

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008 ～ 2010

課題番号：20530340

研究課題名（和文） 複合リアルオプションによる経営戦略の動的分析

研究課題名（英文） Dynamic Analysis of Management Strategies via Complex Real Options Theory

研究代表者

江上 雅彦（EGAMI MASAHIKO）

京都大学・経済学研究科・教授

研究者番号：40467395

研究成果の概要（和文）：

拡散過程を利用した最適制御問題フレームワークにおいて、企業が有する経営上の選択肢（オプション）をどのように行使するべきかという問題を取り扱った。いくつかの設定において、複数のオプションが存在する場合など、より複雑な問題を解法することに成功した。アドホックな解法手段ではなく、解を体系的に特徴づけることにより、厳密に問題解法を行った。具体的には、最適スイッチ問題（最適稼動問題など）、タイムラグがある場合の再保険問題および最適配当政策、転換社債による設備投資問題、ジョブサーチ問題などを解法した。さらにそれぞれの問題において、モデルの解から得られる経済学的含意を明らかにすることで、企業の意思決定に資する論文を作成することを心がけた。この結果、国際的査読付雑誌に多数の論文が掲載された。

研究成果の概要（英文）：

In the framework of stochastic optimization problems of one-dimensional diffusion processes, we are able to solve complex real options problems where the firm has multiple options that could enhance its profitability. We characterize the value functions and associated optimal strategies in a rigorous manner so that we can systematically solve problems in a direct way. More specifically, we handled optimal switching problems (such as optimal plant utilization), optimal reinsurance problems and dividend payout problems under fixed cost and delay, optimal invest timing problems with convertible debt financing, and continuous-time job search problems. In each problem, we clarifies economic implications that the solution has and hence we make the solution more valuable when implementing the models in real-life problems. As a consequence, these papers are published in venerable refereed journals.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経営学・経営戦略

キーワード：リアルオプション、ファイナンス工学、

## 1. 研究開始当初の背景

確率モデルで表現された不確実性下における動学的最適化問題を、経営戦略策定へ応用する所謂リアルオプション理論が盛んに用いられるようになっていたが、実際に取扱いが可能な制御方法や確率過程は限定されたものであり、解析解を求めることができる設定はかなり限られていた。

## 2. 研究の目的

(1) 企業経営者がプロジェクト価値を評価する場合に、実際には企業の持つ選択肢が複合的に組み合わせられている場合が多く、このようなより現実に近いモデルを解法することを目的とする研究課題である。

(2) その際に解のもつ経済的含意を明白にするとともに、より競争力のある効率的な企業経営のための提言を行うことを目的とする。

## 3. 研究の方法

(1) 研究代表者は、拡散過程に対する制御問題を従来と異なる方法で解法するという数学的研究を行っている。具体的には、最適解の持つ性質を分析し、その性質を利用することで直接的に最適制御を identify する方法である。この研究を進めて、従来では解くことが困難であった複雑な最適制御問題を解くことを可能にする。

(2) そのうえで具体的な経営上の問題（最適投資問題、再保険問題、配当政策など）のためのモデル構築を行い、その解から得られる経済的含意を明らかにし、企業経営者に対する提言を行う。

## 4. 研究成果

本課題遂行期間において、9本の論文を国際的な査読付専門誌に掲載した。これらは現実性のあるモデルと、それを解析的に解く方法の有用性、またその結果の経済学的・経営学的含意が認められた結果であると思料される。これらの研究成果を以下で具体的に述べることにしたい。

### (1) タイムラグがある場合の再保険戦略

損害保険会社が再保険を購入することにより、自社のリスクを移転させる場合、現実的には再保険会社との交渉・管理事務が生じるため、再保険を掛けるまでにタイムラグおよび固定費用が生じる。このとき、どのタイミ

ングで交渉を開始すればよいか？また、自社が保有する損害保険契約のどの割合を再保険すればよいか？という複合オプションを持つ最適化問題を解法した。さらに交渉開始してから実際にリスク移転するまでに、自社がインソルベンシーに陥る可能性もモデルに含めている。

このためモデルは複雑になるが、より現実に近いものとなる。パラメータの大きさ等により最適解を分類し、再保険を巡る経営戦略に必要な情報を得ることができたと考えている。本論文は下記のとおり(5-⑥)、Stochastic Processes and their Applications に掲載された。

### (2) 企業の借入政策・設備拡大投資問題

企業が設備投資を転換社債の発行によりファイナンスする場合を考察した。この場合、企業は転換社債の保有者が将来、株式に転換することを考慮して、投資実行＝転換社債発行のタイミングを決定しなければならない。また発行後の企業活動が不芳であれば、債務不履行を宣言することも可能である。このように複雑なオプション保有状況をモデル化して、特に最適投資時期と最適株式転換時期を解析的に求めることに成功した。これは転換社債の発行者と保有者の間の Dynkin Game(2者間の最適停止問題)として定式化したものを、ゲームの解の representation を利用して解いたものである。さらに転換社債の(均衡)金利も内生的に決定される。

モデルの解が持つ経済学的含意を得るため、転換比率、生産物価格のボラティリティを変化させた比較静学を試みた。これにより転換社債のもつ債券と株式の中間的性質を、このような設備投資問題のなかで浮き彫りにし、また普通債によるファイナンスの場合と比較することを行った。本論文は下記のとおり(5-①)、Journal of Economic Dynamics and Control に掲載された。

### (3) 最適スイッチ問題(最適なプラント稼働問題など)

最適スイッチ問題(optimal switching)は市場への参入・撤退のタイミングを求める問題、稼働・非稼働の転換のタイミングを求める問題などに代表され、可逆的に企業行動が変えられる場合に用いられる。つまり企業が有するオプションは一度ではなく、何度も行使できることとなる。

この問題の一般解がどのように特徴付けられるかを分析した論文が5-②である。特に、最適行動から示唆されるスイッチをするべき領域は、パラメータの大きさによって、

複数区間生じたりするが、この点についても厳密に解法した。

解法例として、製品への需要が季節要因などで一時的に高まった場合、追加生産設備を賃貸するときの最適戦略を分析した。この場合は製品価格を平均回帰モデルで表したが、このような分析は従来型の方法では不可能であったものである。本論文は Mathematics of Operations Research に掲載された。

#### (4) 拡張など

まだ掲載に到っていないが、その後も複数の論文を完成した。まず(a) 債権流動化を含めた金融機関の最適自己資本率政策に関するもの、(b)金融危機等に際して、資産価値が減少する場合に資本増強策を開始するタイミングを計算する問題、(c)オプションを実行する場合のペイオフが2つの経済変数の関数として書かれる問題、そして(d)価格が下方ジャンプする場合のアセットマネージャの最適行動を理解するための問題である。

(b)(d)は経済変数が突然不連続に変化するケースを含み、ジャンプ付きのモデルを利用した。(c)は、変数が複数存在するモデルである。このようなジャンプ付きのケース、多変量のモデルは、取り扱う問題が飛躍的に豊富になるが、数学的には難度が高く、体系的な解法はまったく確立されていない。よって今後も同様の問題を一般的に解法する手段を確立していきたいと考えている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

##### [雑誌論文] (計 9 件)

本研究課題に関する学術論文で本研究期間中に実際に掲載されたものは9本であり全て査読付である。

- ① M. Egami, A game options approach to the investment problem with convertible debt financing, Journal of Economic Dynamics and Control 34 1456-1470, 2010.
- ② E. Bayraktar and M. Egami, On the one-dimensional optimal switching problems, Mathematics of Operations Research 35: 140-159, 2010.
- ③ E. Bayraktar and M. Egami, A unified treatment of dividend payment problems under fixed cost and implementation delays, Mathematical Methods of Operations Research 71:

325-351, 2010.

- ④ M. Egami, A framework for the study of expansion options, loan commitments and agency costs, Journal of Corporate Finance 15: 345-357, 2009.
- ⑤ M. Egami and M. Xu, A continuous-time search model with job switch and jumps, Mathematical Methods of Operations Research 70: 241-267, 2009.
- ⑥ M. Egami and V.R. Young, Optimal reinsurance strategy under fixed cost and delay, Stochastic Processes and Their Applications 119: 1015-1034, 2009.
- ⑦ M. Egami, A direct solution method for stochastic impulse control problems of one-dimensional diffusions, SIAM Journal on Control and Optimization 47:1191-1218, 2008.
- ⑧ E. Bayraktar and M. Egami, An analysis of monotone follower problems for diffusion processes, Mathematics of Operations Research 33:336-350, 2008.
- ⑨ M. Egami and V.R. Young, Indifference prices of structured catastrophe (CAT) bonds, Insurance: Mathematics and Economics 42: 771-778, 2008.

[学会発表] (計 5 件)

すべて研究代表者による発表であり、内①②③⑤は招待講演である。

- ① 2010 CREST and Sakigake, International Symposium on "Asymptotic Statistics, Risk and Computation in Finance and Insurance", 東京工業大学 2010.12.18.
- ② KIER-TMU International Workshop on Financial Engineering, 大手町サンケイプラザ, 2009.8.4.
- ③ 日本オペレーションズ学会 研究部会、『転換社債ファイナンスによる投資問題へのゲーム・オプション的アプローチ』大阪大学、2009.7.18.
- ④ 日本オペレーションズ学会 春季研究発表会、『転換社債ファイナンスによる投資問題へのゲーム・オプション的アプローチ』筑波大学、2009.3.17.

- ⑤ 「経済の数理解析」京都大学数理解析研究書研究会、京都大学、2008.11.30.

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.econ.kyoto-u.ac.jp/~egami/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

江上 雅彦 (EGAMI MASAHIKO)

京都大学・経済学研究科・教授

研究者番号：40467395

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし