

自己評価報告書

平成23年 4月11日現在

機関番号：17401

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008～2011

課題番号：20540121

研究課題名（和文） 不規則媒質中のランダムウォークの漸近挙動の研究

研究課題名（英文） Asymptotic behavior of random walks in random environment

研究代表者

濱名 裕治 (HAMANA YUJI)

熊本大学・大学院自然科学研究科・教授

研究者番号：00243923

研究分野：確率論

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：ランダムウォーク，ランダム媒質，再帰性，大偏差原理，エントロピー関数

1. 研究計画の概要

本研究は、ランダム媒質中のランダムウォークが再帰的となるための必要十分条件を与えるために、均質媒質中のランダムウォークの多重点の個数に関する大偏差原理を確立させることを目的とする。

ランダムに不純物を含む1次元正方格子上のランダムウォークが研究され、再帰的であるための必要十分条件が与えられた。しかし、均一な媒質中のランダムウォークの挙動からは想像もできない結果が示され、世界の多くの研究者が興味を持った。

この結果が多次元ランダム媒質中のランダムウォークの再帰性の研究の出発点となり、これまでに多くの研究者がこの問題に取り組んできたが、満足いく形で解決しているわけではない。また、均一媒質中の、いわゆる古典的なランダムウォークの道の詳しい性質を調べることによって問題を解決しようという試みが、小谷を中心とした研究者の間で提唱され現在に至っている。特に、ランダムウォークの標本路の多重点の個数に関する大偏差原理を確立することによって問題解決の糸口を掴もうと研究されているが、その問題自身もそれほど詳しくわかっているわけではない。

しかし、訪問点の個数に関しては詳しく調べられており、近年の研究において、部分的にはあるが大偏差原理が成立することがわかっている。そこで、重要なのはエントロピー関数の決定であり、訪問点の個数に関する大偏差原理を「完全に」解決することが、多重点の個数に関する大偏差原理を確立することへの布石となる。そしてそこで用いら

れた手法を改善することにより、多重点の個数に関するエントロピー関数を決定することができると考えている。

2. 研究の進捗状況

ランダムウォークの訪問点の個数のエントロピー関数の候補となるものを発見したが、残念ながら、エントロピー関数であることを証明できなかった。一般に、時間空間が離散的であるよりも連続的であるほうが計算を実行しやすく手法も多いため、ランダムウォークの訪問点の個数の連続対応として知られている Wiener sausage の体積について研究を行うことが近道となる。そこで、Wiener sausage の体積のエントロピー関数を求めることで、ランダムウォークの訪問点の個数のエントロピー関数の候補が決定されれば、証明も含めて問題解決に大きく前進することになる。

Wiener sausage の期待値の時刻が増大する際の漸近挙動は多くの研究者が関わり多くの結果が得られている。そして、その挙動がエントロピー関数の上からの評価を与えることが古くから知られており、時刻が減少するときの漸近挙動がわかれば、エントロピー関数について何らかの情報が得られると期待して研究を行い、その挙動を得ることに成功した。しかし、得られたものは時刻の平方根の大きさに減少するという一方で、この結果がエントロピー関数の決定に寄与しないことがわかった。

そこで、Wiener sausage の体積は、ベッセル過程の到達確率の出発点での積分になる事実を考え、ベッセル過程の到達確率を研究した。この到達確率は、出発点と到達点の位置関係で異なるものになることがわかつ

ているが、いずれにしてもラプラス変換が変形ベッセル関数で与えられることが知られている。本研究では、ベッセル過程の到達確率に関する公式を与えることに成功した。

3. 現在までの達成度

③やや遅れている。

(理由) Wiener sausage の体積のエントロピー関数の決定を行うことにより、ランダムウォークの訪問点の個数についても決定できるという方針は間違っているわけではない。しかし、Wiener sausage の時間が減少するときの挙動が予想していたものと大きく異なっていたことと、ベッセル関数の到達確率が奇数次元と偶数次元によって表示が異なるために、エントロピー関数も予想していたものではなくなってしまった。もう1種類の関数が予想できるが、その関数を用いて解決をいえるためにはポテンシャル論の必要な部分を新たに勉強する必要がある。そのため、研究の進捗が遅れることとなった。

4. 今後の研究の推進方策

Wiener sausage の体積のエントロピー関数を決定する方針は変わらないが、ベッセル過程についての研究で、期待値の漸近挙動から求める方法は転換する必要がある。今後は、ポテンシャル論を勉強し「容量」の概念を深く理解しなければならない。必要があればその概念を好ましい方向に一般化する必要がある。そして、もとのブラウン運動にずれを付け加えた確率過程に対する容量を用いて変分原理でエントロピー関数を表示することを今後の研究の方針とする。

5. 代表的な研究成果

[雑誌論文] (計1件)

- ① Yuji Hamana, On the expected volume of the Wiener sausage, Journal of the Mathematical Society of Japan, Vol. 62, 2010, 1113—1136.

[学会発表] (計2件)

- ① 濱名裕治, Wiener sausage の体積について, 日本数学会九州支部, 2008年10月13日, 鹿児島大学
- ② 濱名裕治, Wiener sausage の体積の期待値の漸近挙動について, 日本数学会, 2010年3月24日, 慶應義塾大学