

機関番号：23901

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008 ～2010

課題番号：20540104

研究課題名 (和文) 実用問題を考慮した弾性波動場における係数同定逆問題に対する数値解法

研究課題名 (英文) A study of numerical method for the coefficient identification problem in elastic wave field with real measured data

研究代表者

代田 健二 (SHIROTA KENJI)

愛知県立大学・情報科学部・准教授

研究者番号：90302322

研究成果の概要 (和文)：本研究では、弾性波動場における係数同定逆問題の実用問題例である周波数データを用いた鉄とコンクリートによる合成梁の欠陥同定問題に対して、反復型数値解法を開発した。変分法的定式化によりチコノフ型正則化項を持つ汎関数による制約条件付き最小化問題を導出し、その問題へ射影勾配法を基礎とした反復アルゴリズムを適用した。数値シミュレーションによる周波数データおよび実測データを用いた数値実験を実施し、一定精度で同定できることを明らかにした。

研究成果の概要 (英文)：In this research, we considered about the numerical method for the damage identification in steel-concrete composite beams by finite frequency data. The minimizing problem with constrained condition was produced by using the variational method and the Tikhonov type regularization technique. We proposed the iterated type algorithm by applying the projected gradient type method to our problem. By the numerical experiment with simulated and real data, we showed the efficiency of our method.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008 年度	2,500,000	750,000	3,250,000
2009 年度	500,000	150,000	650,000
2010 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：応用数値解析

科研費の分科・細目：数学・数学一般 (含確率論・統計数学)

キーワード：数値解法, 逆問題, 欠陥同定, 係数同定, 周波数データ, 実測データ

1. 研究開始当初の背景

病院では、人体内の異常を検査する方法として、X線CTや超音波診断がしばしば用いられている。これらの検査方法の数理モデルは、与えられた境界値から支配方程式の係数関数を同定する「係数同定問題」になることが知られている。この問題は、実用上の設定において Hadamard の意味で非適切になるが、その重要性から理論・実用の両面から活発に研究されている。

研究代表者は、波動場における係数同定逆問題に対して、他種類の逆問題に対し開発された手法である随伴数値解法を適用することを試み、一定の成果を挙げてきた。これまで対象とした波動場は、2次元スカラー波動場、2次元線形等方弾性波動場、および鉄とコンクリートで構成される合成梁における1次元弾性波動場であった。

これらの問題に適用された随伴数値解法は、制御理論でしばしば用いられる手法であ

り、元の係数同定逆問題の解を汎関数の最小化問題へと帰着させ、その最小化解により元の問題の解を求めるものである。現在までの研究では、最小化解を求める手法として射影勾配法を基礎とした手法を採用しており、元の問題における支配方程式と同種の問題を解くことで勾配が得られることを示した。この結果は、2、3次元のどちら場合でも成立する。しかしこれらの成果を、実用問題への適用に発展させる場合、次の点を考慮しなければならない：

- (1) 対象とする弾性体の3次元化。
- (2) 非等方的な弾性体への適用。

これまでの研究では、弾性体に一定の仮定（例えば、平面ひずみ状態を仮定）を与え、3次元問題を2次元へ帰着させてきた。しかし特別な状況を除けば、2次元化することは不可能である。よって開発手法を実用問題へ適用するには、3次元への拡張を考えなければならない。この3次元化については、理論的には即座に対応可能であるものの、数値実験を行うには至っていない。その理由は、3次元波動場における初期値境界値問題を近似計算する環境が、ハードウェアを整備するには至ったものの、ソフトウェアとしては不十分であったからである。

また、医用問題であるMREでは、対象とする物体は人体である。ここで人体を弾性体として考えた場合、血液の流れなどの影響により、等方ではなく非等方である。すなわち、これまでの研究をさらに発展させるには、非等方弾性波動場に対応できるよう手法を拡張する必要がある。

2. 研究の目的

本研究の目的は、波動場における係数同定逆問題の数値解法に関する申請者の現在までの成果を、工学・医学分野における実用問題へ応用・拡張することである。現在までの研究成果では、対象物体を全て1または2次元と仮定してきた。しかし実用問題を対象とする場合、対象物体は3次元とすべきである。また、2次元の対象物体を等方的弾性体としてきたが、特に医学分野への応用を考える場合、非等方的とすべきである。これらの差異を埋め、開発手法を実用問題へと応用し、工学分野の研究者のみならず、理論研究者へのフィードバックを与えることを、本研究では目指している。

3. 研究の方法

本研究では、成果の多次元への拡張および非等方弾性波動場への手法拡張の前に、実測データを用いた場合の射影勾配法を用いた反復解法による同定係数関数への影響を研究した。具体的には、次の手順で研究を実施

した：

- (1) 周波数データを用いた係数同定逆問題に対する反復解法の研究

本研究の元になった鉄とコンクリートの合成梁における線形弾性波動場において、海外共同研究者の研究室では周波数データを実測し、そのデータを用いて数理モデルに関する研究を実施している。その実測周波数データを利用するため、周波数データを用いた鉄とコンクリートの合成梁の結合部剛性係数同定逆問題へ開発済みの反復型数値解法を基礎とした数値解法を開発した。問題を有限個の固有値から定義される汎関数、および固有関数ベクトルの縦方向変位関数も同時に使用して定義される汎関数の制約条件付き最小化問題へとそれぞれ帰着し、射影勾配法を基礎とした計算アルゴリズムを導出した。数値シミュレーションにより近似周波数データを生成し、そのデータを用いた数値実験により、固有値のみ使用した場合の精度、周波数データの個数・測定誤差・初期関数の影響など、実測データを用いる前に確かめるべき手法の性質を明らかにした。

- (2) 実測周波数データによる数値実験

(1)において開発した数値計算アルゴリズムを用いて実測周波数データによる数値実験をに実施し、手法の有効性を検討した。それらの結果に基づき、モデル化誤差・データ測定誤差へ対処するための汎関数改良、具体的にはモデル化誤差へ対処するための実測および数値計算データの利用した汎関数項の修正、チコフ型正則化項の追加を行い、実測データを用いた数値実験を再度実施し、その有効性を検証した。

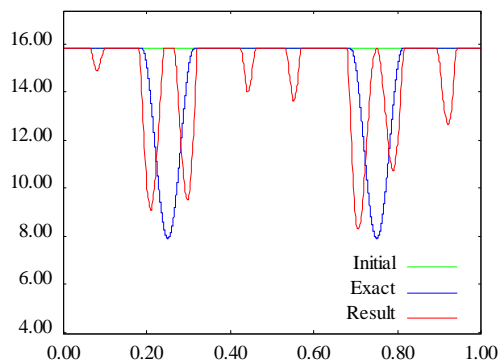
4. 研究成果

本研究では、実用逆問題に対する数値的再構成法の開発として、「周波数データを用いた鉄とコンクリートによる合成梁の欠陥同定問題に対する数値解法の研究」を中心に実施した。「周波数データを用いた鉄とコンクリートによる合成梁の欠陥同定問題」とは、鉄とコンクリートによる合成梁の接合部欠陥同定問題のことであり、その問題は接合部における剛性係数同定問題に帰着される。本研究は、未知の剛性係数関数を周波数データにより同定することにより合成梁の接触部欠陥部分を同定する「非破壊検査手法開発」を目的としており、イタリアウディネ大学Antonino Morassi教授、北海道大学大学院中村玄教授、神保秀一教授との国際共同研究である。本研究において研究代表者は、その

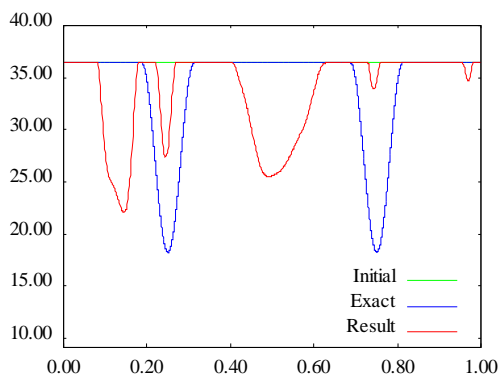
基礎となる数値計算アルゴリズムの導出と、それに計算機上で実現する実装プログラム作成を共同研究内において担当し、その基礎部分について構築することができた。詳しくは、以下の通りである：

(1) 有限個固有振動数データを用いた数値解法

測定データとして有限個周波数データが与えられた場合について、射影勾配法を基礎とした反復型解法を開発し、数値実験によりその有効性を検証した。その実験の結果、例えばデータ数を多くとったとしても、同定精度に悪影響を及ぼすものが混入する場合があります、同定に失敗することを明らかにした(図1)。悪影響を及ぼすデータを取り除けば、一定精度で同定は可能であるものの、それらを判別するのは実用上困難であることも確認した。さらに、一定精度で実測可能なデータ数では、同定が困難であることも明らかにした。



(a) 接合部ずり剛性係数



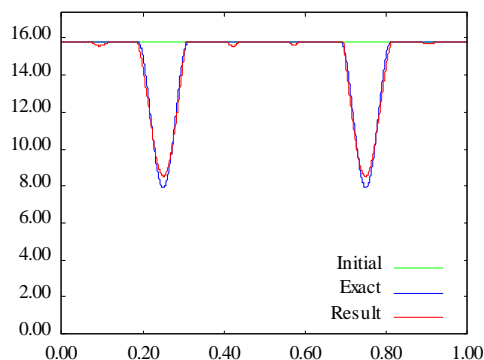
(b) 接合部軸剛性係数

図1：同定結果(データ数:25)

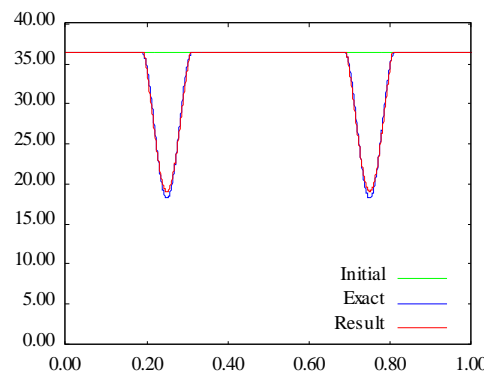
(2) 固有関数ベクトルの縦方向変位関数を測定データとして追加した欠陥同定問題に対する数値解法

(1)の研究において明らかになった問題点および実測可能なデータ使用を

踏まえ、測定データに「各梁の固有関数ベクトルの縦方向変位関数」を追加した逆問題モデルへと元の問題を修正した。その修正モデルに対し、それに適した汎関数を導出し、さらにその汎関数を用いた制約条件付き最小化問題に開発済み手法である射影勾配法を基礎とした反復解法を適用し、数値計算アルゴリズムを導出した。開発したアルゴリズムに対して様々な数値実験を実施し、その有効性を示した(図2)。



(a) 接合部ずり剛性係数



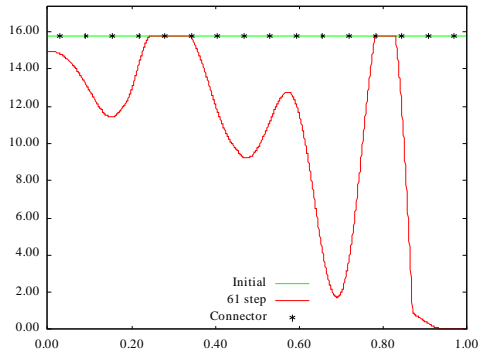
(b) 接合部軸剛性係数

図2：同定結果(振動数データ数:10, 固有関数データ数:5)

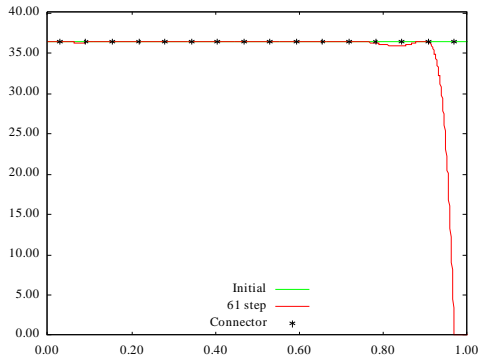
(3) 実測周波数データを用いた数値実験と手法改良

(2)における成果を用いて、Morassi教授の研究室で実施した実験により得られた実測周波数データによる数値実験を実施した。ここで実測データにおける固有関数ベクトルの縦方向変位関数は、各梁上の20点でしか測定されていない。そのため3次スプライン補間法により、理論的に汎関数の微分可能性が保証される滑らかさを持ち、かつ安定な近似関数を求め、それを測定固有関数ベクトルの縦方向変位関数として使用した。しかし数値実験の結果、(2)で開発した手法では欠陥位置および度合いを同定することができなかった(図3)。同定に

失敗した主な原因は、実測データには測定誤差のみならずモデル化誤差も含まれているためである。



(a) 接合部ずり剛性係数



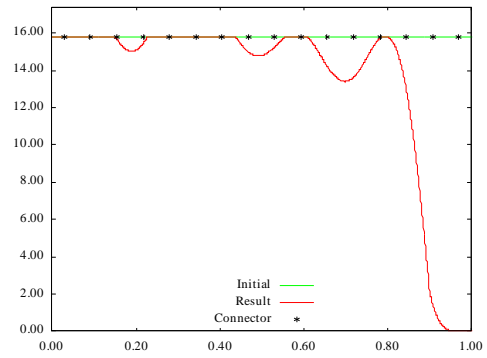
(b) 接合部軸剛性係数

図3：実測データによる同定結果
(欠陥部位：右端結合部材)

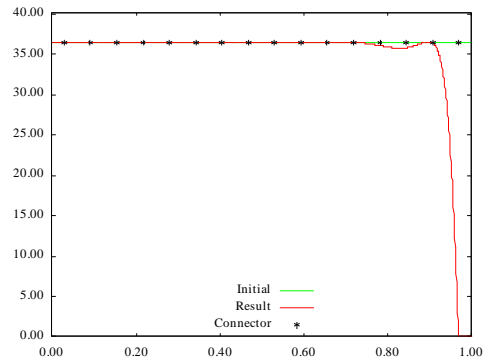
同定精度を向上させるため、先行実験研究によるモデル化誤差対処法、(2)における成果、およびチコノフ正則化法の適用により、実測データと数値シミュレーションによる計算結果の差異割合を利用したチコノフ型修正コスト汎関数を導出した。その汎関数を用いた制約条件付き最小化問題へ射影勾配法を基礎とした反復法を適用し、修正アルゴリズムを考案した。そのアルゴリズムを用いて、実測データを使った数値実験を再度実施し、同定精度を向上させることに成功した(図4)。しかし、ある程度までは同定精度を向上させることができたものの、実用上満足できるレベルまでには到らなかった。以上の成果については、国際専門雑誌へ投稿し、現在修正稿が審査中である。

本研究は、汎関数の微分可能性などの数学的保証があり、かつ実測データを使用可能な係数同定問題に対する数値解法の研究として、逆問題研究の分野において一定の評価がされている。しかし実用的に満足できる結果ではなく、さらなる改良研究が必要であるこ

とも判明した。不十分な結果を得た大きな要因は、元の3次元物理現象を一定の仮定下で空間1次元問題へと帰着させたことによるモデル化誤差であることが、先行実験研究から示唆されている。本問題点に対する改良方法の一つとしては、問題を3次元のまま取り扱うことも考えられる。また一方、空間1次元へ問題を帰着させることは計算量の大幅減少につながり、実用上の利点は非常に大きい。すなわち、数理モデルの修正を行わずにモデル化誤差へ対処可能な手法の開発を行うことは、実用上非常に有用である。モデル化誤差へ対処可能な手法開発は、3次元問題に対しても有用であり、今後の手法改良研究の一つの方向として有力である。



(a) 接合部ずり剛性係数



(b) 接合部軸剛性係数

図4：実測データによる同定結果
(修正汎関数)

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計1件)

- ① Kazuei Onishi, Kenji Shirota, and Takemi Shigeta, Numerical Solution to the Cauchy Problem of the Laplace Equation with Noisy Data, Theoretical and Applied Mechanics, 査読有, Vol.57, 2008, 481-486.

〔学会発表〕(計 9 件)

- ① 神保秀一, Antonino Morassi, 中村玄, 代田健二, An iterated method for damage identification of steel-concrete composite beam with finite eigendata, 日本応用数理学会 2010 年度年会, 2010 年 9 月 6 日, 明治大学駿河台キャンパス.
- ② 神保秀一, Antonino Morassi, 中村玄, 代田健二, 有限個周波数データを用いた合成梁の欠陥同定問題に対する数値解法, 京都大学数理解析研究所共同研究集会「偏微分方程式の逆問題解析とその周辺分野に関する研究」, 2010 年 6 月 24 日, 京都大学数理解析研究所.
- ③ 神保秀一, Antonino Morassi, 中村玄, 代田健二, 周波数データを用いた鉄とコンクリートによる合成梁の欠陥同定問題に対する数値計算法, 第 59 回理論応用力学講演会, 2010 年 6 月 10 日, 日本学会議.
- ④ Shuichi Jimbo, Antonino Morassi, Gen Nakamura, Kenji Shirota, Damage Identification in Steel-Concrete Composite Beams by Finite Eigendata, IV European Congress on Computational Mechanics: Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, 2010 年 5 月 18 日, Palais des Congrès (Paris).
- ⑤ 神保秀一, Antonino Morassi, 中村玄, 代田健二, Numerical method for damage identification in steel-concrete composite beams by finite eigendata, 日本応用数理学会 2010 年研究部会連合発表会, 2010 年 3 月 9 日, 筑波大学筑波キャンパス.
- ⑥ 神保秀一, Antonino Morassi, 中村玄, 代田健二, Numerical method for detecting damage in a steel-concrete composite beam by finite eigenvalue measurements, 日本応用数理学会 2009 年度年会, 2009 年 9 月 30 日, 大阪大学豊中キャンパス.
- ⑦ Shuichi Jimbo, Antonino Morassi, Gen Nakamura, Kenji Shirota, Numerical method for detecting damage in a steel-concrete composite beam by finite eigenvalue measurements, International Conference on Inverse Problems and Applications (invited), 2009 年 8 月 19 日, Hanbat National University (Daejeon, Korea).
- ⑧ Kenji Shirota, Takemi Shigeta, and Kazuei Onishi, Numerical method for the inverse source problem in the linear elastic wave

equations, The International Conference on Inverse Problems and its Applications, 2008 年 10 月 10 日, 復旦大学(中国上海).

- ⑨ 代田健二, 繁田岳美, 大西和榮, 線形弾性波動方程式のソース項同定問題に対する数値計算法, 日本応用数理学会 2008 年度年会, 2008 年 9 月 19 日, 東京大学柏キャンパス.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

代田 健二 (SHIROTA KENJI)

愛知県立大学・情報科学部・准教授

研究者番号: 90302322