形($n = 7, 9, 13, 19$)の作図など具体的な折り紙作図方法が紹介されている。

計算幾何学の分野でも折り紙の研究が盛んである。Demaine 氏と O'Rourke 氏により 2007 年に出版された著書の中で、多面体、展開図、アルゴリズムなどの観点から折り紙が研究され、最近 10 年ほどの間に計算幾何学の分野でなされた膨大な研究がこの書物にまとめられている。

このように活発な研究がなされている折り紙について、本研究では、最新の研究成果を分かりやすく学校教育の現場の中に取り入れるとともに、特にオリガミクスの延長線上に位置する折り紙作図に焦点をあてて、数学教育の観点から折り紙の総合的な研究を試みてみたいと考えている。

具体的な研究内容は以下の通りである。

- (1) 最近の計算幾何学分野での折り紙研究の成果を紹介する教材の開発。
- (2) 折り紙作図を紹介する教材(古典的な作図との相違の解説を含む)の開発。
- (3) 折り紙作図の特長を活かした作図問題の収集。
- (4) 折り紙作図のシミュレーションソフトウェアの設計・開発。

3. 研究の方法

研究を進めるにあたっては、日本折紙学会・日本数学会・日本数学教育学会・日本数学史学会が主催する学会及び研究集会に出席し、多くの研究者達と情報交換を行いながら研究を進めた。

また、折り紙作図の教材や事例収集にあたっては、大学院生や卒業研究生に研究協力していただき、多くの教材を収集することができた。

作成した教材は、高校生対象とした講座の中で実際に使用して授業を行ってみて、ブラッシュアップを行った。

4. 研究成果

- (1) 計算幾何学分野での折り紙研究の成果を紹介する教材

この研究としては 2 件の教材を開発した。一つ目は、様々な多角形から作られる凸多面体が多数存在することを理解してもらう教材である。ここで多角形から凸多面体を作るとは、凸多面体の展開図がもとの多角形になっていることである。例えば十字形からは、立方体だけでなく 85 通りの多面体を作ることが O'Rourke 氏らの研究で知られている。十字形だけでなく、星形、L字型などの様々な多角形から凸多面体を作る教材となっている。

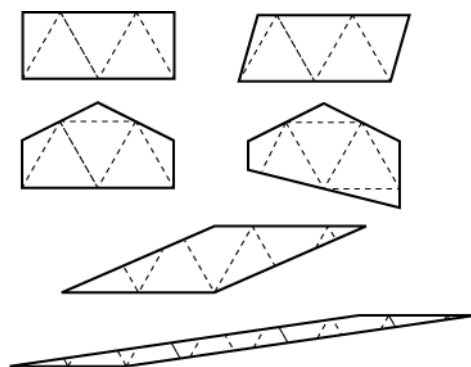


図 1 正四面体の凸展開図

もう一つの教材は正四面体や正方形二面体のすべての凸展開図を求めよという問題を考えるための教材である。正方形二面体に対するこの問題は秋山仁氏によってこたつ布団カバー問題として紹介されたものである。展開図を考える際に正方形二面体の片面だけにハサミを入れて展開図に開くことにのみに捉われてしまいがちであるが、両面にハサミを入れることで、実に様々な凸展開図が現れることを示すよい教材になっている。

(2) 折り紙作図を紹介する教材

折り紙作図を紹介する教材として、正三角形と正六角形の折り紙作図に始まり、角の三等分、正九角形、正五角形などの折り紙作図方法を紹介する教材を作成した。教材のレベルとしては高校生を対象としている。

また、折り紙作図を紹介する事例として、大学院生であった渡部活路氏との共同研究として「山崎富太郎算額の菱形図形の折り紙作図」がある。これは道後伊佐爾波神社に奉納された算額問題の菱形図形を折り紙作図で解く手順を紹介している。元々の算額の問題は天円の直径が与えられているときに人円の直径を求める計算問題であるが、問題をこのような菱形を作成する作図問題に修正したものである。

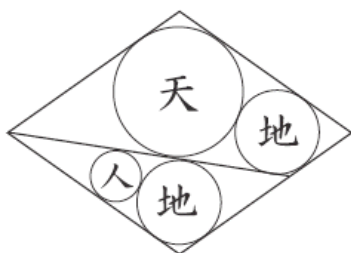


図 3 山崎算額の菱形図形

(3) 折り紙作図の特徴を活かした作図問題の収集

約 50 問の作図問題の収集を行い、その作図手順を資料としてまとめることができた。それらの多くは、古典的作図手順を単純に折り紙作図に置き換えたただけのものであったが、約三分の一は、折り紙作図の利点が生かされていて古典的作図手順に較べずっと短い手順で解けるものとなった。

(4) 折り紙作図のシミュレーションソフトウェアの設計・開発

当初 Java 言語の Applet として開発したシミュレーションソフトウェアは、作図手順を Java のソースコードとして記述する方法であった。そのため、作図問題ごとにプログラムを変更し、コンパイルし直す必要があり、プログラミング言語に精通した人でないと

利用できないという欠点を持っていた。そこで、折り紙作図手順を記述する言語を定め、その言語で作図手順を記述したテキストファイルを準備すれば、そのファイルを読むことでシミュレーションがすぐ出来るようにソフトウェアを改良した。この改良によって誰にでも利用できるシミュレーションソフトウェアとなった。そのソフトウェアを使い第 11 回折り紙の科学・数学・教育研究集会にて「山崎富太郎算額の菱形図形の折り紙作図」の研究発表を行った。



図 2 シミュレーションソフトウェア

(5) 折り紙を利用した数学教育の実践

愛媛大学教育学部では、希望学生を募り、フィリピンの子どもたちに対して英語を言語として授業実践をする実習の機会がある。2010 年度から算数の授業実践もすることになり、本研究の対象である「折り紙」を使った授業に取り組んだ。

具体的には、フィリピンの小学 5 年の児童を対象に、「一裁ち折り」というテーマで、symmetry(対称性)に注目した算数の授業を行った。



この授業の目標とその特徴は次の通りである。

<授業の目標>

○対称移動によって、図形は合同な図形(等長、等角)にうつることを具体的な操作活動を通して理解する

○折り方を工夫することで、1回の切断でいろいろな形を切り出すことができる

<授業の特徴>

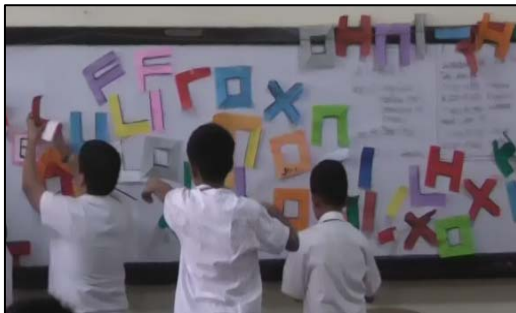
1: 算数で学習した知識の創造的な活用
対称移動の特徴を確認した後に、「T」の文字をたった1回の直線的な切断で切り出す活動(一裁ち折り)に取り組んだ。こうした「一裁ち折り」は、一見、対称な図形でしかでき

ないように感じるが、非対称な図形でも、穴が空いたような図形でも可能である。すべてのアルファベットで可能であり、子どもたちが授業を通して自発的にいろいろな図形の切り出しに挑戦したり、「遊び」として算数の学習を活用してくれることを期待して、授業者の名前や日本の四季を表現した絵など、すべて折り紙から「一裁ち折り」で制作した。



2：知的葛藤の連続的克服を生み出す主体的な活動

当初、子どもたちは「T」は4回の切断が必要だと考えていた。しかし、1回の切断で切るよう要求され考え始めたことが第1の知的葛藤である。「T」を線対称な図形として見て、1回折ることに多くの子どもたちが気づき、4回よりも少ない切断でできることを実感する。しかし、そこからなかなか進まない（第2の知的葛藤）。対称な図形にのみ折り返し線を考えてしまうためである。一人の女子児童が、非対称な状態において線を重ね合わせるように、2回目の折り返しを見つけたことをきっかけに、多くの子どもたちも「一裁ち折り」ができるようになり、黒板をはみ出すくらいにいろいろな文字を切り出せるようになった。



3：図形教材の魅力

第二言語の英語による授業であり、言語的コミュニケーションを補う意味で、折り紙を教材に選定した。視覚的表象ならびに操作的活動での産物を介することで、常に学習者との間に共通項を持つよう工夫した。

以上のような特徴を盛り込んだ授業の実践は本研究の成果の一部であり、折り紙を積極的に子どもたちの算数教育に導入した一つの実践である。

特に多様な文化背景にあっても、折り紙を媒介とした活動というものにはその可能性があり、今後の算数教育にも十分通用する教材である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計8件)

(1) 平田浩一、六斜術とトレミーの定理の関係について、日本数学教育学会高専・大学部会論文誌、査読有、18(1)、2011、pp.1-12.

(2) 平田浩一、伊佐爾波神社吉田茂兵衛の算額の解、日本数学教育学会誌第93回総会特集号(神奈川大会)、査読無、第93巻臨時増刊、2011、p.549

(3) G. T. Pawilen, M. Sumida, C. B. Agcaoili, J. B. Faustino, A. Fujita, H. Muko, N. Yoshimura, N. Sugaya, O. Ikeno, S. Oshihara, T. Kumagai, Sharing a Culture of Excellence in Teaching across Borders: An Evaluation of Ehime University Students Teachers Practice Teaching in the Philippines, 愛媛大学教育実践総合センター紀要、査読無、29, 2011, pp.55-67.

(4) 平田浩一、算額パネル展への取組みー愛媛の算額展についてー、日本数学教育学会誌第92回総会特集号(新潟大会)、査読無、第92巻臨時増刊、2010、p.501.

(5) 平田浩一、六斜術とトレミーの定理の関係について、日本数学教育学会誌第91回総会特集号(京都大会)、査読無、第91巻臨時増刊、2009、p.535.

(6) 平田浩一、3D仮想空間セカンドライフにおける算額展示の試み、CIEC 2009 PCカンファレンス論文集、査読無、2009、pp.239-240.

(7) 和田武・二神透・平田浩一、LMSログ解析による学習効果の一考察、CIEC 2009 PCカンファレンス論文集、査読無、2009、pp.359-360.

(8) 平田浩一、Demaine-O'Rourkeの折りたたみアルゴリズム、数学セミナー、査読無、48(1)、2009、34-39

〔学会発表〕（計 6 件）

(1) 平田浩一・渡部活路、山崎富太郎算額の菱形図形の折り紙作図、2011 年 12 月 4 日、日本折紙学会 JOAS ホール

(2) 平田浩一、伊佐爾波神社 吉田茂兵衛の算額の解、第 93 回全国算数・数学教育研究(神奈川県)大会高専・大学部会、2011 年 8 月 2 日、日本大学高等学校

(3) 平田浩一、算額パネル展への取組み ～愛媛の算額展について～、第 92 回全国算数・数学教育研究(新潟)大会高専・大学部会、2010 年 8 月 3 日、新潟市朱鷺メッセ

(4) 平田浩一、3D 仮想空間セカンドライフにおける算額展示の試み、CIEC 2009 PC カンファレンス、2009 年 8 月 10 日、愛媛大学

(5) 和田武・二神透・平田浩一、LMS ログ解析による学習効果の一考察、CIEC 2009 PC カンファレンス、2009 年 8 月 10 日、愛媛大学

(6) 平田浩一、六斜術とトレミーの定理の関係について、第 91 回全国算数・数学教育研究(京都)大会高専・大学部会、2009 年 8 月 5 日、京都ノートルダム女子大学

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.ed.ehime-u.ac.jp/~hirata/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

平田 浩一 (HIRATA KOICHI)
愛媛大学・教育学部・教授
研究者番号：80173235

(2) 研究分担者

吉村 直道 (YOSHIMURA NAOMICHI)
愛媛大学・教育学部・教授
研究者番号：90452698

河村 泰之 (KAWAMURA YASUYUKI)
愛媛大学・教育学部・教授
研究者番号：80369967