様式 C-7-2

自己評価報告書

平成 23 年 4 月 19 日現在

機関番号：10101
研究種目：基盤研究（C）
研究帰還：2008〜2011
課題番号：20540056
研究課題名　写像類群に関わる有界コホモロジーとシンプレクティック・トポロジー

研究課題名　bounded cohomology and symplectic topology around mapping class groups of surfaces

研究代表者
神田 雄高（KANDA YUTAKA）
北海道大学・大学院理学研究院・助教
研究者番号：30280861

研究分野：　トポロジー
科研費の分科・細目：幾何学
キーワード：有界コホモロジー、写像類群

１．研究計画の概要
種数gが2以上の閉曲面の写像類群、微分同相群、保面積微分同相群の有界コホモロジーをあつかい、以下のような予想・問題にアプローチする:
(1)写像類群の特性類(つまり森田・マンフォード類)は全て有界であると予想し、そのグロモフ・セミノルムをなるべく精密に評価せよ。
(2)曲面の微分同相群(或は保面積微分同相群)から写像類群への自然な全射 J が有界コホモロジーに導く準同型 J*の作用素ノルムは1より真に小さいであろうという予想を証明する事。
(3)写像類群の2次有界コホモロジー群から(普通の)2次コホモロジー群への自然な準同型の核(これは写像類群から実数への正規化された擬準同型全体と等しい)の元の新しい構成法を与えよ。
(4)エルミート型対称空間のカノニカルなケーラー類ωが有界であることは例えば対称空間の幾何を使って示すことができ、ωのグルモフ・セミノルムの具体的値まで知られている。これを一般の有界領域に拡張することで写像類群の(種数に比べて次数が小さい)コホモロジー類の有界性を示すアプローチについて検討した。その結果、第1番目の森田・マンフォード類を表すコサイクルを一つ得た。これはタイヒミューラー空間の3点を変数とする関数の形で表される。この「関数」がウェル・ディファインドであることは全く自明ではなく、それを示すためにはリーマン面のモデュライ空間(のコンパクト化)に関する深い結果を援用する必要がある。またこのコサイクルが有界であるかどうかが非常に興味深いのだが、残念ながら全くわからない。先に述べたウェル・ディファインド性の証明を、有界領域の(タイヒミューラー空間を含む)より広いクラスに適用できるような証明に置き換えられれば、一般論を適用する形で今回得られたコサイクルの有界性を示せる望みがあると思う。またこの問題に関連するが、 Σ のタイヒミューラー空間の境界上での振る舞いと、Σ の大域的振る舞いをうまく関連づけるような考察や結果が得られれば非常に面白いと思う。

２．研究の進捗状況
概要の(1),(3)については写像類群の代数群への表現（のある族）を詳しくみる事で達成できると考えている。即ち写像類群の表現ρであって、その値域がある代数群Gの有理整数点のなす群 G(Z)となるようなものが組織的に得られるのであるが、これまでの研究でρをうまくとれば、G(Z)からある無限位数アーベル群へのねじれ準同型τが存在し、ρの像はτの核に含まれる事が判った。もしρの像の G(Z)における指数が無限と判れば、写像類群の有界コホモロジーについて非自明な結論が得られると期待される。(2)ー(4)については全く新しいアイディアが必要に思われる。

３．現在までの達成度

③やや遅れている。
（理由）進捗状況で述べた捩れ準同型の具体的計算手段がうまく開発できていない事がネックになっている。すなわち定義はやや幾何学的であるが、計算に載せるためのより代数的定式化が遅れている。

４．今後の研究の推進方策
既に得られている捩れ準同型を一旦、単体ホモトピーの言葉に置き直し、そこから代数的定式化を導くことを考えている。また(4)についてはタイヒミューラー空間論の専門家など他の研究者との積極的な連携を図るこ

とで打開していきたいと考えている。

５． 代表的な研究成果
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計０件）

〔学会発表〕（計０件）