

自己評価報告書

平成23年5月1日現在

機関番号：12101

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2008～2011

課題番号：20540153

研究課題名(和文) 古典的不等式の精密化と非線形退化楕円型方程式論への応用

研究課題名(英文) Refinement of classical inequalities and its application to nonlinear Degenerate elliptic equations

研究代表者

堀内 利郎 (HORIUCHI TOSHIO)

茨城大学・理学部・教授

研究者番号：80157057

研究分野：偏微分方程式論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：ハーディ不等式、ソボレフ不等式、CKN型不等式、ミッシング・ターム、非線形楕円型方程式、退化楕円型方程式、変分問題

1. 研究計画の概要

古典的なハーディ不等式、ソボレフ不等式、ハーディー・ソボレフ不等式、キャプアレリ・コーン・ニーレンバーグ型不等式を改良、精密化し、得られた知見を非線形楕円型方程式、退化楕円型方程式、変分問題に応用する事を目的に、主に以下の6つの研究が平行して進められている

(1)古典的不等式のミッシング・タームの研究

(2)精密化された古典的不等式の非線形楕円型作用素の解析への直接的応用

(3)準線形楕円型作用素の線形化法による解析

(4)準線形退化楕円型方程式の特異解の構造研究

(5)退化楕円型作用素のスペクトルの研究

(6)退化楕円型作用素のポテンシャル論的研究

2. 研究の進捗状況

(1)古典的不等式のミッシング・タームの研究：古典的なハーディー・ソボレフ型不等式の本質的な精密化が研究され、すべての指数に関する重みつきハーディー・ソボレフ型不等式が精密化された。また $p=2$ の場合において、無限個の最良のミッシング・タームが求められ、対応する埋め込み作用素の解析がある程度行われた。また、レリッヒ型の場合も研究が開始された。CKN型の不等式がすべての指数の場合に拡張された。

(2)精密化された古典的不等式の非線形

楕円型作用素の解析への直接的応用：可算個のミッシング・タームの和をポテンシャルとする退化楕円型作用素の境界値問題が議論された。

(3)準線形楕円型作用素の線形化法による解析：2009年までの最小解や第一固有関数の安定性に着目した研究を発展させ、C-K-N型不等式に関連するエネルギー最小解の対称性の破れが起こることがほぼ完全に示され、新たに等周不等式の対称性の崩れの研究が開始された。

(4)準線形退化楕円型方程式の特異解の構造研究：準線形退化楕円型方程式の特異解のプロフィールのシュミレーションと解析の準備が進められた。

(5)退化楕円型作用素のスペクトルの研究：準線形作用素を線形化して得られる退化楕円型作用素について、どのような条件でスペクトルが離散的になり、また固有関数が有界性や正則性と有するか等を実解析的な手法で研究が進められた。

(6)退化楕円型作用素のポテンシャル論的研究：関数 $p(x)$ を指数とする重みつき空間やオーリッツ空間上での作用素のハーディ型不等式を用いた解析が試みられた。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

理由：研究の進捗状況欄の通り、成果が順調に出ておりその意味でおおむね順調に進展していると言える。主な成果は以下のようである。

(1)すべての指数に関する重みつきハーディ・ソボレフ型不等式が精密化された。また $p=2$ の場合において、無限個の最良のミッシング・タームが求められ、対応する埋め込み作用素の解析がある程度行われた。C-K-N型の不等式がすべての指数の場合に拡張された。

(2)可算個のミッシング・タームの和をポテンシャルとする退化楕円型作用素の境界値問題が研究され一定の進展があった。

(3)C-K-N型不等式に関連するエネルギー最小解の対称性の破れが起こることがほぼ完全に示され、新たに等周不等式の対称性の崩れの研究が開始された。

(4)関数 $p(x)$ を指数とする重みつき空間やオーリッツ空間上での作用素の解析が行われた。

4. 今後の研究の推進方策

研究計画の概要に沿い引き続き研究を推進していく予定である。尚、具体的には

(1)古典的不等式のミッシング・タームの研究

(2)精密化された古典的不等式の非線形楕円型作用素の解析への直接的応用

(3)準線形楕円型作用素の線形化法による解析

(4)準線形退化楕円型方程式の特異解の構造研究

(5)退化楕円型作用素のスペクトルの研究

(6)退化楕円型作用素のポテンシャル論的研究

の6つの研究が引き続き平行して行われる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

①安藤広、堀内利郎

Missing terms in the weighted Hardy-Sobolev inequalities and its application
Journal of Mathematics of Kyoto Univ. (accepted) 発行年、未定、査読あり

②中井英一

Singular and fractional integral operators on Campanato spaces with variable growth conditions
Rev. Mat. Complut. Vol. 23, No. 2, 2010, 355-381, 査読あり

③Nishio, Masaharu shimomura, Katsunori
Caloric morphisms for rotation invariant

metrics

Hiroshima Math. J. Vol.40
No. 3, 2010, 315-331 査読あり